

УДК 539.3

КУБИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНАЯ ПОЛЗУЧЕСТЬ НЕОДНОРОДНО
СТАРЕЮЩИХ КОМПОЗИТОВ ИЗОТРОПНЫХ ФАЗ

КОЛОКОЛЬЧИКОВ В. В.

1. Пусть композит состоит из изотропных фаз. Обобщение главной квазилинейной кубической теории вязкоупругости [1] на неоднородно стареющие [2] композиты будет иметь вид

$$\varepsilon_{\alpha\alpha}(t) = \frac{1}{3\hat{K}_*} \sigma_{\alpha\alpha}, \quad e_{ij}(t) = \left[\frac{1}{2\hat{\mu}_*} + \hat{\Gamma}_* s_{mn} \right] s_{ij} \quad (1.1)$$

где

$$\frac{1}{3\hat{K}_*} \sigma_{\alpha\alpha} = \frac{\sigma_{\alpha\alpha}(t)}{3K(t-\tau^*(x), x)} + \int_0^t I_0(\tau-\tau^*(x), t-\tau, x) \sigma_{\alpha\alpha}(\tau) d\tau \quad (1.2)$$

$$\frac{1}{2\hat{\mu}_*} s_{ij} = \frac{1}{2\mu(t-\tau^*(x), x)} s_{ij} + \int_0^t I(\tau-\tau^*(x), t-\tau, x) s_{ij}(\tau) d\tau$$

$$\hat{\Gamma}_* s_{mn} s_{mn} s_{ij} = A_* s_{ij}(t) + \int_0^t B_* s_{ij}(\tau) d\tau$$

Здесь обозначено

$$A_* = \Gamma_0(t-\tau^*(x), x) s(t, t) + \int_0^t [\Gamma_1(\tau-\tau^*(x), t-\tau, x) s(t, \tau) + \Gamma_2(\tau-\tau^*(x), t-\tau, x) s(\tau, \tau)] d\tau, \quad B_* = \Gamma_3(\tau-\tau^*(x), t-\tau, x) s(t, t) + \Gamma_4(\tau-\tau^*(x), t-\tau, x) s(t, \tau) + \Gamma_5(\tau-\tau^*(x), t-\tau, x) s(\tau, \tau)$$

$$s(t, \tau) = s_{mn}(t) s_{mn}(\tau)$$

В формулах (1.1)–(1.3) $\varepsilon_{\alpha\alpha}$, $\sigma_{\alpha\alpha}$ —первые инварианты тензоров деформаций и напряжений; e_{ij} , s_{ij} —девиаторы деформаций и напряжений; K и μ —объемный и сдвиговой модули; $\Gamma_0/2\mu$ —коэффициент кубической податливости; I —функция линейной сдвиговой ползучести; Γ ($l=1, 2, 3, 4, 5$)—функции кубически нелинейной сдвиговой ползучести; I_0 —функция объемной ползучести. Модули и функции ползучести зависят явно от x для неоднородных композиционных материалов, а сдвиг времени y аргументов t, τ , равный $\delta^*(x)$, является моментом времени изготовления образца в окрестности точки x [2] и учитывает неоднородность старения, отмечаемую индексом*. Для не-

пористых композиционных материалов (1.1), (1.2) объемные свойства—линейные.

Сохраняя равенства (1.1), (1.2), для девятиаторов можно принять более простое соотношение [1] для главной теории неоднородно стареющих композитов, следующее из (1.1), (1.2) при

$$A_* = \Gamma_0(t - \tau^*(x), x) s_{mn}(t) s_{mn}(t), \quad B_* = \Gamma_3(\tau - \tau^*(x), t - x, x) s_{mn}(\tau) s_{mn}(\tau) \quad (1.4)$$

2. При решении краевых задач ползучести композитов, составленных из большого числа разных однородных тел, трудно учесть явную зависимость модулей и функций ползучести от координат x . Поэтому представляет интерес получение эффективных однородных свойств упругости и ползучести и затем учет неоднородности старения.

