

УДК 539.374

ВНЕДРЕНИЕ ЖЕСТКОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТЕЛА В ПЛАСТИЧЕСКИ АНИЗОТРОПНУЮ ТРУБУ

АКОПЯН А. Բ., ЗАДОЯН М. А.

Рассматривается соосное внедрение жесткого цилиндрического тела в анизотропную, идеально-жестко-пластическую трубу, материал которого подчиняется соотношениям Мизеса-Хилла [1]. Подобная картина пластического деформирования встречается при клинопрессовой сварке разнородных труб [2]. Технологическая схема такого рода сварки представляет собой предварительный нагрев и соосное впрессовывание трубы из более твердого материала с монотонно возрастающим по оси внешним диаметром в трубу из более мягкого материала, помещенную в плотную недеформируемую цилиндрическую прессформу. Процесс соединения материалов происходит в твердой фазе, причем физический контакт образуется за счет пластической деформации более мягкого материала, вызывающей пластические деформации в приповерхностном весьма тонком слое трубы из более твердого материала. Заметных объемных формоизменений этой трубы в процессе впрессовывания не наблюдается.

Пластическое состояние цилиндрически анизотропного материала рассмотрено в работе [3]. В работах [4—9] изучено пластическое состояние анизотропной цилиндрической трубы, подверженной внутреннему давлению [4], внутреннему и внешнему давлению [5], закрепленной по краям и нагруженной внутренним давлением [6], с открытыми и закрытыми концами под внутренним давлением [7], под действием внутреннего давления и осевой силы [8], находящейся под совместным действием внутреннего давления, осевой силы и крутящего момента [9]. Задача о внедрении жесткого цилиндрического тела в идеально пластическую изотропную трубу рассмотрена в работе [10].

В отличие от перечисленных работ, в решении, рассматриваемом в настоящей работе, тензор скоростей деформаций является функцией от радиальной и продольной координат.

1. Основные уравнения задачи. Общие соотношения теории анизотропного идеального жестко-пластического течения в цилиндрических координатах в обычных обозначениях имеют вид:

дифференциальные уравнения равновесия

$$\frac{\partial \tau_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0 \quad (1.1)$$

условие текучести Мизеса-Хилла

$$F_0(\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + G_0(\sigma_z - \sigma_r)^2 + H_0(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + L_0 \tau_{\theta z}^2 + M_0 \tau_{rz}^2 + N_0 \tau_{r\theta}^2 = 1 \quad (1.2)$$

зависимости между компонентами тензора скоростей деформаций, скоростей перемещения и напряжений

$$\begin{aligned} \varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} = \Omega [H_0(\sigma_r - \sigma_\theta) + G_0(\sigma_r - \sigma_z)], \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} = \Omega [F_0(\sigma_\theta - \sigma_z) + \\ + H_0(\sigma_\theta - \sigma_r)], \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = \Omega [F_0(\sigma_z - \sigma_\theta) + G_0(\sigma_z - \sigma_r)] \\ 2\gamma_{r\theta} = \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} = N_0 \tau_{r\theta} \Omega, \quad 2\gamma_{\theta z} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} = L_0 \tau_{\theta z} \Omega \\ 2\gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} = M_0 \tau_{rz} \Omega \end{aligned} \quad (1.3)$$

Компоненты напряжений удобно представить в виде

$$\begin{aligned} \sigma_\theta = \sigma_r - \frac{1}{\Omega} [(F+G)\varepsilon_r + G\varepsilon_z], \quad \sigma_z = \sigma_r - \frac{1}{\Omega} (F\varepsilon_r - H\varepsilon_z) \\ \tau_{r\theta} = \frac{2N}{\Omega} \gamma_{r\theta}, \quad \tau_{\theta z} = \frac{2L}{\Omega} \gamma_{\theta z}, \quad \tau_{rz} = \frac{2M}{\Omega} \gamma_{rz} \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$\Omega = \sqrt{(F+G)\varepsilon_r^2 + 2G\varepsilon_r\varepsilon_z + (G+H)\varepsilon_z^2 + 4L\gamma_{\theta z}^2 + 4M\gamma_{rz}^2 + 4N\gamma_{r\theta}^2}$$

