

УДК 624.074.7.042.8

## О ДИНАМИЧЕСКИХ ДАВЛЕНИЯХ ПОТОКА СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ НА СТЕНЫ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПРИЗМАТИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

ГРАНИК В. Т.

Многие конструкции для хранения и переработки сыпучих материалов (бункеры, силосы, химические аппараты) представляют собой вертикальные призматические оболочки. При разгрузке таких оболочек возможны две основные формы движения сыпучего заполнителя—струйное течение и массовый поток [1]. В первом случае сыпучая среда движется узкой центральной струей. Ее давления на стены емкости мало отличаются от давлений покоящейся засыпки. При второй форме движения сыпучий материал опускается «всем столбом», и давления на стены оболочки существенно возрастают.

Вторая форма движения и повышенные давления сыпучих материалов впервые наблюдались в конце прошлого столетия [2]. Позже были обнаружены пульсации давлений [3]. Несмотря, однако, на длительную историю исследований, причины возникновения разных форм течения сыпучего, а также их кинематика и динамика изучены мало [4].

Особенно актуальной является задача о расчете повышенных давлений сыпучих материалов при второй форме движения. Разнообразные методы такого расчета разработаны в [5—9]. Однако эти методы не учитывают эволюцию потока сыпучего. В частности, они не отражают пульсацию давлений, которая является одной из причин разрушения силосных сооружений [10]. Кроме того, согласно [5—9] максимальные динамические давления сыпучего действуют в нижней зоне оболочки, что не подтверждается опытами [11, 12] с достаточно высокими емкостями.

Модели массового потока сыпучей среды, свободные от указанных недостатков, предложены в [13—15]. Они базируются на уравнении одномерного течения сыпучего в эйлеровом [13] и лагранжевом [14, 15] представлениях. Модель [14, 15] отличается от [13] замыкающими физическими соотношениями.

В данной статье рассматривается развитие работ [14, 15]. Дополнительно учитывается установленная в опытах [16] зависимость коэффициента внешнего трения сыпучего от скорости  $v_n$  разгрузки емкости. На основе уточненной модели построено аналитическое решение задачи о давлениях потока сыпучей среды на стены оболочки. Прове-

ден анализ численных результатов. Изучено, в частности, влияние скорости  $v_n$  на динамику потока. Полученные результаты сопоставлены с известными экспериментальными данными.

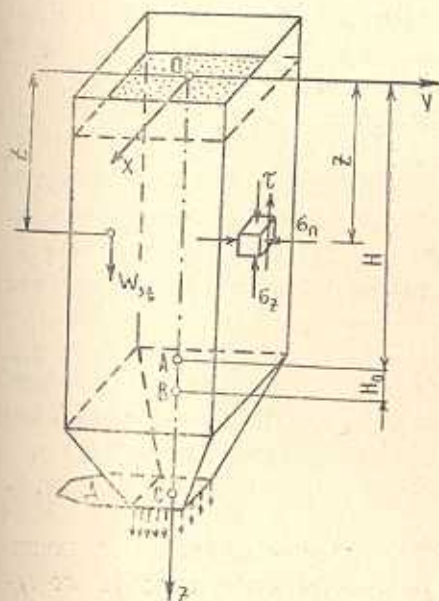
§ 1. *Постановка задачи. Основные соотношения.* Рассматривается вертикальная емкость, состоящая из жесткой призматической оболочки  $OB$  и пирамидальной воронки  $BC$  с центральным выпускным отверстием  $C$  и затвором  $D$  (фиг. 1). Емкость заполнена сыпучим материалом, с которым связана лагранжева система координат  $x, y, z$ .

При открывании затвора начинается истечение сыпучего из выпускной воронки и движение его в емкости. Задача состоит в том, чтобы определить поле нормальных давлений  $\sigma_n$  движущейся сыпучей среды на стены призматической оболочки.

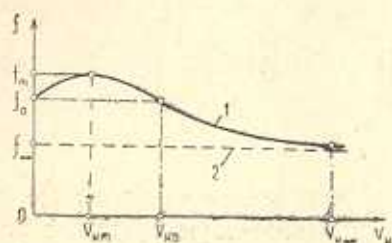
Следуя [14], будем полагать, что в оболочке возникает вторая форма течения, причем все частицы сыпучего смещаются вниз плоскими слоями («поршневой» поток). Такое движение определяется одномерным полем вертикальных перемещений  $w = w(z, t)$ , где  $t$  — время,  $z \in [0, H]$ ,  $H$  — высота пульсирующей части потока  $OA$  (фиг. 1). Внизу потока, на участке  $AB$  высотой  $H_0$  ( $H_0 \ll H$ ), движение происходит с постоянной скоростью  $v_n$  [14]. Таким образом, нижний слой основной зоны  $OA$  подчиняется кинематическому ограничению

$$w_t = v_n = \text{const}, \quad z = H \quad (1.1)$$

Здесь и далее индекс после запятой означает частную производную по соответствующей переменной; методика определения скорости  $v_n$  выпуска сыпучего освещена в [15].



