

УДК 539.3

О ПОДКРЕПЛЕНИИ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОЙ МАТРИЦЫ,
 ОСЛАБЛЕННОЙ РАЗРЕЗАМИ, РЕГУЛЯРНОЙ СИСТЕМОЙ
 ТОНКИХ УПРУГИХ ВКЛЮЧЕНИЙ

ИВАНЕНКО О. А., ФИЛЬШТИНСКИЙ Л. А.

Решение ряда задач о подкреплении анизотропных пластин упругими ребрами или накладками и обзор работ в этом направлении можно найти в книге [1].

Подкрепление анизотропных и изотропных пластин регулярной системой включений рассмотрено в [2]. Аналогичные задачи для пьезокерамической полуплоскости содержатся в [3].

Постановка электрических и механических граничных условий на трещине в пьезоэлектрике обсуждалась в работе [4].

В настоящей статье рассматривается модель кусочно-однородной среды, представляющей собой пьезокерамическую матрицу, армированную регулярной системой ленточных включений. При этом допускается наличие в матрице дефектов типа трещин. На основе решения указанной задачи электроупругости проводится осреднение пьезоупругих свойств такой регулярной структуры.

Приводятся результаты расчетов контактных усилий и усилий во включениях, а также коэффициентов интенсивности напряжений и осредненных пьезомодулей.

1. *Модель пьезокерамической матрицы с регулярной системой включений.* Рассмотрим отнесенную к кристаллофизическим осям координат x, y, z неограниченную пьезокерамическую матрицу (керамика $PZT-4, PZT-5$ [5]), предварительно поляризованную вдоль оси z и армированную двоякопериодической системой одинаковых ленточных включений. Предположим, что включения непрерывно скреплены с матрицей, выполнены из упругого диэлектрика и работают лишь на растяжение-сжатие, а в среде имеют место средние механические напряжения $\langle \sigma_x \rangle, \langle \tau_{xz} \rangle, \langle \sigma_z \rangle$ и электрическое поле, характеризуемое компонентами среднего вектора напряженности $\langle E_1 \rangle, \langle E_3 \rangle$.

В этом случае в матрице возникают сопряженные сингулярные поля электрических и механических величин, которые можно выразить в терминах функции комплексного переменного [3, 4] по формулам

$$\sigma_x = 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \gamma_k \lambda_k^2 \Phi_k'(z_k); \quad \varphi = -2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \lambda_k \Phi_k(z_k)$$

$$\sigma_z = 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \gamma_k \Phi_k'(z_k); \quad \Phi_k'(z_k) = d\Phi_k(z_k)/dz_k$$

$$\tau_{xz} = -2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \gamma_k \mu_k \Phi'_k(z_k); \quad z_k = x + \mu_k z \quad (1.1)$$

$$U = 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 p_k \Phi_k(z_k); \quad W = 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 q_k \Phi_k(z_k)$$

$$E_x = 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \lambda_k \Phi'_k(z_k); \quad E_z = 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \lambda_k \mu_k \Phi'_k(z_k)$$

$$D_x = 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 r_k \mu_k \Phi'_k(z_k); \quad D_z = -2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 r_k \Phi'_k(z_k)$$

Здесь μ_k , γ_k , λ_k , p_k , q_k , r_k определены в [3, 4], $\Phi_k(z_k)$ — искомые аналитические функции комплексного переменного z_k .

Условия совместности деформаций системы матрица-включения имеют вид

$$0,5(\varepsilon_x^+ + \varepsilon_x^-) = \varepsilon_x^0, \quad \varepsilon_x^0 = \frac{(1 + \nu_0)(1 - 2\nu_0)}{(1 - \nu_0)E_0 \delta_0} N \quad (1.2)$$

где N — внутреннее погонное усилие в сечении ленты, перпендикулярном оси Ox ; E_0 , ν_0 , δ_0 — соответственно модуль упругости, коэффициент Пуассона и толщина включения.