где

$$F = \frac{F_0}{\Delta}, \quad G = \frac{G_0}{\Delta}, \quad H = \frac{H_0}{\Delta}, \quad L = L_0^{-1}, \quad M = M_0^{-1}, \quad N = N_0^{-1}$$

$$\Delta = F_0 G_0 + G_0 H_0 + H_0 F_0$$

Скорости перемещений и компоненты напряжений можно выразить через неизвестную функцию $f(r)$:

$$\begin{aligned} \sigma_\theta = \sigma_r - \alpha \omega \left(Ff' - G \frac{f}{r} \right), \quad \sigma_z = \sigma_r - \alpha \omega \left[(F+H)f' + H \frac{f}{r} \right] \\ \sigma_r = -2A - 2Bz - \alpha \int_a^r \left(Ff' - G \frac{f}{r} \right) \frac{\omega}{r} dr, \quad \tau_{rz} = Br + \frac{C}{r}, \quad \alpha = \text{sign} \lambda, \quad \tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = 0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\omega = \frac{\sqrt{1 - M_0 \tau_{rz}^2}}{\sqrt{(F+H)f'^2 + 2H \frac{f f'}{r} + (H+G) \frac{f^2}{r^2}}}$$

$$u = \lambda f(r) e^{\lambda z}, \quad w = -\frac{1}{r} (rf)' e^{\lambda z} + D, \quad v = 0 \quad (1.6)$$

где λ , a —заданные постоянные, A , B , C , D —произвольные постоянные.

Приведенные выражения напряжений (1.5) и скоростей перемещений (1.6) будут решениями системы уравнений (1.1)—(1.3), если функция $f(r)$ удовлетворяет следующему обыкновенному дифференциальному уравнению:

$$f'' + \frac{1}{r}f' - \frac{1+\lambda^2 r^2}{r^2}f + \frac{\lambda M_0 \tau_{rz}}{\sqrt{1-M_0^2 \tau_{rz}^2}} \sqrt{(F+H)f'^2 + 2H \frac{f'f}{r} + (G+H) \frac{f^2}{r^2}} = 0 \quad (1.7)$$

Полученное уравнение кроме двух своих содержит еще две произвольные постоянные, входящие в функцию τ_{rz} . Характер течения пластической массы на граничных поверхностях тела определяет краевые условия для этого уравнения, а из условий, накладываемых на указанное касательное напряжение на этих поверхностях, находятся произвольные постоянные, содержащиеся в этом выражении. Гидростатическая постоянная A определяется из условия равновесия тела в продольном направлении.

Будем отличать внутреннее и внешнее внедрение в зависимости от того, впрессовывается ли жесткий элемент с внутренней или с внешней стороны по отношению к элементу из более мягкого материала.

2. *Внутреннее внедрение.* Пусть в абсолютно жесткой цилиндрической прессформе плотно помещена цилиндрическая труба из анизотропного идеального жестко-пластического материала с внутренним и внешним радиусами a и b , соответственно, а в нее соосно впрессовывается цилиндрическая труба из значительно более твердого материала с переменным внешним радиусом $R(z) = a + u_1 \exp(\nu z/b)$, где ν и u_1 —заданные положительные постоянные (фиг. 1). Материал этой трубы считаем недеформируемым.

Цилиндрическую координатную систему закрепляем с жесткой трубой так, чтобы плоскость $z=0$ прошла через входное торцевое сечение, а положительное направление оси z —по оси труб против направления движения. Считаем, что материал деформируемой трубы по всей толщине в области $z > 0$ переходит в чисто пластическое состояние, а торец $z=l$ этой трубы считаем свободным от внешних сил.