Фиг. 1



Фиг. 2



Обратимся к напряжениям. Аналогично [14, 15] будем считать, что в «поршневом» потоке напряжения, как и перемещения  $w$ , зависят от лагранжевой координаты  $z$  и времени  $t$ . При этом движение произвольного слоя сыпучего удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению:

$$\sigma_{z,z} + \tau r^{-1} + \rho w_{,tt} = \rho g \quad (1.2)$$

где  $\sigma_z$  — вертикальное нормальное напряжение,  $\tau$  — касательное напряжение на контакте сыпучего с емкостью (фиг. 1),  $r$  — гидравлический радиус оболочки,  $\rho$  — плотность засыпки (предполагается постоянной),  $g$  — ускорение силы тяжести.

Напряжение  $\tau$  связано с давлением  $\sigma_n$  законом сухого трения Кулона

$$\tau = f \sigma_n \quad (1.3)$$

Здесь  $f$  — коэффициент трения сыпучего о стены оболочки, зависящий от скорости потока. Согласно экспериментам [16] график  $f(v_n)$  имеет вид кривой 1 с горизонтальной асимптотой 2 (фиг. 2). Величина  $f_0$  — коэффициент внешнего трения сыпучего в покое, в момент предельного равновесия. Прочие обозначения ясны из фиг. 2. Отметим, что с незначительной погрешностью можно считать  $f = f_\infty$  при  $v_n = v_{nc}$ , где, к примеру,  $v_{nc} \approx 5$  мм/с для потока пшеницы в железобетонной или стальной оболочке [16].

Рассмотрим нормальные напряжения  $\sigma_z$  и  $\sigma_n$ . Как показано в [14], они состоят из двух слагаемых: начальных (статических) напряжений  $\sigma_{z0}$ ,  $\sigma_{n0}$  и динамических компонент  $\sigma_{z1}$ ,  $\sigma_{n1}$ . Напряжения  $\sigma_{z0}$ ,  $\sigma_{n0}$  возникают в сыпучем после заполнения емкости. Динамические компоненты  $\sigma_{z1}$ ,  $\sigma_{n1}$  обусловлены деформациями потока, которые порождаются его неоднородным движением. Таким образом,

$$\sigma_z = \sigma_z(z, t) = \sigma_{z0}(z) + \sigma_{z1}(z, t) \quad \sigma_n = \sigma_n(z, t) = \sigma_{n0}(z) + \sigma_{n1}(z, t) \quad (1.4)$$

Задача об определении начальных напряжений  $\sigma_{z0}$ ,  $\sigma_{n0}$  является неголономной [17], и ее решение связано со значительными трудностями. Однако их можно обойти: работами [13, 17] установлено, что вертикальные напряжения  $\sigma_{z0}$  удовлетворительно аппроксимируются формулой Янсена

$$\sigma_{z0} = \rho g r (\xi f_0)^{-1} [1 - \exp(-\xi f_0 r^{-1} z)] \quad (1.5)$$

где  $\xi$  — коэффициент бокового давления засыпки. Горизонтальные нормальные напряжения  $\sigma_{n0}$  определяются соотношением [14]

$$\sigma_{n0} = k \xi \sigma_{z0} \quad (1.6)$$

Величина  $k \sim 1$  представляет собой некоторую функцию координаты  $z$ , зависящую также от вида сыпучего материала, способа его засыпки в емкость и ряда других факторов. В частном случае  $k = \text{const}$ .

Чтобы замкнуть зависимости (1.2) — (1.6), необходимо задать определяющие соотношения для динамических напряжений  $\sigma_{z1}$ ,  $\sigma_{n1}$ .

Как известно, решение этой задачи в случае неупругого деформирования представляет фундаментальную проблему механики гранулированных сред [22]. Однако, для «поршневого» потока сыпучего эта проблема упрощается. Связано это с тем, что в таком потоке, согласно многочисленным экспериментам [3, 7, 9, 11, 12, 20, 21 и др.], нормальные напряжения  $\sigma_{z1}$ ,  $\sigma_{n1}$  достаточно малы, а касательные (сдвиговые) напряжения практически отсутствуют. Поэтому напряженно-деформированное состояние сыпучего заполнителя в «поршневом» потоке далеко от предельного и может считаться упругим [23]. Следовательно, в рамках поставленной задачи можно полагать, что динамические компоненты  $\sigma_{z1}$ ,  $\sigma_{n1}$  подчиняются линейно-упругим физическим зависимостям [14]

$$\sigma_{z1} = -Ew'_{z1}, \quad \sigma_{n1} = -\xi Ew'_{n1} \quad (1.7)$$

Здесь  $E$  — модуль деформации сыпучей среды.

Из соотношений (1.2) — (1.7) вытекает разрешающее уравнение задачи

$$w''_{zz} + bw'_{z1} - \mu^2 w_{z1} = -c\mu^2 g [1 - \exp(-az)] \quad (1.8)$$

где

$$a = \xi f_0 r^{-1}, \quad b = a(1 - \eta), \quad \eta = 1 - ff_0^{-1}, \quad \mu^2 = \rho E^{-1}, \quad c = 1 - k(1 - \eta) \quad (1.9)$$

Заметим, что кинематический коэффициент трения  $f$  является, вообще говоря, функцией локальной скорости  $w_{z1}$  потока сыпучего. Поэтому согласно (1.9) величины  $\eta$ ,  $b$ ,  $c$  зависят от  $w_{z1}$ . Следовательно, уравнение (1.8) является в общем случае нелинейным.