Рассмотрим сначала случай композита, хаотически составленного из своих компонент, но изготавливаемого наращиванием. Поэтому возраст материала существенно может зависеть от координат. В рассматриваемом случае композит может эффективно считаться изотропным, но неоднородно стареющим материалом. Ниже будем ограничиваться главными моделями вида (1.1), (1.2), (1.4). Введем $\Delta V(x)$ —объем с центром инерции в точке x , внутри которого (при фиксированном x) отдельно для объема $\Delta V_i(x)$ каждого ξ —компонента материала старение может считаться однородным ($\Delta V(x) = \sum_{\xi} \Delta V_i(x)$).

Будем считать, что структура композита практически периодична. Тогда относительное содержание v_{ξ} ξ -го компонента в объеме $\Delta V(x)$ не зависит от x :

$$\Delta V_i(x) / \Delta V(x) = v_{\xi} \quad (2.1)$$

Введем среднее $\langle \rangle_{\Delta}$ по окрестности $\Delta V(x)$ каждой точки x :

$$\langle a \rangle_{\Delta} = \frac{1}{\Delta V(x)} \int_{\Delta V(x)} a(x') dV(x') \quad (2.2)$$

Результат осреднения в (2.2) зависит от x более гладко, чем $a(x')$ от x' . При дискретном осреднении имеем

$$\langle a \rangle_{\Delta} = \sum_{\xi} v_{\xi} a(t - \tau_{\xi}^*(x)) \quad (2.3)$$

Здесь $\tau_{\xi}^*(x)$ —момент времени изготовления образца в окрестности точки x компонента с номером ξ .

Обобщение осреднения по Рейссу [3] на случай неоднородно стареющих материалов будет следовать из предположения для напряжений

$$\sigma_{ij}(t) = \langle \sigma_{ij} \rangle_{\Delta} \quad (2.4)$$

Осредняя соотношения (1.1) с учетом (1.2), (1.4)—(2.4), получим

$$\langle \varepsilon_{\alpha\alpha} \rangle_{\Delta} = \frac{1}{3\hat{K}_{*3}} \langle \sigma_{\alpha\alpha} \rangle_{\Delta}, \quad \langle e_{ij} \rangle_{\Delta} = \left[\frac{1}{2\hat{\mu}_{*3}} + \hat{\Gamma}_{*3} \langle S_{mn} \rangle_{\Delta} \langle S_{mn} \rangle_{\Delta} \right] \langle S_{ij} \rangle_{\Delta} \quad (2.5)$$

причем эффективные операторы ползучести по Рейссу равны

$$\frac{1}{\hat{K}_{*3}} = \left\langle \frac{1}{\hat{K}_{*}} \right\rangle_{\Delta}, \quad \frac{1}{\hat{\mu}_{*3}} = \left\langle \frac{1}{\hat{\mu}_{*}} \right\rangle_{\Delta}, \quad \hat{\Gamma}_{*3} = \langle \hat{\Gamma}_{*} \rangle_{\Delta} \quad (2.6)$$

Эффективные операторы ползучести (2.6) определяются формулами вида (1.2), (1.4), в которых модули и функции ползучести заменяются на эффективные модули и эффективные функции ползучести (2.3):

$$1/\hat{K}_{*3} = \sum_{\xi} v_{\xi} / K(t - \tau_{\xi}^{*}(x)), \quad 1/\hat{\mu}_{*3} = \sum_{\xi} v_{\xi} / \mu(t - \tau_{\xi}^{*}(x)) \quad (2.7)$$

$$\hat{\Gamma}_{03} = \sum_{\xi} v_{\xi} \Gamma_0(t - \tau_{\xi}^{*}(x)), \quad I_{03} = \sum_{\xi} v_{\xi} I_0(\tau - \tau_{\xi}^{*}(x), t - \tau)$$

$$I_{\alpha} = \sum_{\xi} I(\tau - \tau_{\xi}^{*}(x), t - \tau), \quad \hat{\Gamma}_{53} = \sum_{\xi} v_{\xi} \Gamma_5(\tau - \tau_{\xi}^{*}(x), t - \tau)$$