Введем обозначения: $u_0 = u_1/b$, $\lambda = \nu/b$, $\rho_0 = a/b$, безразмерные координаты $\rho = r/b$, $\xi = z/b$ и функции

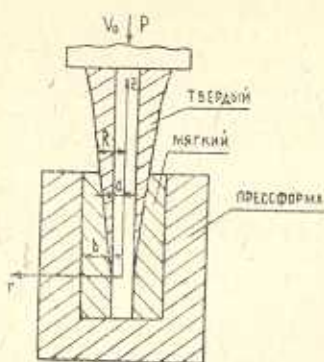
$$f(r) = b^2 f_*(\rho), \quad R(z) = b R_*(\xi)$$

где

$$R_*(\xi) = \rho_0 + \nu u_0 \exp(\nu \xi)$$

После преобразования формул (1.5), отпуская в дальнейшем знак *, для компонентов напряжений получим

$$\sigma_r = -2A - 2B\xi - \int_{\rho_0}^{\rho} \left(Ff' - G \frac{f}{\rho} \right) \frac{\omega}{\rho} d\rho, \quad \sigma_\theta = \tau_r - \left(Ff' - G \frac{f}{\rho} \right) \omega$$



Фиг. 1

$$\sigma_z = \sigma_r - \left[(F+H)f' + H \frac{f}{\rho} \right] \omega$$

$$\tau_{rz} = B\rho + \frac{C}{\rho}, \quad \tau_{\theta z} = \tau_{r\theta} = 0 \quad (2.1)$$

$$\omega = \frac{\sqrt{1 - M_0 \tau_{rz}^2}}{\sqrt{(F+H)f'^2 + 2H \frac{f'f}{\rho} + (G+H) \frac{f^2}{\rho^2}}}$$

Компоненты скоростей перемещений в новых обозначениях будут

$$u = \nu f(\rho) \exp(\nu \xi)$$

$$\omega = -\frac{1}{\rho} (\rho f)' \exp(\nu \xi) + D, \quad v = 0 \quad (2.2)$$

Здесь и в дальнейшем скорости перемещений отнесены к b . Дифференциальное уравнение (1.7) в новых переменных переписывается в виде

$$f'' + \frac{1}{\rho} f' - \frac{1 + \nu^2 \rho^2}{\rho^2} f + \frac{\nu M_0 \tau_{rz}}{\sqrt{1 - M_0 \tau_{rz}^2}} \sqrt{(F+H)f'^2 + 2H \frac{f'f}{\rho} + (G+H) \frac{f^2}{\rho^2}} = 0 \quad (2.3)$$

Исходя из допущения о недеформируемости вдавливаемой трубы и прессформы, а также принимая за нормальную скорость перемещения на поверхности $\rho = R(\xi)$ радиальную скорость перемещения $u(\rho_0, \xi)$, для функции $f(\rho)$ будем иметь граничные условия

$$f(\rho_0) = u_0 V_0 = u_*, \quad f(1) = 0 \quad (2.4)$$

где V_0 — скорость внедрения.

Принимаем, что степени шероховатости в продольном направлении на внутренних и внешних поверхностях заданы и равны соответственно m_1 и m_2 , причем $m_1 > 0$. Используя эти граничные условия, находим

$$B = \frac{m_2 - \rho_0 m_1}{1 - \rho_0^2}, \quad C = \frac{m_1 - \rho_0 m_2}{1 - \rho_0^2} \rho_0 \quad (2.5)$$

Торец деформируемой трубы $\xi = \xi_0 = \frac{l}{b}$ свободен от нормальных сил, следовательно

$$\int_{\rho_0}^1 \sigma_z(\rho, \xi_0) \rho d\rho = 0 \quad (2.6)$$

Подставляя сюда σ_z из (2.1) и производя интегрирование по частям в полученном двукратном интеграле, найдем

$$A = -B\xi_0 - \frac{1}{2(1-\rho_0^2)} \int_{\rho_0}^1 \left\{ \left[2H + F \left(1 + \frac{1}{\rho^2} \right) \right] f' + \right. \\ \left. + \left[2H + G \left(1 - \frac{1}{\rho^2} \right) \right] \frac{f}{\rho} \right\} \omega \rho d\rho \quad (2.7)$$

Используя выражения компонентов скоростей перемещений, легко проверить, что условие сохранения количества масс

$$\rho_0 \int_0^{\xi_0} u(\rho_0, \xi) d\xi = \int_{\rho_0}^1 [\omega(\rho, \xi_0) - \omega(\rho, 0)] \rho d\rho \quad (2.8)$$

выполняется тождественно.