Решение поставленной задачи (1.2) разыскиваем в виде

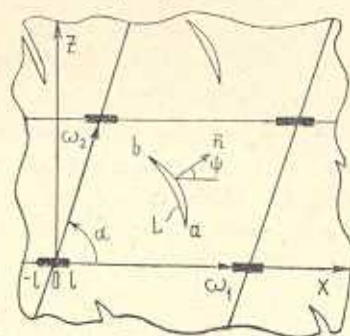
$$\Phi'_k(z_k) = B_k + \frac{b_k}{2\pi i} \int_{-l}^l g(x) \zeta(x - z_k) dx \quad (1.3)$$

Здесь $g(x)$ — интенсивность контактных усилий, $\zeta(z_k)$ — дзета-функция Вейерштрасса [6], построенная на периодах $\omega_{1k} = \omega_1$, $\omega_{2k} = -\operatorname{Re} \omega_2 + \mu_k \operatorname{Im} \omega_2$; ω_k ($k = 1, 2$) — основные периоды структуры (фиг. 1). Константы b_k определены в [3] при $\omega = 0$, $\rho = 0$, $P = 2\pi$, $A_k = b_k$. B_k определяются из условий, чтобы представления (1.3) обеспечивали существование в структуре заданных средних компонент электрических и механических величин.

Условие равновесия включения имеет вид

$$\int_{-l}^l g(x) dx = 0 \quad (1.4)$$

С учетом (1.4) и свойств дзета-функции Вейерштрасса, можно показать, что представления (1.3) обеспечивают квазипериодичность перемещений и потенциала электрического поля в структуре. Следовательно, условия совместности деформаций (1.2) достаточно выполнить лишь на включении, находящемся в основном параллелограмме периодов.



Фиг. 1

Можно показать также, что представления (1.3) обеспечивают непрерывную продолжимость через включение перемещений, касательной компоненты вектора напряженности и нормальной составляющей вектора электрической индукции. Касательные напряжения τ_{xz} терпят скачок, определяемый формулой

$$\tau_{xz}^+ - \tau_{xz}^- = -g(x) \quad (1.5)$$

Подставляя предельные значения функций (1.3) в условие совместности деформаций (1.2), приходим к сингулярному интегро-дифференциальному уравнению

$$\begin{aligned} & \int_{-l}^l \frac{g(x)dx}{x-x_0} + \int_{-l}^l g(x)H(x, x_0)dx + \lambda \int_{x_0}^l g(x)dx = M \\ & aH(x, x_0) = 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \frac{b_k}{2\pi i} \left[p_k z(x-x_0) - \frac{p_k}{x-x_0} + xQ_k \right] \\ & a\lambda = \frac{(1+p_0)(1-2p_0)}{(1-p_0)E_0^2 \delta_0}; \quad a = 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \frac{p_k b_k}{2\pi i} \\ & aM = -a_{14} \langle \sigma_1 \rangle - \frac{a_{12} - S_{44}}{2} \langle \sigma_2 \rangle + a_{22} \langle E_2 \rangle \\ & Q_k = \frac{2\pi i (a_{14} \gamma_k p_k - a_{22} \gamma_k)}{\omega_1 |\omega_2| \sin \alpha} - p_k \frac{\delta_{1k}}{\omega_1} \\ & \alpha = \text{arg } \omega_2; \quad \delta_{1k} = 2 \left(\frac{\omega_{1k}}{2} \right) \end{aligned} \quad (1.6)$$

Здесь a_{ik} , S_{44} определены в [3].

Для фиксации однозначного решения (1.6) в классе h_0 [7] к нему необходимо присоединить дополнительное условие (1.4). На этом построение алгоритма закончено.

2. *Учет дефектов типа трещин в матрице.* Предположим теперь, что матрица ослаблена дwoякопериодической системой одинаковых туннельных вдоль оси Oy разрезов L (фиг. 1), на берегах которых заданы компоненты вектора напряжений X_n^\pm , Z_n^\pm , одинаковые в конгруэнтных точках, и также, что главный вектор этих усилий, действующих на обоих берегах разреза, равен нулю.