Вместе с тем, как установлено опытами [18], локальная скорость  $w_{z1}$  мало отличается от средней скорости  $v_n$  «поршневого» потока. Это позволяет считать коэффициент трения  $f$  функцией  $v_n$  (см. фиг. 2). Тогда величины  $\eta$ ,  $b$ ,  $c$  становятся постоянными, а соотношение (1.8) представляет собой линейное дифференциальное уравнение гиперболического типа с постоянными коэффициентами. Именно такой случай рассматривается в данной статье.

Если далее упростить задачу и положить равными статический  $f_0$  и кинематический  $f$  коэффициенты трения, то согласно (1.9) получим  $\eta = 0$ ,  $b = a$ ,  $c = 1 - k$ . При этом (1.8) примет вид разрешающего уравнения работ [14, 15] (с корректировкой правой части за счет множителя  $1 - \exp(-az)$ ). Таким образом, соотношение (1.8) является обобщением модели [14, 15]. Это обобщение учитывает разницу между коэффициентами внешнего трения сыпучего в покое и в движении.

Решение уравнения (1.8) необходимо подчинить следующим крайним и начальным условиям:

$$w_{z1} = 0, \quad z = 0; \quad w = \Phi(t) \equiv v_n t [1 - \exp(-vt)], \quad z = H \quad (1.10)$$

$$w = w_{z1} = 0, \quad t = 0 \quad (1.11)$$

Первое крайнее условие (1.10) вытекает из (1.7) и означает, что верх  $z = 0$  засыпки свободен от напряжений. Второе крайнее условие (1.10) относится к нижнему слою  $z = H$  сыпучего и при  $v \rightarrow \infty$  пере-



ходит в (1.1). Параметр  $\nu$  отражает работу затвора [15]: чем резче открывается затвор, тем больше  $\nu$  и тем быстрее скорость  $w_1$  нижнего слоя  $z=H$  засыпки стремится к асимптотическому значению  $v_n = \text{const}$ , обусловленному соотношением (1.1).

Нулевые начальные условия (1.11) соответствуют опорожнению емкости от покоящейся в начальный момент  $t=0$  сыпучей среды. Отметим, что в случае перекачки сыпучего его скорость  $w_1 \neq 0$  при  $t=0$ .

§ 2. Решение задачи. Введем замену переменной

$$w(z, t) = u(z, t) \exp(-0,5bz) + \Phi(t) \quad (2.1)$$

Тогда разрешающее уравнение (1.8), а также краевые и начальные условия (1.10) и (1.11) преобразуются соответственно к виду

$$Lu = \mu^2 u_{tt} + F(z, t) \quad (2.2)$$

$$u_z - 0,5bu = 0, \quad z=0; \quad u=0, \quad z=H \quad (2.3)$$

$$u = u_t = 0, \quad t=0 \quad (2.4)$$

Здесь  $L$  — линейный дифференциальный оператор ( $L \equiv \partial^2/\partial z^2 - b^2/4$ ),  $F(z, t)$  — функция, определяемая выражением

$$F(z, t) = \mu^2 \{v_n \nu (2 - \nu t) \exp(-\nu t) - cg[1 - \exp(-az)]\} \exp(0,5bz).$$

Поскольку величины

$$Z_n = \cos \gamma_n z + 0,5b \gamma_n^{-1} \sin \gamma_n z, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.5)$$

являются собственными функциями оператора  $L$  [15], то искомое решение  $u(z, t)$  можно разложить по  $Z_n$  в регулярно сходящийся ряд Фурье [19]

$$u(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} Z_n(z) T_n(t) \quad (2.6)$$

Корни  $\gamma_n$ , входящие в (2.5), являются собственными значениями оператора  $L$  и определяются трансцендентным уравнением [15]

$$\operatorname{tg} \theta_n = -\zeta_0^{-1} \theta_n, \quad \theta_n \equiv H \gamma_n, \quad \zeta_0 \equiv 0,5 bH, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.7)$$

С учетом (2.5) и (2.7) представление (2.6) автоматически удовлетворяет граничным условиям (2.3). Подстановка (2.6) в (2.2) приводит к соотношению

$$\sum_{m=1}^{\infty} (\lambda_m^2 T_m + \mu^2 T_{m,tt}) Z_m + F(z, t) = 0 \quad (2.8)$$