Из условия равновесия элемента на контактной поверхности трубы $\rho = R(\xi)$ (фиг. 2) для абсолютного значения давления по оси имеем

$$p(\xi) = -\sigma_z(\rho_0, \xi) \cos \alpha + \tau_{rz}(\rho_0) \sin \alpha \quad (2.9)$$

причем

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+R'^2}}, \quad \cos \alpha = \frac{R'}{\sqrt{1+R'^2}}$$

Суммарная осевая сила, приходящаяся на эту поверхность, то есть сила впрессовывания, будет

$$P = 2\pi b^2 \int_0^{\xi_0} R(\xi) \sqrt{1+R'^2(\xi)} p(\xi) d\xi \quad (2.10)$$

Подставляя выражения для $R(\xi)$ и $p(\xi)$ и производя интегрирование, находим

$$P/\pi b^2 = 2\rho_0 \xi_0 m_1 + 2u_0(\exp(\nu \xi_0) - 1)(m_1 + \nu \rho_0 S) + \\ + \nu^2 u_0 S (\exp(2\nu \xi_0) - 1) + 4B\rho_0 u_0 [1 + \exp(\nu \xi_0) \times \\ \times (\nu \xi_0 - 1)] + B\nu u_0^2 [1 + \exp(2\nu \xi_0)(2\nu \xi_0 - 1)] \quad (2.11)$$

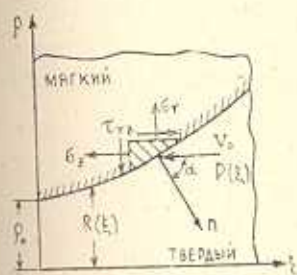
причем $S = Q - 2B\xi_0$, где

$$Q = -\frac{1}{1-\rho_0^2} \int_{\rho_0}^1 \left\{ \left[2H + F \left(1 + \frac{1}{\rho^2} \right) \right] f' + \right. \\ \left. + \left[2H + G \left(1 - \frac{1}{\rho^2} \right) \right] \frac{f}{\rho} \right\} \omega \rho d\rho +$$

$$+ \left[(F+H)f'(\rho_0) + H \frac{u_0}{\rho_0} \right] \omega(\rho_0) \quad (2.12)$$

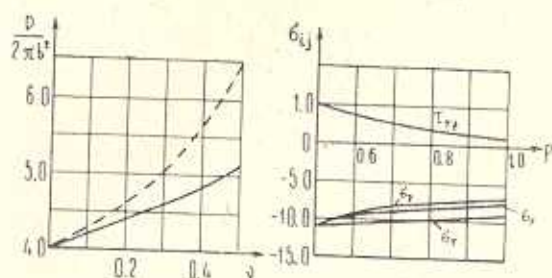
Разлагая в степенной ряд экспоненциальные функции, входящие в (2.11), и ограничиваясь первыми двумя членами, получим

$$P = 2\pi b^2 \xi_0 (\rho_0 + \nu u_0) (m_1 + \nu^2 u_0 Q) \quad (2.13)$$



Фиг. 2

Получено численное решение дифференциального уравнения (2.3) с краевыми условиями (2.4) при следующих значениях параметров: $\nu = 0,2$; $\xi = 0$; $\xi_0 = 8$; $V_0 = 1$; $u_0 = 0,25$; $\rho_0 = 0,5$; $\rho = 1$; $m_1 = 1$; $m_2 = 0,2$; $F/M = 3$; $G/M = 2$, $H/M = 1,5$. На основании численных расчетов, выполненных на ЭВМ ЕС-1022 по формулам (2.1), (2.13), на фиг. 3 построены графики напряжений и силы впрессовывания. Для сравнения пунктирной линией показан график силы впрессовывания для изотропной трубы. Как видно из графика, анизотропия существенно влияет на величину силы впрессовывания.



Фиг. 3

3. Внешнее внедрение. Пусть теперь цилиндрическая труба с внутренним и внешним радиусами a и b , соответственно, из анизотропного идеально жестко-пластического материала плотно насажена на недеформируемую трубу (прессформа), на которую с наружной стороны соосно впрессовывается труба из значительно более твердого материала с внутренним, монотонно возрастающим по оси трубы, относительным радиусом $R = 1 - \nu u_0 \exp(\nu \xi)$. Материал этой трубы считается абсолютно жестким, а координатную систему закрепляем с ним как в случае внутреннего внедрения (фиг. 4). Принимаем, что деформируемая труба по всей толщине при $z > 0$ переходит в чисто пластическое состояние.