Формулы (2.7) указывают на новый качественный эффект осредненного рассмотрения неоднородно стареющих композитов—модули, податливости и ядра ползучести зависят от моментов времени $\tau_{\xi}^{*}(x)$ всех компонентов. В общем случае единое эффективное время $\tau_{0}^{*}(x)$ подобрать не удастся. Единое эффективное время $\tau_{\alpha}^{*}(x)$ можно ввести для композита, если только один компонент обладает неоднородностью старения или если несколько компонентов обладают одинаковыми функциями $\tau^{*}(x)$. Тогда функции в (2.7), определяющие старение, зависят от t и $t - \tau_{\alpha}^{*}(x)$ или от τ и $\tau - \tau_{\alpha}^{*}(x)$. Если несколько компонентов обладают одинаковыми функциями $\tau^{*}(x) \equiv \tau_{\alpha}^{*}(x)$, а остальным компонентам не свойственно старение, только тогда функции в (2.7), определяющие старение, зависят от аргумента $t - \tau_{\alpha}^{*}(x)$ или $\tau - \tau_{\alpha}^{*}(x)$. Решение (1.1) в операторной форме будет иметь вид

$$\varepsilon_{\alpha\alpha}(t) = 3\hat{K}_{*3} \varepsilon_{\alpha\alpha}, \quad s_{ij}(t) = 2(\hat{\mu}_{*3} + \hat{M}_{*} e_{mn} e_{mn}) e_{ij} \quad (2.8)$$

где с точностью до третьих степеней деформаций

$$\hat{M}_{*} e_{mn} e_{mn} e_{ij} = -8\hat{\mu}_{*} (\hat{\Gamma}_{*} \hat{\mu}_{*} e_{mn} \cdot \hat{\mu}_{*} e_{mn} \cdot \hat{\mu}_{*} e_{ij}) \quad (2.9)$$

Обобщение осреднения по Фойгту [3] на случай неоднородно стареющих композитов следует из осреднения по окрестности (2.2) напряжений, входящих в (2.8), (2.9), и использования предположения $\varepsilon_{ij} = \langle \varepsilon_{ij} \rangle_{\Delta}$. Разрешая полученные осредненные уравнения относительно $\langle \varepsilon_{ij} \rangle_{\Delta}$ через $\langle \sigma_{ij} \rangle_{\Delta}$, получим (2.5), причем эффективные операторы ползучести по Фойгту равны

$$\begin{aligned} 1/\hat{K}_{*3} &= 1/\langle \hat{K}_{*} \rangle_{\Delta}, \quad 1/\hat{\mu}_{*3} = 1/\langle \hat{\mu}_{*} \rangle_{\Delta}, \quad \hat{\Gamma}_{*3} \langle S_{mn} \rangle_{\Delta} \langle S_{mn} \rangle_{\Delta} \langle S_{ij} \rangle_{\Delta} \cong \\ &\cong \frac{1}{\langle \hat{\mu}_{*} \rangle_{\Delta}} \cdot \left\langle \hat{\mu}_{*} \hat{\Gamma}_{*} \hat{\mu}_{*} \frac{1}{\langle \hat{\mu}_{*} \rangle_{\Delta}} \langle S_{mn} \rangle_{\Delta} \cdot \hat{\mu}_{*} \cdot \frac{1}{\langle \hat{\mu}_{*} \rangle_{\Delta}} \langle S_{mn} \rangle_{\Delta} \times \right. \\ &\quad \left. \times \hat{\mu}_{*} \frac{1}{\langle \hat{\mu}_{*} \rangle_{\Delta}} \langle S_{ij} \rangle_{\Delta} \right\rangle_{\Delta} \quad (2.10) \end{aligned}$$

Формулы (2.10) показывают, что в нелинейном случае эффективные операторы ползучести, полученные осреднением по Фойгту уже имеют сложные выражения.