Кроме условий (1.2) необходимо выполнить краевые условия на берегах разрезов

$$\begin{aligned} & 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \alpha_{nk} [\Phi_k(t_k)]^\pm = W_n^\pm \quad (n=1, 2) \\ & 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \alpha_{nk} \{ [\Phi_k(t_k)]^+ - [\Phi_k(t_k)]^- \} = 0 \quad (n=3, 4) \end{aligned} \quad (2.1)$$

где W_n^\pm ($n=1, 2$), α_{nk} ($n=1, 2, 3, 4$) определены в [4], последние два условия в (2.1) вытекают из непрерывной продолжимости кас-

тельной составляющей вектора напряженности и нормальной компоненты вектора индукции электрического поля через L .

Искомые функции представим в виде

$$\Phi_k(z_k) = B_k + \frac{b_k}{2\pi i} \int_{-l}^l g(x) \cdot (x - z_k) dx + \frac{1}{2\pi i} \int_L \omega_k(t) \cdot (t_k - z_k) dt_k$$

$$t_k = \operatorname{Re} t + i p_k \operatorname{Im} t; \quad t \in L \quad (2.2)$$

Здесь первые два слагаемых соответствуют наличию включений, а последнее — наличию разрывов, $g(x)$, $\omega_k(t)$ — искомые функции.

Подставляя предельные значения функций (2.2) в краевые условия (2.1) и равенство (1.2), приходим к смешанной системе интегральных и алгебраических уравнений

$$\int_{-l}^l \frac{g(x) dx}{x - x_0} + \int_{-l}^l g(x) H(x, x_0) dx + 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \int_L \omega_k(t) G(t_k, x) dt_k + \lambda \int_{x_0}^l g(x) dx = M$$

$$\int_{-l}^l g(x) H_n^*(x, t_{k0}) dx + 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \frac{\alpha_{nk}^0}{2\pi i} \int_L \frac{\omega_k(t) dt_k}{t_k - t_{k0}} +$$

$$+ 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \int_L \omega_k(t) G_n^*(t, t_{k0}) dt_k = F_n(t_0) \quad (n=1, 2)$$

$$2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \alpha_{nk}^0 \omega_k(t_0) = W_n(t_0) \quad (n=1, 2, 3, 4)$$

$$aG(t_k, x_0) = \frac{1}{2\pi i} [p_k \cdot (t_k - x_0) + Q_k t_k]$$

$$H_n^*(x, t_{k0}) = 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \frac{b_k}{2\pi i} [\alpha_{nh}^0 (x - t_{k0}) - \beta_{nh}^0 x]$$

$$G_n^*(t_k, t_{k0}) = \frac{\alpha_{nh}^0}{2\pi i} \left[\zeta(t_k - t_{k0}) - \frac{1}{t_k - t_{k0}} \right] - \frac{\beta_{nh}^0}{2\pi i} t_k$$

$$\beta_{nh}^0 = \alpha_{nh}^0 \frac{\delta_{1k}}{\omega_1} - \gamma_k \mu_k 2\pi i \frac{\cos \psi_0}{H\omega_1} \delta_n^1$$

$$W_1(t) = X_n^+ + X_n^-; \quad W_3(t) = 0 \quad (2.3)$$

$$W_2(t) = -(Z_n^+ + Z_n^-); \quad W_4(t) = 0$$

$$F_1(t) = 0,5(X_n^+ - X_n^-) - (\langle \sigma_1 \rangle \cos \psi + \langle \tau_{13} \rangle \sin \psi)$$

$$F_2(t) = -0,5(Z_n^+ - Z_n^-) + (\langle \tau_{13} \rangle \cos \psi + \langle \sigma_3 \rangle \sin \psi)$$

Здесь $\alpha_{nh}^0 = \alpha_{nh}(\psi_0)$; ψ , ψ_0 — углы наклона положительной нормали к левому берегу разрыва в точках t и t_0 соответственно к оси Ox ; δ_n^1 — символ Кронекера.