где  $\lambda_m = \psi_m/H$ ,  $\psi_m = (\theta_m^2 + \zeta_0^2)^{0,5}$

Легко показать, что система собственных функций  $\{Z_n\}$  ортогональна на отрезке  $[0, H]$ . Поэтому, умножая (2.8) на  $Z_n$  ( $n=1, 2, \dots$ ) и интегрируя по переменной  $z$  от 0 до  $H$ , получаем для функции  $T_n(t)$  дифференциальное уравнение

$$T_{n,tt} + \omega_n^2 T_n = q_n(t), \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.9)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$q_n(t) = g[A_n - B_n(2 - \nu t) \exp(-\nu t)]$$

$$A_n = 2c(\theta_n^{-1} \sin \theta_n \exp \zeta_0 - (\theta_n^2 + \zeta_1^2)^{-1} \{2\zeta_0 \cos \theta_n [1 - \exp(-\zeta_1)] + (\theta_n^2 - \zeta_0^2) \theta_n^{-1} \sin \theta_n \exp(-\zeta_1)\}) C_n^{-1}$$

$$B_n = 2 \nu_n^{-1} \nu \sin \theta_n \exp \zeta_0 (C_n \theta_n)^{-1}$$

$$C_n = 1 + \zeta_0^2 \theta_n^{-2} + 0,5(1 - \zeta_0^2 \theta_n^{-2}) \theta_n^{-1} \sin 2\theta_n + \zeta_0(1 - \cos 2\theta_n) \theta_n^{-2}$$

$$\zeta_0 = \zeta_0(1 - \eta)^{-1} = 0,5 \zeta_0 f_0 H r^{-1}, \quad \zeta_1 = \zeta_0(1 + \eta), \quad \omega_n = \lambda_n \mu^{-1}, \quad \nu' = \nu \mu H, \quad \nu_H' = \nu_H (g \mu H)^{-1}$$

Очевидно, что при фиксированных коэффициентах  $\zeta$  и  $f_0$  введенный выше параметр  $\zeta$  нарастает с увеличением относительной высоты  $H/r$  оболочки. Поэтому оболочки с большим параметром  $\zeta \gg 3$  можно считать высокими, а с малым параметром  $\zeta \leq 1$  — низкими; при  $1 < \zeta < 3$  имеем оболочку средней высоты. Такая классификация оказывается естественной и удобной при анализе динамических давлений сыпучего (см. далее § 3).

Возвращаясь к  $T_n(t)$ , видим, что в силу (2.4) и (2.6) эти функции подчиняются нулевым начальным условиям

$$T_n = T_{n,t} = 0, \quad t = 0, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.10)$$

С учетом обозначений

$$t' = t(\mu H)^{-1}, \quad z' = z H^{-1}, \quad \alpha_n^2 = \psi_n^2 - (\nu')^2, \quad \beta_n^2 = \psi_n^2 + (\nu')^2, \quad T_n'(t') = T_n(t) [g(\mu H)^2]^{-1}$$

решение задачи Коши (2.9), (2.10) представляется в безразмерном виде

$$T_n'(t') = a_{1n} \cos \psi_n t' + a_{2n} \sin \psi_n t' + a_{3n} + (a_{4n} + a_{5n} \nu' t') \exp(-\nu' t') \quad (2.11)$$

где

$$a_{1n} = -A_n \psi_n^{-2} + 2B_n \zeta_0^2 \theta_n^{-4}, \quad a_{2n} = -4B_n \psi_n \nu' \theta_n^{-4}$$

$$a_{3n} = A_n \psi_n^{-2}, \quad a_{4n} = -2B_n \zeta_0^2 \theta_n^{-4}, \quad a_{5n} = 2B_n \theta_n^{-2}$$

Соотношения (2.5), (2.6) и (2.11) полностью определяют вспомогательную функцию  $u(z, t)$ . Подстановка этой функции в (2.1), а затем перемещения  $w(z, t)$  в (1.7) приводит после некоторых преобразований к следующей формуле для динамической компоненты горизонтального давления сыпучего:

$$\sigma_{n1} = \rho g H \sigma'_{n1} \quad (2.12)$$

Здесь  $\sigma'_{n1}$  — безразмерное динамическое напряжение, определяемое бесконечным рядом

$$\sigma'_{n1} = \zeta \exp(-\zeta_0 z') \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n^2 \theta_n^{-1} T_n'(t') \sin \theta_n z' \quad (2.13)$$