3. Рассмотрим слоистый композит. Пусть ось 3 направлена перпендикулярно слоям. Следуя [4], для слоистого материала будем считать, что

$$\begin{aligned} \sigma_{33} &= \langle \sigma_{33} \rangle_{\Delta}, \quad \sigma_{13} = \langle \sigma_{13} \rangle_{\Delta}, \quad \sigma_{23} = \langle \sigma_{23} \rangle_{\Delta}, \quad \epsilon_{11} = \langle \epsilon_{11} \rangle_{\Delta} \\ \epsilon_{22} &= \langle \epsilon_{22} \rangle_{\Delta}, \quad \epsilon_{12} = \langle \epsilon_{12} \rangle_{\Delta} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Соотношения (3.1) отличаются от соотношений в [4] видом осреднения из-за неоднородного старения материалов. Пусть слои изготовлены из материалов, каждый из которых изотропный, кубически нелинейный, вязкоупругий и определяется соотношением (1.1). С учетом (3.1) уравнения (1.1) переписуются так:

$$\langle \epsilon_{11} \rangle_{\Delta} = \hat{s}_1 \sigma_{11} + \hat{s}_3 \sigma_{22} + \hat{s}_3 \langle \sigma_{33} \rangle_{\Delta}, \quad \langle \epsilon_{22} \rangle_{\Delta} = \hat{s}_3 \sigma_{11} + \hat{s}_1 \sigma_{22} + \hat{s}_3 \langle \sigma_{33} \rangle_{\Delta} \quad (3.2)$$

$$\epsilon_{33} = \hat{s}_3 \sigma_{11} + \hat{s}_3 \sigma_{22} + \hat{s}_1 \langle \sigma_{33} \rangle_{\Delta}, \quad \epsilon_{23} = \frac{1}{2} \hat{s}_2 \langle \sigma_{23} \rangle_{\Delta}, \quad \epsilon_{13} = \frac{1}{2} \hat{s}_2 \langle \sigma_{13} \rangle_{\Delta}$$

$$\langle \epsilon_{12} \rangle_{\Delta} = \frac{1}{2} \hat{s}_2 \sigma_{12}, \quad \hat{s}_{12} = -\hat{s}_{11} \left(\langle \hat{c}_3 \rangle_{\Delta} - \left\langle \hat{c}_3 \frac{1}{c_1} \hat{c}_3 \right\rangle_{\Delta} \right)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{s}_1 &= \frac{1}{9K_*} + \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2\mu_*} + \hat{\Gamma}_* s_{mn} s_{mn} \right), \quad \hat{s}_2 = \frac{1}{\mu_*} + 2\hat{\Gamma}_* s_{mn} s_{mn} \\ \hat{s}_3 &= \frac{1}{9K_*} - \frac{1}{6\mu_*} - \frac{1}{3} \hat{\Gamma}_* s_{mn} s_{mn} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Проделаем следующие выкладки. Осредним четвертое и пятое равенства (3.2). Разрешим шестое равенство (3.2) относительно σ_{12} и осредним результат; разрешим новый результат относительно $\langle \epsilon_{12} \rangle_{\Delta}$. Разрешим первые два уравнения (3.2) относительно σ_{11} и σ_{22} , осредним результат. Из полученных двух уравнений найдем $\langle \epsilon_{11} \rangle_{\Delta}$ и $\langle \epsilon_{22} \rangle_{\Delta}$. Найденные на предыдущем этапе выражения σ_{11} и σ_{22} подставим в третье уравнение (3.2), осредним результат. В новый результат подставим найденные ранее выражения $\langle \epsilon_{11} \rangle_{\Delta}$ и $\langle \epsilon_{22} \rangle_{\Delta}$. В итоге получим

$$\begin{aligned} \langle \epsilon_{11} \rangle_{\Delta} &= \hat{s}_{11} \langle \sigma_{11} \rangle_{\Delta} + \hat{s}_{12} \langle \sigma_{22} \rangle_{\Delta} + \hat{s}_{13} \langle \sigma_{33} \rangle_{\Delta} \\ \langle \epsilon_{22} \rangle_{\Delta} &= \hat{s}_{12} \langle \sigma_{11} \rangle_{\Delta} + \hat{s}_{11} \langle \sigma_{22} \rangle_{\Delta} + \hat{s}_{13} \langle \sigma_{33} \rangle_{\Delta} \\ \langle \epsilon_{33} \rangle_{\Delta} &= \hat{s}_{13} \langle \sigma_{11} \rangle_{\Delta} + \hat{s}_{13} \langle \sigma_{22} \rangle_{\Delta} + \hat{s}_{33} \langle \sigma_{33} \rangle_{\Delta} \\ \langle \epsilon_{23} \rangle_{\Delta} &= \frac{1}{2} \hat{s}_{44} \langle \sigma_{23} \rangle_{\Delta}, \quad \langle \epsilon_{13} \rangle_{\Delta} = \frac{1}{2} \hat{s}_{44} \langle \sigma_{13} \rangle_{\Delta} \\ \langle \epsilon_{12} \rangle_{\Delta} &= \frac{1}{2} \hat{s}_{66} \langle \sigma_{12} \rangle_{\Delta} \end{aligned} \quad (3.4)$$