Заменяя в выражениях (2.1)–(2.2) знак функции $f(\rho)$, для компонентов напряжений получим

$$\begin{aligned} \tau_r &= -2A - 2B\xi + \int_{\rho_0}^{\rho} \left(Ff' - G \frac{f}{\rho} \right) \frac{\omega}{\rho} d\rho, & \sigma_\theta &= \sigma_r + \left(Ff' - G \frac{f}{\rho} \right) \omega \\ \sigma_z &= \sigma_r + \left[(F+H)f' + H \frac{f}{\rho} \right] \omega, & \tau_{rz} &= B\xi + \frac{C}{\rho}, & \tau_{r\theta} &= \tau_{\theta z} = 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\omega = \frac{\sqrt{1 - M_0^2 \tau_{rz}^2}}{\sqrt{(F+H)f'^2 + 2H \frac{f'f}{\rho} + (G+H) \frac{f^2}{\rho^2}}}$$

Соответственно для компонентов скоростей перемещений (в долях b) будем иметь

$$u = -\nu f(\rho) \exp(\nu \xi), \quad \omega = \frac{1}{\rho} (\rho f)' \exp(\nu \xi) + D, \quad v = 0 \quad (3.2)$$

Дифференциальное уравнение (2.3) примет вид

$$f'' + \frac{1}{\rho} f' - \frac{1 + \nu^2 \rho^2}{\rho^2} f - \frac{\nu \tau_{rz} M_0}{\sqrt{1 - M_0^2 \tau_{rz}^2}} \sqrt{(F+H)f'^2 + 2H \frac{f'f}{\rho} + (G+H) \frac{f^2}{\rho^2}} = 0 \quad (3.3)$$

Исходя из допущений о недеформируемости вдавливаемой трубы и прессформы, а также из того, что нормальная скорость перемещения на поверхности $\rho = R(\xi)$ заменяется радиальной $u(1, \xi)$, для функции $f(\rho)$ находим граничные условия

$$f(\rho_0) = 0, \quad f(1) = u_0 V_0 = u_* \quad (3.4)$$

Граничные значения τ_{rz} на внутренней и на внешней поверхностях считаем известными, соответственно, $-m_1$ и $-m_2$, где $m_i > 0$. Используя эти граничные условия, находим

$$B = \frac{\rho_0 m_1 - m_2}{1 - \rho_0^2}, \quad C = \frac{\rho_0 m_2 - m_1}{1 - \rho_0^2} \rho_0 \quad (3.5)$$

Из статического условия (2.6) определяем

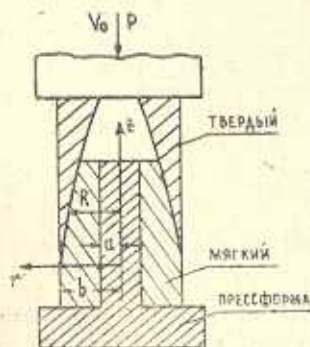
$$A = -B \xi_0 + \frac{1}{2(1 - \rho_0^2)} \int_{\rho_0}^1 \left[\left[2H + F \left(1 + \frac{1}{\rho^2} \right) \right] f' + \left[2H + G \left(1 - \frac{1}{\rho^2} \right) \right] \frac{f}{\rho} \right] \omega \rho d\rho \quad (3.6)$$

Из условия равновесия элемента вблизи контактной поверхности $\rho = R(\xi)$ (фиг. 5) для абсолютного значения осевого давления получаем

$$p(\xi) = -\sigma_z(1, \xi) \cos \alpha - \tau_{rz}(1) \sin \alpha \quad (3.7)$$

причем

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + R'^2}}, \quad \cos \alpha = -\frac{R'}{\sqrt{1 + R'^2}}$$