К системе (2.3) добавляем статическое условие на ребре (1.4) и условия однозначности перемещений

$$2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 p_{nk} \int_L \omega_k(t) dt_k = 0 \quad (n=1, 2)$$

$$p_{1k} = p_k; \quad p_{2k} = q_k \quad (k=1, 2, 3) \quad (2.4)$$

Условия (1.4), (2.4) однозначно фиксируют решение системы (2.3) $\omega_k(t)$, $g(x)$ ($k=1, 2, 3$) в классе h_0 функций, неограниченных на концах линии интегрирования.

3. *Осреднение пьезоэлектрических свойств регулярной пьезокерамической структуры.* Следуя работе [2], построим макромодель рассматриваемой структуры. Под этим будем понимать однородную пьезоэлектрическую среду, уравнения состояния которой совпадают с законом связи средних компонент механических напряжений и напряженности электрического поля со средними значениями деформаций и компонент вектора индукции в структуре.

В силу того, что представления (2.2) обеспечивают квазипериодичность полей механических перемещений и потенциала электрического поля в структуре, проблему осреднения заданной структуры можно решить точно.

При переходе от произвольной точки структуры к конгруэнтной ей механические перемещения получают постоянное приращение, которое, с одной стороны, выражается через средние значения механических деформаций, а с другой—через приращения аналитических функций $\Phi_k(z_k)$. На основании этого имеем

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{\omega_1} 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 p_k \Delta_1 \Phi_k(z_k), \quad \langle \varepsilon_2 \rangle = \frac{1}{H} 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 q_k \left[\Delta_2 \Phi_k(z_k) - \frac{h}{\omega_1} \Delta_1 \Phi_k(z_k) \right]$$

$$\langle \gamma_{12} \rangle = \frac{1}{H} 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 p_k \left[\Delta_2 \Phi_k(z_k) - \frac{h}{\omega_1} \Delta_1 \Phi_k(z_k) \right] + \frac{1}{\omega_1} 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 q_k \Delta_1 \Phi_k(z_k) \quad (3.1)$$

$$\Delta_n \Phi_k(z_k) = \Phi_k(z_n + \omega_{nz}) - \Phi_k(z_k) \quad (n=1, 2)$$

$$H = |\omega_2| \sin \alpha; \quad h = |\omega_2| \cos \alpha$$

Здесь $\langle \varepsilon_1 \rangle$, $\langle \varepsilon_2 \rangle$, $\langle \gamma_{12} \rangle$ —средние деформации регулярной структуры.

Введем средние значения вектора индукции электрического поля по формулам

$$\langle D_2 \rangle = \frac{1}{\omega_1} \int_z^{z+\omega_1} D_2 dx \quad (3.2)$$

$$\langle D_n \rangle = \langle D_1 \rangle \sin \alpha - \langle D_2 \rangle \cos \alpha = \frac{1}{|\omega_2|} \int_z^{z+\omega_2} (D_x \sin \alpha - D_y \cos \alpha) dS$$

Используя (1.1), получим

$$\begin{aligned} \langle D_1 \rangle &= \frac{1}{H} 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 r_k \left[\Delta_2 \Phi_k(z_k) - \frac{h}{\omega_1} \Delta_1 \Phi_k(z_k) \right] \\ \langle D_3 \rangle &= -\frac{1}{\omega_1} 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 r_k \Delta_1 \Phi_k(z_k) \end{aligned} \quad (3.3)$$

С другой стороны, приращения функций $\Phi_k(z_k)$ находим из (2.2) с учетом свойств сигма-функции Вейерштрасса

$$\begin{aligned} \Delta_n \Phi_k(z_k) &= B_k \omega_{nk} + \Lambda_k \delta_{nk} \quad (n=1, 2) \\ \Lambda_k &= \frac{b_k}{2\pi i} \int_{-l}^l x g(x) dx + \frac{1}{2\pi i} \int_L t_k \omega_k(t) dt_k \end{aligned} \quad (3.4)$$