Горизонтальное статическое давление согласно формулам (1.6) и (1.5) имеет вид

$$\sigma_{n0} = \rho g H \sigma'_{n0} \quad (2.14)$$



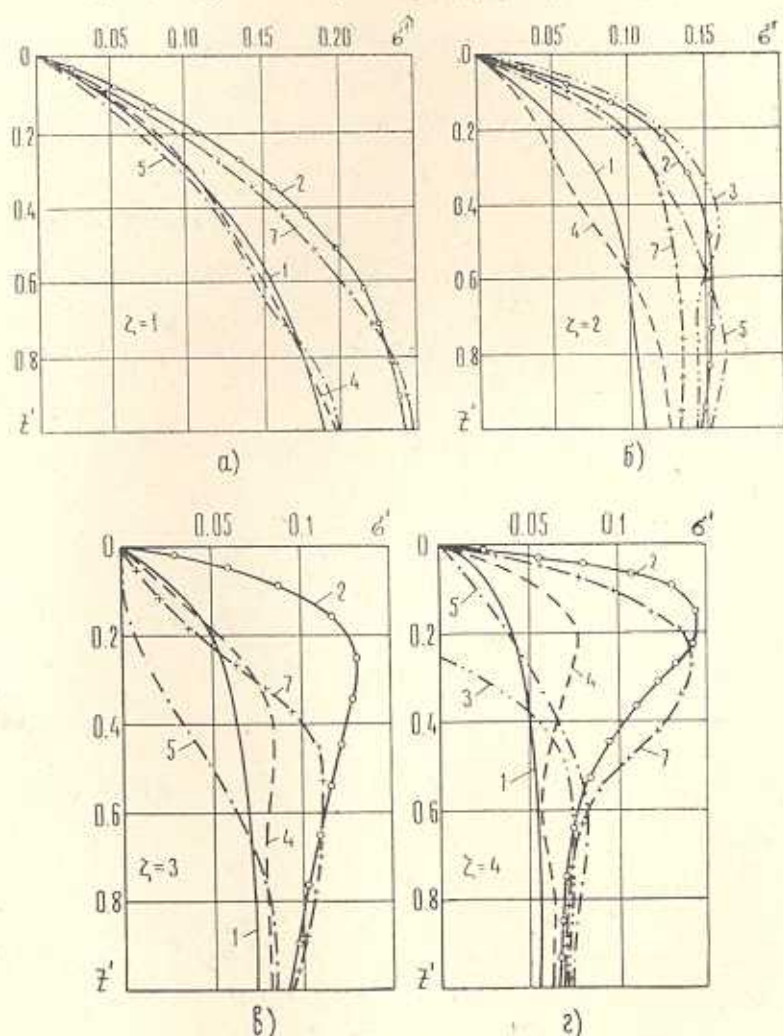
где

$$\sigma'_{n0} = 0,5k\zeta^{-1}[1 - \exp(-2\zeta z')] \quad (2.15)$$

Соотношения (2.12) — (2.15) в совокупности с (1.4) дают полное решение поставленной задачи о давлениях массового потока сыпучей среды на стены призматической оболочки.

§ 3. Анализ численных результатов. На основании зависимостей (2.13) и (2.15) вычислены безразмерные давления сыпучего. Расчет выполнен на ЭВМ по специально составленной программе. Рассмотрены относительные глубины  $z' \in [0, 1; 1]$  с шагом  $\Delta z' = 0,1$ , а также интервал времени  $t' \in [1, 200]$  с шагом  $\Delta t' = 0,5$ . По результатам расчета построены эпюры безразмерных давлений (фиг. 3—5).

На фиг. 3 и 4 эпюры 1 представляют статические давления  $\sigma'_{n0}$ , а эпюры 2—7 — динамические давления  $\sigma'_n = \sigma'_{n0} + \sigma'_{n1}$  в моменты времени соответственно  $t' = 1; 3,5; 9; 15; 40; 100$ . Параметры  $\eta$  и  $\zeta$  варьировались:  $\eta = 0,2$  (фиг. 3),  $\eta = -0,1$  (фиг. 4);  $\zeta = 1, 2, 3, 4$  на фраг-