причем при дополнительном пренебрежении нелинейностью эффекта Пуассона в выражениях, отмечаемых штрихом, для операторов ползучести получим приближенные формулы

$$\begin{aligned} \hat{s}_{11} &= 1 / \left(\left(\langle \hat{c}_1 \rangle_{\Delta} - \left\langle \hat{c}_2 \frac{1}{\hat{c}_1} \hat{c}_2 \right\rangle_{\Delta} \right) - \left(\langle \hat{c}_2 \rangle_{\Delta} - \left\langle \hat{c}_3 \frac{1}{\hat{c}_1} \hat{c}_3 \right\rangle_{\Delta} \right) \times \right. \\ &\quad \times \left. \frac{1}{\langle \hat{c}_1 \rangle_{\Delta} - \left\langle \hat{c}_2 \frac{1}{\hat{c}_1} \hat{c}_2 \right\rangle_{\Delta}} \left(\langle \hat{c}_3 \rangle_{\Delta} - \left\langle \hat{c}_3 \frac{1}{\hat{c}_1} \hat{c}_3 \right\rangle_{\Delta} \right) \right) \quad (3.5) \\ \hat{s}_{12} &= -\hat{s}_{11} \left(\langle \hat{c}_2 \rangle_{\Delta} - \left\langle \hat{c}_3 \frac{1}{\hat{c}_1} \hat{c}_3 \right\rangle_{\Delta} \right) \frac{1}{\langle \hat{c}_1 \rangle_{\Delta} - \left\langle \hat{c}_2 \frac{1}{\hat{c}_1} \hat{c}_2 \right\rangle_{\Delta}} \\ \hat{s}_{13} &= -(\hat{s}_{12} + \hat{s}_{11}) \left\langle \hat{c}_2 \cdot \frac{1}{\hat{c}_1} \right\rangle_{\Delta}, \quad \hat{s}_{00} = 1 / \left\langle \frac{1}{\hat{s}_2} \right\rangle_{\Delta} \\ \hat{s}_{33} &= \left\langle \frac{1}{\hat{c}_1} \right\rangle_{\Delta} - 2 \left\langle \frac{1}{\hat{c}_1} \cdot \hat{c}_3 \right\rangle_{\Delta} \cdot \hat{s}_{12}, \quad \hat{s}_{44} = \langle \hat{s}_2 \rangle_{\Delta} \end{aligned}$$

В формулах (3.5) обозначено

$$\begin{aligned} \hat{c}_1 &= \hat{K}_* + \frac{4}{3} (\hat{\mu}_* + \hat{M}_* e_{mn} e_{mn}), \quad \hat{c}_2 = \hat{K}_* - \frac{2}{3} (\hat{\mu}_* + \hat{M}_* e_{mn} e_{mn}) \quad (3.6) \\ \hat{c}_3 &= \hat{K}_* + \frac{4}{3} \hat{\mu}_*, \quad \hat{c}_4 = \hat{K}_* - \frac{2}{3} \hat{\mu}_* \end{aligned}$$