Здесь функционалы Λ_k построены на решениях уравнений (2.3). Подставляя (3.4) в (3.1) и (3.3), приходим к соотношениям

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_1 \rangle &= 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 p_k B_k + 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \frac{\delta_{1k}}{\omega_1} p_k \Lambda_k \\ \langle \varepsilon_2 \rangle &= 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 q_k \omega_k B_k + 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \frac{\delta_{1k} \omega_k H - 2\pi i}{H \omega_1} q_k \Lambda_k \\ \langle \tau_{13} \rangle &= 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 (p_k \omega_k + q_k) B_k + 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \left(\frac{\delta_{1k}}{\omega_1} q_k + \frac{\delta_{1k} \omega_k H - 2\pi i}{H \omega_1} p_k \right) \Lambda_k \\ \langle D_1 \rangle &= 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 r_k \omega_k B_k + 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \frac{\delta_{1k} \omega_k H - 2\pi i}{H \omega_1} r_k \Lambda_k \\ \langle D_3 \rangle &= -2\text{Re} \sum_{k=1}^3 r_k B_k - 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \frac{\delta_{1k}}{\omega_1} r_k \Lambda_k \end{aligned} \quad (3.5)$$

Учитывая механические и электрические условия на сторонах параллелограмма периодов и вводя стандартные решения системы (2.3) по формулам

$$\begin{aligned} g(x) &= g_1(x) \langle \sigma_1 \rangle + g_2(x) \langle \sigma_2 \rangle + g_3(x) \langle \tau_{13} \rangle + g_4(x) \langle E_1 \rangle + g_5(x) \langle E_3 \rangle \\ \omega_k(t) &= \omega_k^{(1)}(t) \langle \sigma_1 \rangle + \omega_k^{(2)}(t) \langle \sigma_2 \rangle + \omega_k^{(3)}(t) \langle \tau_{13} \rangle + \\ &+ \omega_k^{(4)}(t) \langle E_1 \rangle + \omega_k^{(5)}(t) \langle E_3 \rangle \end{aligned} \quad (3.6)$$

получаем уравнения состояния макромоделли

$$\langle \varepsilon \rangle = \langle S \rangle \langle \sigma \rangle; \quad \langle S \rangle = \| \langle S_{ij} \rangle \| \quad (i, j=1, 2, \dots, 5)$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \begin{bmatrix} \langle \varepsilon_1 \rangle \\ \langle \varepsilon_2 \rangle \\ \langle \tau_{13} \rangle \\ \langle E_1 \rangle \\ \langle E_3 \rangle \end{bmatrix}; \quad \langle \sigma \rangle = \begin{bmatrix} \langle \sigma_1 \rangle \\ \langle \sigma_2 \rangle \\ \langle \tau_{13} \rangle \\ \langle D_1 \rangle \\ \langle D_3 \rangle \end{bmatrix}$$

$$\langle S_{ij} \rangle = S_{ij}^* - \frac{1}{H \omega_1} 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 B_k \Lambda_k^{(i)}$$

$$B_{1k} = a_{23} \gamma_k - a_{14} \gamma_k \gamma_k^{-1}; \quad B_{2k} = a_{10} \gamma_k \gamma_k^{-1}$$

$$\Delta_k^{(j)} = b_k \int_{-l}^l x g_j(x) dx + \int_l^t t_k \omega_k^{(j)}(t) dt_k$$

$$S_{11}^* = S_{21} - S_{12}^2 S_{11}^{-1}; \quad S_{12}^* = S_{13} - S_{12} S_{13} S_{11}^{-1}$$