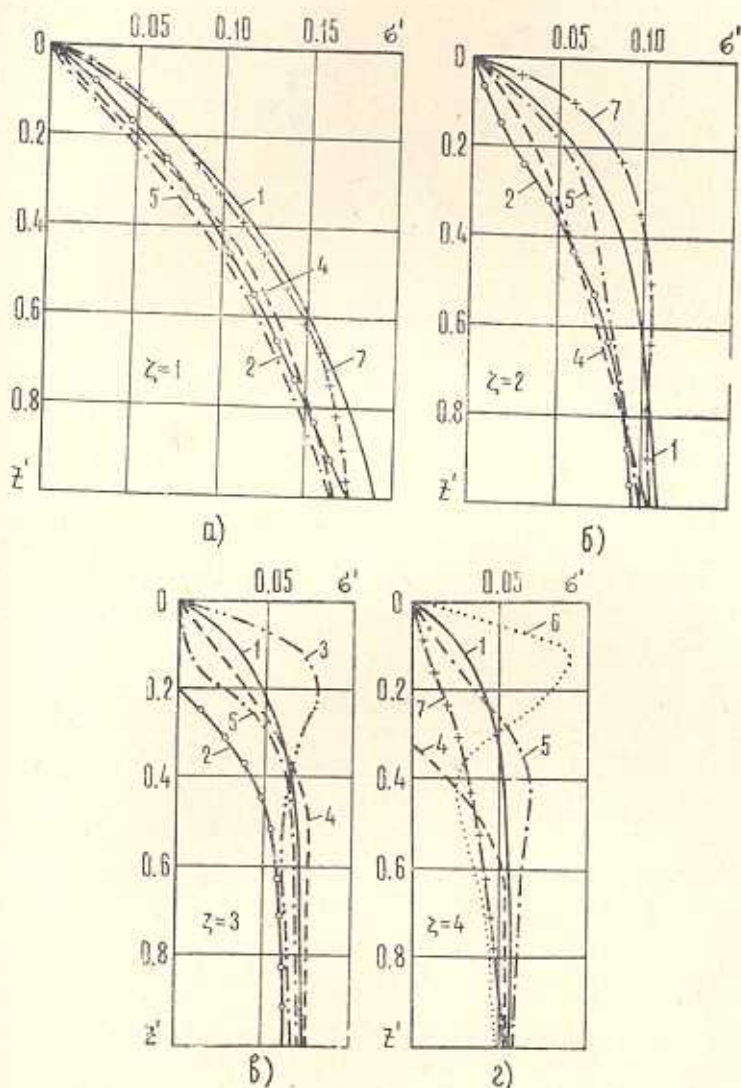


Фиг. 3

ментах а) — г) указанных фигур. Прочие определяющие параметры фиксировались:  $\xi = 0,44$  (пшеница, ячмень);  $k = 1$ ;  $v' = 1$ ;  $v_H' = 0,0005$ .

Из фиг 3 и 4 видно, что очертания эпюр меняются со временем — происходят пульсации динамических давлений  $\sigma_n'$  по всей высоте оболочки. Размахи пульсаций  $\Delta\sigma_n' = \max\sigma_n' - \min\sigma_n'$  зависят от определяющих параметров  $\eta$  и  $\zeta$ , а также от глубины  $z'$  слоя сыпучего.

На фиг. 3 размахи  $\Delta\sigma_n'$  в целом больше, чем на фиг. 4. Следовательно, при  $\eta = 0,2 > 0$  пульсации протекают интенсивнее, чем при  $\eta = -0,1 < 0$ .



Фиг. 4

В случае низкой оболочки ( $\zeta = 1$ , фиг. 3 и 4, а) пульсации примерно одинаковы во всей нижней половине потока и убывают в его верхней части. По мере увеличения параметра  $\zeta$  размахи  $\Delta\sigma_n'$  на-



растают, а зона наибольших пульсаций смещается вверх. Это смещение тем больше, чем выше оболочка. Так, в оболочках средней высоты ( $\zeta = 2$ , фиг. 3 и 4, б) наибольшие пульсации развиваются несколько выше их середины, а в высоких оболочках ( $\zeta \geq 3$ , фиг. 3 и 4, в, г) — в пределах верхней трети потока. Наоборот, внизу высоких оболочек пульсации затухают.

Следует подчеркнуть, что отмеченные явления обнаружены ранее в экспериментах. Так, смещение зоны наибольших пульсаций наблюдается при сравнении опытов [20] и [21] с оболочками соответственно малой и средней высоты.

Обратимся к анализу динамического коэффициента  $\kappa = \max \sigma'_n / \sigma'_{n0}$ .

На фиг. 3 максимальные динамические давления  $\max \sigma'_n$  заметно превышают статические давления  $\sigma'_{n0}$  во всем потоке сыпучего и при всех параметрах  $\eta$ . Таким образом, при  $\eta = 0.2$  динамический коэффициент  $\kappa$  существенно больше единицы. В то же время на фиг. 4 давления  $\max \sigma'_n$  подчиняются иной закономерности. В отличие от фиг. 3 здесь  $\max \sigma'_n \sim \sigma'_{n0}$  (кроме верхней зоны высоких оболочек на фиг. 4, в, г). Следовательно, при  $\eta = -0.1$  в большей части потока сыпучей среды динамический коэффициент  $\kappa$  близок к единице.

Вообще, численный анализ показывает, что в случае  $k=1$  динамический коэффициент  $\kappa$  существенно зависит от параметра  $\eta$ : а)  $\kappa \sim 1$  при  $\eta < 0$ ; б)  $\kappa = 1$  при  $\eta = 0$  [15]; в)  $\kappa > 1$  при  $\eta > 0$  и нарастает по мере увеличения  $\eta$ .

Поскольку параметр  $\eta$  зависит от коэффициента трения  $f$ , а тот, в свою очередь, от скорости  $v_H$  выпуска сыпучего, то указанные результаты можно увязать с  $v_H$ .

С этой целью вернемся к третьей формуле (1.9), из которой следует, что параметр  $\eta \geq 0$  соответственно при  $f \leq f_0$ . С другой стороны, как видно из фиг. 2,  $f \leq f_0$ , если скорость  $v_H \geq v_{H0}$ . Значит,  $\eta \geq 0$ , если соответственно  $v_H \geq v_{H0}$ .