Если в формулах (3.5) опустить штрихи, то получатся точные выражения для операторов ползучести слоистого композита. При нахождении зависимости операторов ползучести от средних напряжений точным выражением пользоваться сложно. Приведем эти зависимости, основанные на приближении (3.5), в частном случае, когда коэффициент Пуассона ν компонентов композита в линейной области приближенно не зависит от координат и времени. Тогда формулы (3.5) перепишутся так:

$$\begin{aligned} \hat{s}_{11} &= \frac{1}{\langle \hat{E}_* \rangle_{\Delta}} \left(1 + \frac{4}{3} \langle \hat{\mu}_* \hat{\Gamma}_* s_{mn} s_{mn} \hat{\mu}_* \rangle_{\Delta} \frac{1}{\langle \hat{\mu} \rangle_{\Delta}} \right), \quad \hat{s}_{12} = -\nu_{12} \hat{s}_{11} \\ \hat{s}_{13} &= -\nu_{13} \hat{s}_{11}, \quad \nu_{12} = \nu, \quad \nu_{13} = \nu, \quad \hat{E}_* = 2(1 + \nu) \hat{\mu}_*, \\ \hat{s}_{33} &= \left\langle \frac{1}{\hat{c}_1} \right\rangle_{\Delta} + N \hat{s}_{11}, \quad N = 2 \frac{\nu^2}{1 - \nu} \quad (3.7) \\ \left\langle \frac{1}{\hat{c}_1} \right\rangle_{\Delta} &= \left\langle \frac{1}{\hat{c}_1} \right\rangle + \frac{8}{3} \left\langle \frac{1}{\hat{c}_1} \hat{\mu}_* \hat{\Gamma}_* s_{mn} s_{mn} \hat{\mu}_* \frac{1}{\hat{c}_1} \right\rangle_{\Delta} \\ \hat{s}_{44} &= \left\langle \frac{1}{\hat{\mu}_*} \right\rangle_{\Delta} + 2 \langle \hat{\Gamma}_* s_{mn} s_{mn} \rangle_{\Delta} \end{aligned}$$

$$\hat{s}_{00} = \frac{1}{\langle \hat{\mu}_* \rangle_{\Delta}} \left(1 + 2 \langle \hat{\mu}_* \hat{\Gamma}_* S_{mn} S_{mn} \hat{\mu}_* \rangle_{\Delta} \frac{1}{\langle \hat{\mu}_* \rangle_{\Delta}} \right)$$

Если ν не постоянная по коэффициентам величина, приближенно можно пользоваться формулами (3.7), но для других значений ν_{12} , ν_{13} , N , получаемых из (3.5), если пренебречь в выражениях для \hat{s}_{12} , \hat{s}_{13} , \hat{s}_{33} операторами вязкости у величин со штрихами. Тогда

$$\begin{aligned} \nu_{12} &\cong \left[\left\langle \frac{2\mu_* \nu}{1-2\nu} \right\rangle_{\Delta} - \left\langle \frac{2\mu_* \nu}{1-2\nu} \frac{\nu}{1-\nu} \right\rangle_{\Delta} \right] / \left[\left\langle \frac{2\mu_*(1-\nu)}{1-2\nu} \right\rangle_{\Delta} - \left\langle \frac{2\mu_* \nu}{1-2\nu} \frac{\nu}{1-\nu} \right\rangle_{\Delta} \right] \\ \nu_{13} &\cong \left\langle \frac{\nu}{1-\nu} \right\rangle_{\Delta} (1 - \nu_{12}), \quad N \cong 2 \left\langle \frac{\nu}{1-\nu} \right\rangle_{\Delta} \nu_{13} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Для слоистых материалов напряжения в компонентах связаны со средними по композиту напряжениями первыми тремя равенствами (3.1) и соотношениями [4, 5]

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \hat{a} \langle \sigma_{11} \rangle_{\Delta}, \quad \sigma_{22} = \hat{a} \langle \sigma_{22} \rangle_{\Delta}, \quad \sigma_{12} = \hat{b} \langle \sigma_{12} \rangle_{\Delta} \\ \hat{a} &\cong \hat{E}_* / \langle \hat{E}_* \rangle_{\Delta}, \quad \hat{b} = \hat{\mu}_* / \langle \hat{\mu}_* \rangle_{\Delta} \end{aligned} \quad (3.9)$$