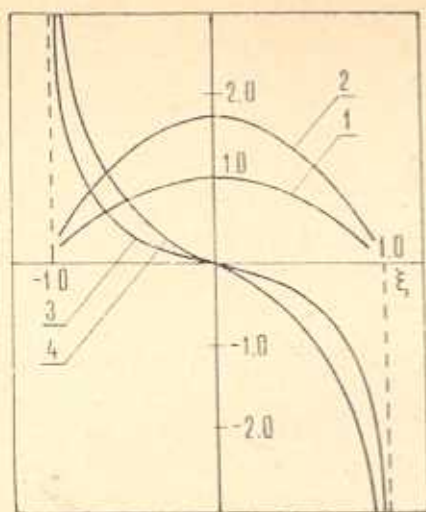
$$S_{13}^* = S_{14}^* = S_{23}^* = S_{24}^* = S_{35}^* = S_{45}^* = 0$$

$$S_{15}^* = d_{31} - d_{31} S_{12} S_{11}^{-1}; \quad S_{22}^* = S_{33} - S_{15}^2 S_{11}^{-1}$$

$$S_{23}^* = d_{33} - d_{31} S_{13} S_{11}^{-1}; \quad S_{33}^* = S_{44}; \quad S_{34}^* = d_{15}$$

$$S_{44}^* = \varepsilon_{11}; \quad S_{55}^* = \varepsilon_{33} - d_{31}^2 S_{11}^{-1}; \quad S_{ij}^* = S_{ji}^*$$

4. *Результаты счета.* Система уравнений (2.3), (1.4), (2.4) была реализована численно по схеме типа Мультотппа. В качестве примера рассматривалась квадратная решетка с периодами $\omega_1 = 2$, $\omega_2 = 2l$, с системой прямолинейных включений шириной $2l$, когда в пределах каждой ячейки имеется одна трещина с поперечным сечением в виде дуги окружности $x = 10 \cos \frac{1+\beta}{2} \varphi - 9$, $z = 10 \sin \frac{1+\beta}{2} \varphi$, $-1 \leq \beta \leq 1$.



Фиг. 2

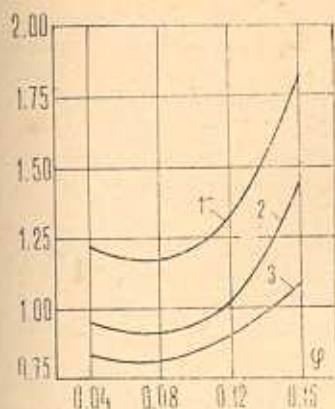
На фиг. 2 представлены результаты расчетов относительных усилий в ребре $\langle N \rangle = N / (\langle \sigma_1 \rangle l)$ (кривая 1 соответствует $L = 0,2$, кривая 2 — $L = 0,8$, $2L$ — длина трещины) и относительного контактного усилия $\langle g(x) \rangle = +g(x) / \langle \sigma_1 \rangle$ (кривая 3 соответствует $L = 0,2$, кривая 4 — $L = 0,8$) при $\langle \sigma_1 \rangle \neq 0$, $\langle \sigma_2 \rangle = \langle \sigma_{13} \rangle = \langle E_1 \rangle = \langle E_3 \rangle = 0$, $\nu = 0$, $l = 0,4$; $x = \xi l$, $-1 \leq \xi \leq 1$.

Графики на фиг. 3 иллюстрируют изменение относительных величин $\langle \sigma_n \rangle = \frac{\sigma_n}{\langle \sigma_1 \rangle} \sqrt{\frac{2\rho}{L}}$ (кривая

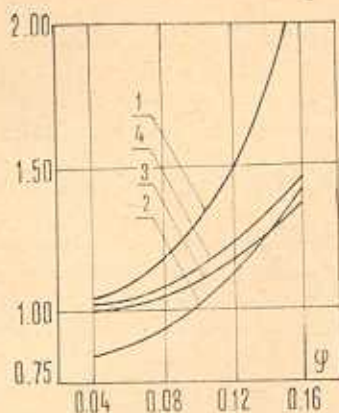
$$1), \quad \langle \sigma_s \rangle = \frac{\sigma_s}{\langle \sigma_1 \rangle} \sqrt{\frac{2\rho}{L}} \quad (\text{кривая } 2),$$

$$\langle E_s \rangle = \frac{E_s}{\langle \sigma_1 \rangle} \sqrt{\frac{2\rho}{L}} \frac{\varepsilon_{11}}{d_{33}} \quad (\text{кривая } 3)$$

на продолжении за вершину трещины b в функции от параметра φ . Видно, что при увеличении длины трещины, когда перемычка между конгруэнтными трещинами уменьшается, относительный коэффициент интенсивности $\langle \sigma_n \rangle$ существенно растет, кроме того, кривые на фиг. 3 подтверждают явление разгрузки, обычно имеющее место при взаимном влиянии трещин.