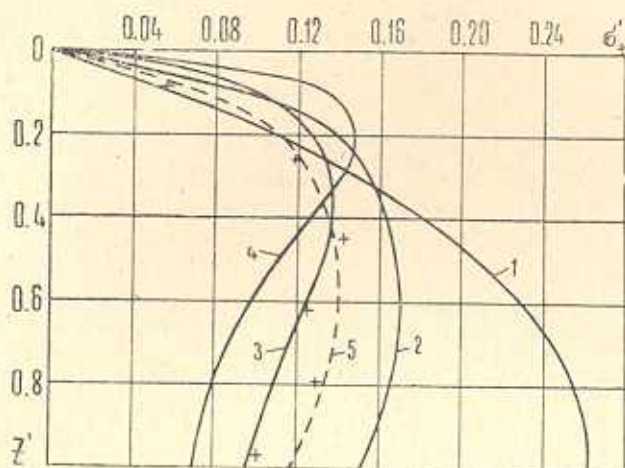
Для дальнейшего важно учесть, что параметр  $\eta$  не может неограниченно возрастать. В самом деле, из очевидного неравенства  $f > f_\infty$  (фиг. 2) и третьей формулы (1.9) вытекает, что  $\eta < \eta_\infty$ , где  $\eta_\infty = 1 - f_\infty / f_0$ . Параметр  $\eta_\infty$  соответствует асимптотическому коэффициенту трения  $f_\infty$  и практически достигается при скорости выпуска  $v_H = v_{H\infty}$ . Следовательно, при  $v_H > v_{H\infty}$  параметр  $\eta$  остается неизменным и равным  $\eta_\infty$ .

Таким образом, приведенный анализ показывает, что при  $k=1$  динамический коэффициент  $\kappa$  следующим образом зависит от скорости  $v_H$  выпуска сыпучего из оболочки:

- а)  $\kappa \sim 1$  при малых скоростях  $v_H < v_{H0}$ ;
- б)  $\kappa = 1$  при скорости  $v_H = v_{H0}$ ;
- в)  $\kappa > 1$  при больших скоростях  $v_H > v_{H0}$  и увеличивается по мере роста  $v_H$ , пока  $v_H < v_{H\infty}$ ;
- г) если скорость выпуска  $v_H$  достигла квазиасимптотической границы  $v_{H\infty}$ , то при дальнейшем увеличении  $v_H$  динамический коэффициент  $\kappa$  не возрастает.

К аналогичным выводам пришел автор экспериментов [16]. Теоретически эти факты установлены, по-видимому, впервые.

Заметим, что при варьировании параметров  $v'$  на два, а  $v'_H$  на один порядок эюры на фиг. 3 и 4 практически не меняются. Следовательно, скорость открывания затвора (параметр  $v'$ ) мало влияет на динамику «поршневого» потока. Что же касается скорости  $v'_H$  выпуска сыпучего, то, как видим, ее непосредственное влияние оказывается также слабым [15]. Оно существенно проявляется лишь косвенным путем—за счет изменения кинематического коэффициента трения  $f$  и связанного с ним параметра  $\eta$ .



Фиг. 5

Рассмотрим в заключение фиг. 5, где представлены огибающие эюры пиковых динамических давлений  $\sigma'_+$  сыпучего в интервале  $t' \in [1, 200]$  ( $\sigma'_+ \equiv \max_{t' \in [1, 200]} \sigma'_+$ ). Эюры 1—4 показывают давления  $\sigma'_+$  соответственно при  $\zeta=1, 2, 3, 4$ ; прочие определяющие параметры приняты согласно фиг. 3. Эюра 5 представляет давления  $\sigma'_+$  при измененных параметрах  $\zeta=2,2$  и  $\xi=0,391$ , которые характерны для массового потока песка в оболочке средней высоты, исследованной в опытах [11]. Полученные в этих опытах пиковые давления отмечены на фиг. 5 крестиками. Видна согласованность с ними теоретической эюры 5 по всей высоте оболочки, кроме нижнего сечения вблизи выпускного отверстия, где нарушаются исходные предположения о «поршневом» истечении сыпучего.

Из фиг. 5 видно также, что конфигурация эюр пиковых давлений зависит от параметра  $\zeta$ . В низких оболочках пиковые давления монотонно нарастают с глубиной  $z'$  и достигают наибольших значений в нижней части потока сыпучей среды (эюра 1). По мере увеличения параметра  $\zeta$  монотонность нарушается—область наибольших пиковых давлений (ОНПД) смещается вверх. Так, в оболочках средней высоты ОНПД находится в средней зоне потока (эюры 2 и 5). В высоких



оболочках ОНПД располагается в верхней половине емкости (эпюры 3 и 4). При этом внизу оболочки пиковые давления заметно снижаются.

Эти теоретические результаты соответствуют не только отмеченным выше опытам [11] с песком. Они согласуются также и с другими экспериментами, в частности, с пшеницей в оболочках малой [20] и средней [21] высоты, с ячменем в высоких оболочках [12].