Фиг. 4



Фиг. 5

Сила впрессовывания определяется по формуле (2.10), где следует положить $R=1-\nu u_0 e^{\nu \xi}$, а $p(\xi)$ — согласно (3.7). После вычисления находим

$$P/\pi b^2 = 2\xi_0 m_2 + 2u_0 (\exp(\nu \xi_0) - 1)(\nu S - m_2) - \nu^2 u_0^2 S (\exp(2\nu \xi_0) - 1) + 4B u_0 [1 + \exp(\nu \xi_0)(\nu \xi_0 - 1)] - B \nu u_0^2 [1 + \exp(2\nu \xi_0)(2\nu \xi_0 - 1)] \quad (3.8)$$

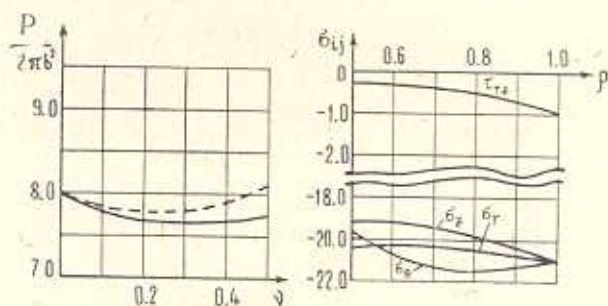
где $S = Q - 2B\xi_0$, причем

$$Q = \frac{1}{1-\rho_0^2} \int_{\rho_0}^1 \left\{ \left[2H + F \left(1 + \frac{1}{\rho^2} \right) \right] \left[f' + \left[2H + G \left(1 - \frac{1}{\rho^2} \right) \right] \frac{f}{\rho} \right] \omega \rho d\rho - \int_{\rho_0}^1 \left(F f' - G \frac{f}{\rho} \right) \frac{\omega}{\rho} d\rho - [(F+H)f'(1) + H u_0] \omega(1) \right\}$$

Разлагая в степенной ряд экспоненциальные функции и ограничиваясь первыми двумя членами, получаем

$$P = 2\pi b^2 \xi_0 (1 - \nu u_0) (m_2 + \nu^2 u_0 Q) \quad (3.9)$$

Численное решение дифференциального уравнения (3.3) с граничными условиями (3.4) получено при следующих значениях параметров: $\nu=0,2$; $\xi=0$; $\xi_0=8$; $V_0=1$; $u_0=0,25$; $\rho_0=0,5$; $\rho=1$; $m_1=0,2$; $m_2=1$; $F/M=0,5$; $G/M=5$; $H/M=0,8$. На фиг. 6 показаны результаты численных расчетов, выполненных по формулам (3.1), (3.9) для напряжений и силы впрессовывания. Для сравнения пунктирной линией показан график силы впрессовывания для изотропной трубы. График свидетельствует о существенном влиянии анизотропии $\frac{E_2}{E_1}$ на величину силы впрессовывания.



Фиг. 6

4. *Случай цилиндрических слоев.* Полученные в предыдущих параграфах результаты можно применять при внедрении разнородных анизотропных цилиндрических слоев.

1. Пусть цилиндрический слой из анизотропного идеального жесткопластического материала плотно помещен в прессформе, состоящей из недеформируемой цилиндрической поверхности $r=b$, идеально-гладких жестких осевых плоскостей $\theta = \pm \theta_0$ и в него соосно впрессовывается

цилиндрический слой из значительно более твердого материала с наружным относительным радиусом $R=r_0+u_0e^{\nu\xi_0}$ и ограниченными осевыми сечениями $\theta = \pm\theta_0$. Напряженное состояние и поле скоростей перемещений деформируемого слоя определяется согласно формулам (2.1) — (2.2), а сила впрессовывания будет $\frac{\theta_0}{\pi}P$, где P определяется по формуле (2.11) или (2.13).

2. При внешнем внедрении полагаем, что цилиндрический слой из мягкого, анизотропного материала помещен в прессформе, которая ограничена недеформируемой поверхностью $r=a$, жесткими идеально гладкими осевыми плоскостями $\theta = \pm\theta_0$ и в него соосно вдавливается цилиндрический слой из значительно более твердого материала с внутренним относительным радиусом $R=1-u_0\exp(\nu\xi_0)$ и с осевыми сечениями $\theta = \pm\theta_0$. Формулы напряжений и скоростей перемещений определяются по (3.1) — (3.2), а сила впрессовывания будет $\frac{\theta_0}{\pi}P$, где P дается согласно (3.8) или (3.9).