В первом приближении коэффициенты концентрации напряжений в компонентах a и b могут определяться только модулями упругости E_* и μ_* . С учетом (3.1) и (3.9) получаются зависимости (3.7) от средних по композиту напряжений при помощи следующего правила, в котором произвольные операторы \hat{A} и \hat{B} надо заменить на соответствующие операторы, входящие в (3.7)

$$\begin{aligned} \langle \hat{A} \hat{\Gamma}_* S_{mn} S_{mn} \hat{B} \rangle_{\Delta} &= \frac{2}{3} \langle \hat{A} \hat{\Gamma}_* \hat{a}^2 [\langle \sigma_{11} \rangle_{\Delta}^2 + \langle \sigma_{22} \rangle_{\Delta}^2 - \langle \sigma_{11} \rangle_{\Delta} \langle \sigma_{22} \rangle_{\Delta}] \hat{B} \rangle_{\Delta} \\ &- \frac{1}{3} \langle \hat{A} \hat{\Gamma}_* [\hat{a} \langle \sigma_{11} \rangle_{\Delta} \langle \sigma_{33} \rangle_{\Delta} + \langle \sigma_{33} \rangle_{\Delta} \hat{a} \langle \sigma_{11} \rangle_{\Delta} + \hat{a} \langle \sigma_{22} \rangle_{\Delta} \langle \sigma_{33} \rangle_{\Delta} + \\ &+ \langle \sigma_{22} \rangle_{\Delta} \hat{a} \langle \sigma_{33} \rangle_{\Delta}] \hat{B} \rangle_{\Delta} + 2 \langle \hat{A} \hat{\Gamma}_* \hat{b}^2 \langle \sigma_{12} \rangle_{\Delta}^2 \hat{B} \rangle_{\Delta} + \\ &+ 2 \langle \hat{A} \hat{\Gamma}_* \left[\frac{1}{3} \langle \sigma_{33} \rangle_{\Delta}^2 + \langle \sigma_{23} \rangle_{\Delta}^2 + \langle \sigma_{13} \rangle_{\Delta}^2 \right] \hat{B} \rangle_{\Delta} \end{aligned}$$

ԻԶՈՏՐՈՊԱՅԻՆ ՓՈԻԼԵՐԻ ԱՆԷԱՄԱՍԵՌ ՄԵՐՍՅՈՂ ԿՈՄՊՈԶԻՏՆԵՐԻ ՈՉ ԳՄԱՅԻՆ ՍՈՂՔԸ

Վ. Վ. ԿՈՂԿՈՂԵՐԿՈՎ

Ա. Մ. Փ. Ռ. Փ. Ռ. Մ.

Դիտարկված է անհամասեռ ծերացող կոմպոզիտ միջավայրերի նկատմամբ կիրառված խորանարդային կվազիզժային մածուցիկառաձգականության տեսության տարբերակի բնդհանրացումը: Ստացված է այդպիսի նյութերի էֆեկտիվ բնութագրիչները: Մանրամասը դիտարկված է շերտավոր կոմպոզիտի դեպքը:

CUBICAL NONLINEAR CREEP OF NONHOMOGENEOUS AGING COMPOSITES OF ISOTROPIC PHASES

V. V. KOLOKOLCHIKOV

S u m m a r y

The general variant of quasilinear cubic theory of viscoelasticity used in nonhomogeneous aging composit media is considered. The effective characteristics of such materials have been obtained. The case of layer composit has been considered in detail.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Ильюшин А. А., Огибалов П. М.* Квазилинейная теория вязкоупругости и метод малого параметра.—Мех. полимеров, 1966, № 2, с. 170—189.
2. *Арутюнян Н. Х.* Об уравнениях состояния в нелинейной теории ползучести неоднородно-стареющих тел.—Докл. АН СССР, 1976, т. 231, № 3, с. 559—562.
3. *Кристенсен Р.* Введение в механику композитов. М.: Мир, 1982. 334 с.
4. *Лифшиц И. М., Розенцвейг Л. Н.* К теории упругих свойств поликристаллов.—ЖЭТФ, 1946, т. 16, вып. 11, с. 967.
5. *Колокольчикова В. В., Комарова Н. С.* Критерий разрушения от накопления повреждений трехкомпонентного слоистого композита.—Мех. композитных материалов, 1983, №1, с. 33—41.

Куйбышевский госуниверситет

Поступила в редакцию
5.XII. 1983.