ՌԻՂԱԶԱՅՍԱՅ ՊՐԻՉՄԱՏԻԿ ԹԱՂԱՆԹԻ ՊԱՏԵՐԻ ՎՐԱ ՍՈՐՈՒՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐԻ  
ՀՈՍՔԻ ԳԻՆԱՄԻԿ ՃՆՇՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Վ. Տ. ԳՐԱՆԻԿ

Ա մ փ ո փ ո ռ մ

Զարգացվում է հեղինակի կողմից ավելի շուտ առաջարկված ուղղահայաց պրիզմատիկ թաղանթում սորուն միջավայրերի զանգվածային հոսքի տեսությունը: Լրացուցիչ հաշվի է առնվում սորուն լցման արտաքին շփման գործակցի կախվածությունը հոսքի միջին արագությունից: Ճշգրտված տեսության հիման վրա խնդրի լուծումը:

Բերված է թվային արդյունքների վերլուծությունը: Ստացված արդյունքները համաձայնեցվում է հայտնի փորձերի հետ: Մասնավորապես վրա ստացված է տարրողության պատերի վրա հոսքի դինամիկ ճնշումների

ON DYNAMIC WALL PRESSURES OF FLOW OF BULK SOLIDS ON  
VERTICAL PRISMATIC SHELL

V. T. GRANIK

S u m m a r y

The theory of mass flow of bulk material in a vertical prismatic shell, earlier proposed by the author is developed. In addition to this theory dependence of wall friction factor of bulk material on average flow velocity  $v_n$  is taken into consideration. More exact analytical solution of the problem on dynamic flow wall pressures is received. The numerical results are discussed.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Бернштейн М. С. Расчет конструкций с односторонними связями. М.: Стройиздат, 1947. 92 с.
2. Prante M. Messungen des Gerteiledruckes gegen Silowandungen.—Z. Ver. deutscher Ing., 1896, В. 40, № 39, S. 1122—1125.
3. Платонов П. Н., Костун А. А. Давление зерна на стенки силосов элеваторов.—Мук.-элеватор. промышленность, 1959, № 12, с. 22—24.
4. Сташевский С. Б. О первой форме течения сыпучих материалов в бункерах.—Физ.-техн. проблемы разработки полезн. ископаемых, 1983, № 3, с. 14—21.
5. Соловьев С. Ф. Давление на стенки силоса при истечении заполнителя.—Изв. вузов. Стронт. и архитектура, 1958, № 1, с. 98—107.

6. Сорокин П. Расчет динамического давления зерна при опорожнении силосов.—Мук.-элеватор. промышленность, 1966, № 6, с. 22—26.
7. Jenike A. W., Johanson J. R. Bins loads.—J. Struct. Div. Proc. Amer. Soc. Civ. Eng., 1968, v. 94, No. ST4, p. 1011—1041.
8. Анатольев А. В., Чоботова В. П. Динамические давления при истечении сыпучего материала из глубоких сосудов.—Прикл. механика, 1973, т. 9, в. 12, с. 71—76.
9. Осипов М. М., Яковлев А. С., Давыдов В. И. О давлении сыпучих в процессе движения на стенки железобетонных силосов.—Строит. мех. и расчет сооруж., 1975, № 5, с. 13—16.
10. Таймер О. Ф. Аварии железобетонных силосов зерновых элеваторов.—Тр. америк. о. инж. мех., сер. Б. Констр. и технол. машиностр., 1969, т. 91, № 2, с. 181—198.
11. Шмид И. Давление сыпучего материала на стенку стальной трубы.—Физ.-техн. пробл. разраб. полезн. ископаемых, 1977, № 3, с. 117—122.
12. Pieper K., Mittelman G., Wenzel F. Messungen des horizontalen Getreidedruckes in einer 65 m hohen Silozelle.—Beton- und Stahlbetonbau, 1964, H. 11, S. 241—246.
13. Гениев Г. А. Вопросы динамики сыпучей среды. М.: Госстройиздат, 1958. 122 с.
14. Граник В. Т. К теории динамического давления сыпучих материалов на стенки силосов.—Строит. мех. и расчет сооруж., 1981, № 5, с. 37—40.
15. Граник В. Т. О динамических давлениях потока сыпучей среды на стенки силоса.—Строит. мех. и расчет сооруж., 1983, № 4, с. 34—39.
16. Гарбуз В. И. Влияние скорости выпуска сыпучего материала на напряженное состояние стенок круглых силосов.—Строит. мех. и расчет сооруж., 1979, № 2, с. 12—16.
17. Бушманова О. П., Резуженко А. Ф. Исследование задачи Янссена.—Физ.-техн. пробл. разраб. полезн. ископаемых, 1981, № 3, с. 3—15.
18. McCabe K. P. Flow patterns in granular materials in circular silos.—Geotechnique, 1974, v. 24, No. 1, p. 45—62.
19. Владимиров В. С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1967. 436 с.
20. Платонов П., Исаков Б., Замоченов А. Экспериментальные исследования деформаций силоса.—Мук.-элеватор. промышленность, 1971, № 5, с. 36—38.
21. Kaminski M. Untersuchungen des Getreidedruckes in Silozeilen.—Bautechnik, 1981, № 1, S. 19—22.
22. Николаевский В. Н. Механика твердых деформируемых тел. Т. 6. Механические свойства грунтов и теория пластичности.—В кн.: Итоги науки и техники ВИНТИ АН СССР. М.: Наука, 1972. 86 с.
23. Граник В. Т. О векторной теории термоупругости зернистой среды.—В кн.: V Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике. Алма-Ата: Изд-во «Наука» Казахской ССР, 1981. 368 с.

Одесское высшее артиллерийское  
командное ордена Ленина училище  
им. М. В. Фрунзе

Поступила в редакцию  
13.X. 1983.