Фиг. 3



Фиг. 4

На фиг. 4 представлены результаты расчетов осредненных параметров структуры. Графики 1, 2 иллюстрируют изменение макропараметра $\langle S_{11} \rangle / S_{11}^*$, графики 3, 4 — $\langle S_{33} \rangle / S_{33}^*$. Графики 1, 3, и 2, 4 построены при $l=0,2$ и $0,8$ соответственно. Остальные макропараметры практически не изменяются. Из результатов видно, что увеличение длины разреза существенно уменьшает жесткость структуры в направлении оси Ox . Это объясняется тем, что при выбранных параметрах разрезы приблизительно прямолинейны и ориентированы вдоль оси Oz .

**ԲԱՐԱԿ ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ՆԵՐԴՐԱԿՆԵՐԻ ՌԵԳՈՒԼԱՐ ՀԱՄԱԿԱՐԳԸ
ՃԵՂՔԵՐՈՎ ԹՈՒԼԱՅՎԱԾ ՊՅԵԶՈԿԵՐԱՄԻԿԱԿԱՆ ՄԱՏՐԻՅԱՅԻՆ
ՄԻԱՅՆԵԼՈՒ ՄԱՍԻՆ**

Օ. Ա. ԻՎԱՆԵՆԿՈ, Լ. Ա. ՖԻԼՇԻՏԻՆՍԿԻՅ

Ա մ փ ո փ ո ս մ

Կառուցված է թունելային ճաքերի ախյի դեֆեկաներով թուլացված պլեզոկերամիկական մատրիցայով կոմպոզիցիոն նյութի ծալավների մոդելը: Լուծված են այդպիսի կառուցվածքով պլեզոստաձգական հատկությունների միջինացման մասին նոր խնդիրներ: Բերված են հաշվարկի արդյունքներ:

**THE REINFORCEMENT OF PIEZOCERAMIC MATRIX SLACKENED
BY SECTIONS BY A REGULAR SYSTEM OF THIN
ELASTIC INCLUSIONS**

O. A. IVANENKO, L. A. FILSHITSKY

S u m m a r y

A model has been created for a tape-shaped composite material with a matrix attached, the latter being slackened by tunnel crack type defects.

New problems of smoothing the piezoelastic properties of such a structure have been solved and calculation results surveyed.

ЛИТЕРАТУРА

1. Саркисян В. С. Некоторые задачи математической теории упругости анизотропного тела. Ереван: Изд-во Ереванского госуниверситета, 1976. 536 с.
2. Долгих В. Н., Фильштинский Л. А. Модель анизотропной среды, армированной тонкими лентами.—ПМ, 1979, т. 15, № 4, с. 24—30.
3. Белокопытова Л. В., Иваненко О. А., Фильштинский Л. А. Передача нагрузки от упругого ребра к полубесконечной пьезокерамической пластинке.—Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1981, т. 34, № 5, с. 41—50.
4. Белокопытова Л. В., Иваненко О. А., Фильштинский Л. А. Сопряженные электрические и механические поля в пьезоупругих телах с разрезами или включениями. Харьков: Динамика и прочность машин, 1981. вып. 34, с. 16—21.
5. Методы и приборы ультразвуковых исследований. Физическая акустика. (Под ред. У. Мезона, ч. А, 1). М.: Мир, 1966. 592 с.
6. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. 736 с.
7. Мухелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. Граничные задачи теории функций и некоторые их приложения к математической физике. М.: Наука, 1968. 511 с.

Сумский филиал Харьковского политехнического
института им. В. И. Ленина

Поступила в редакцию
10.VI. 1983.