ԱՆԻՉՈՏՐՈՊ ԿՈՂՈՎԱԿԻ ՄԵՋ ՊԼԱՍՏԻՎՈՐԵՆ ԿՈՇՏ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ՄԱՐՄԵՆԻ ՆԵՐԳՐՈՒՄԸ

Ա. Գ. ՀԱԿՈՅԱՆ, Մ. Ա. ՉԱԴՅԱՆ

Ա մ փ ո փ ո ս մ

Գիտարկվում է կոշտ գլանային մարմնի ներգրումը անիզոտրոպ, իզանալական-կոշտ պլաստիկ խողովակի մեջ, որի նյութը ենթարկվում է Միզեսի-Հիլլի հոսունության պայմանին: Լուծման մեջ դեֆորմացիաների արագությունների տենզորը ֆունկցիա է շառավղային և երկայնական կոորդինատներից: Ստացված են գլանային անիզոտրոպ խողովակի մեջ առաջացած լարումները և ներգրման ուժը որոշող արտահայտությունները: Գիտարկված է արտաքին և ներքին ներգրումը: Լուծումը կարելի է օգտագործել տարասեռ անիզոտրոպ գլանային շերտերի ներգրման համար: Բերված են թվային օրինակներ:

THE PENETRATION OF A RIGID CYLINDRICAL BODY IN A PLASTIC ANISOTROPIC PIPE

A. G. HACOBIAN, M. A. ZADQYAN

S u m m a r y

The penetration of a rigid cylindrical body in an anisotropic, ideal-rigid plastic pipe is considered, the material of which obeys the Mises-Hill flow criterion. In the solution the tensor of the speed of strain is a function of radial and longitudinal coordinates. We have obtained relations which determine the stress appearing in a cylindrical anisotropic pipe and the penetration force. Internal and external penetration is considered. The solution may be applied to the penetration of heterogeneous anisotropic cylindrical layers. A numerical example is presented.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хилл Р. Математическая теория пластичности. М.: Гостехиздат, 1956. 407 с.
2. Шоршоров М. Х., Колесниченко В. А., Алехин В. П. Каппипрессовая сварка давлением разнородных металлов. М.: Металлургия, 1982. 112 с.
3. Матченко Н. М., Толоконников О. Л. Некоторые частные решения уравнений осесимметричной задачи теории идеальной пластичности цилиндрически анизотропных материалов.—В сб.: Работы по механике сплошных сред. Тула: ТПИ, 1974, с. 105—112.
4. Колмогоров В. Л., Соловей В. Д. К предельной нагрузке анизотропной трубы под внутренним давлением.—Прикл. механика, 1975, т. 11, вып. 7, с. 79—88.
5. Betten Josef, Frosch Hans-Georg. Elastisch-plastisches Verhalten dickwandiger Zylinder unter Berücksichtigung der plastischen Anisotropie und der plastischen Kompressibilität.—Forsch. Ingenieurw., 1983, v. 49, № 4, p. 112—116.
6. Chater E., Neale K. W. Large strain inelastic behaviour of cylindrical tubes.—Internat. J. Solids and Struct., 1983, v. 19, № 8, p. 709—724.
7. Sugimoto Masakatsu, Itakura Yoshikiyo, Saito Koichi. Изучение пластического поведения труб из анизотропного материала с открытыми и закрытыми концами под внутренним давлением.—Нихон кикай гаккай ромбунсю. Trans. Jap. Soc. Mech. Engng, 1973, v. 39, № 328, p. 3609—3618.
8. Бочарова С. А. Напряженное состояние цилиндра из анизотропного материала под действием внутреннего давления и осевой силы при больших пластических деформациях.—Изв. вузов. Машиностроение, 1971, № 7, с. 5—10.
9. Задоян М. А. О некоторых решениях уравнений пластического течения анизотропной среды.—Инж. ж. МТТ, 1966, № 2, с. 91—96.
10. Задоян М. А. Внедрение жесткого цилиндрического тела в идеально пластическую трубу.—Изв. АН СССР, МТТ, 1985, № 5, с. 98—108.

Институт механики АН Армянской ССР,

Поступила в редакцию
28.1.1985