

УДК 534.1

О ДИНАМИКЕ ДВИЖЕНИЯ ПРОМЫШЛЕННОГО
МАНИПУЛЯТОРА ТИПА «ЦИКЛОН» С УЧЕТОМ ЕГО УПРУГИХ
СВОЙСТВ

ГУКАСЯН А. А., ГРУДЕВ А. И.

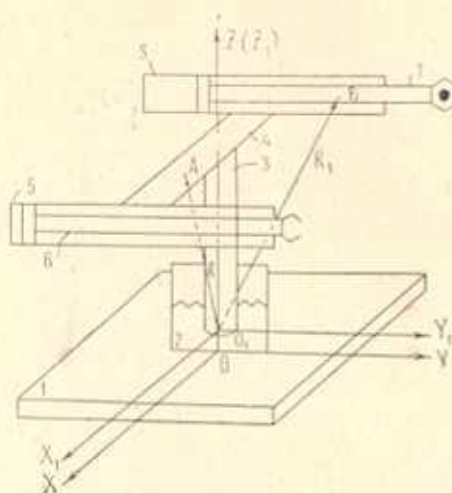
При исследовании движения манипуляторов обычно используется механическая модель абсолютно твердых тел. Однако в ряде случаев упругость конструкции манипулятора существенно влияет на точность выполнения рабочих операций и должна учитываться при разработке системы управления.

В последнее время появился ряд работ советских и зарубежных авторов, посвященных проблемам упругой податливости манипуляторов [1—9]. Экспериментальные исследования упругих характеристик промышленных роботов, выполненные в Институте проблем механики АН СССР, показали, что основное влияние на точность позиционирования рабочего органа (схвата) оказывает упругая податливость шарниров, соединительных узлов конструкции манипулятора [8, 9]. В настоящей работе исследуется влияние упругой податливости соединительного узла на динамические характеристики промышленного робота типа «Циклон».

1. Рассматривается механическая модель манипулятора с тремя степенями свободы, кинематическая схема которого близка к схеме промышленного робота «Циклон» (фиг. 1). Манипулятор состоит из неподвижного основания 1, стойки 2, вертикально ориентированного вала 3, горизонтально ориентированного плеча 4, направляющих цилиндров 5, неподвижной стрелы 6, подвижной стрелы 7 со схватом. Направляющие цилиндры жестко связаны с валом посредством плеча. Основание, стойка, вал, плечо, направляющие цилиндры и стрелы считаются абсолютно твердыми телами. Стрела 6 может без трения перемещаться в горизонтальном направляющем цилиндре. Соединительный узел между стойкой и валом, допускающий перемещение вала в вертикальном направлении, обладает упругой податливостью. Манипулятор имеет три степени подвижности, отвечающие перемещению вала в вертикальном направлении, его повороту вокруг вертикальной оси и перемещению стрелы вдоль направляющей.

Для описания движения рассматриваемой механической системы введем следующие прямоугольные правые системы координат: $OXYZ$, связанную с неподвижным основанием, ось OZ которой совпадает с осью вращения вала 3; вращающуюся систему координат $O_1X_1Y_1Z_1$, ось O_1Z_1 которой совпадает с осью вращения вала, а оси O_1X_1 и O_1Y_1

связаны с подвижным валом и лежат в плоскости, перпендикулярной к оси вращения.



Фиг. 1. Кинематическая схема промышленного робота «Циклон».

масса стрелы 7; R —радиус-вектор центра масс системы 3—6 (точка A), заданный в системе $O_1X_1Y_1Z_1$; R_1 —радиус-вектор центра масс стрелы (точка B), заданный в той же системе координат; c —жесткость соединительного узла, $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ —углы поворота системы 3—7, обусловленные упругой податливостью узла, относительно осей OX и OY соответственно; I —суммарный момент инерции системы 3—6 относительно начала координат O_1 ; J —момент инерции стрелы 7 относительно ее центра масс B ; ω —вектор мгновенной угловой скорости системы 3—6 в проекциях на оси координат системы $O_1X_1Y_1Z_1$.

Матрица перехода от системы координат $OXYZ$ к системе координат $O_1X_1Y_1Z_1$ имеет вид

$$D = \begin{pmatrix} \cos\beta\cos\varphi & \cos\beta\sin\varphi & -\sin\beta \\ -\sin\varphi\cos\alpha + \sin\alpha\sin\beta\cos\varphi & \cos\alpha\cos\varphi + \sin\alpha\sin\beta\sin\varphi & \sin\alpha\cos\beta \\ \sin\alpha\sin\varphi + \cos\alpha\sin\beta\cos\varphi & -\sin\alpha\cos\varphi + \cos\alpha\sin\beta\sin\varphi & \cos\alpha\cos\beta \end{pmatrix}$$

В неинерциальной системе координат $O_1X_1Y_1Z_1$ векторы ω , R , R_1 имеют следующие координатные представления:

$$\omega = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin\beta\dot{\varphi} + \dot{\alpha} \\ \sin\alpha\cos\beta\dot{\varphi} + \dot{\alpha}\dot{\beta} \\ \cos\alpha\cos\beta\dot{\varphi} - \sin\alpha\dot{\beta} \end{pmatrix}; \quad R = \begin{pmatrix} r_{x_1} \\ r_{y_1} \\ r_{z_1} \end{pmatrix}; \quad R_1 = \begin{pmatrix} a \\ l(t) \\ b \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

Точка в (1.1) и в дальнейшем означает производную по времени t .

Кинетическую энергию системы 3—6 с учетом (1.1) можно представить в следующем виде [10]:

$$T_1 = \frac{m v_A^2}{2} + \frac{1}{2} (\omega, J \omega) = \frac{m}{2} (v_{01} + \omega \times R)^2 + \frac{1}{2} (\omega, J \omega) \quad (1.2)$$

где v_{01} — скорость точки O_1 в системе $OXYZ$, J — тензор инерции системы 3–6 относительно точки A .

Кинетическая энергия движения стрелы 7 имеет следующий вид:

$$T_2 = \frac{m_1 v_B^2}{2} + \frac{1}{2} (\omega, J' \omega) = \frac{m_1}{2} (v_{01} + R_1 + \omega \times R_1)^2 + \frac{1}{2} (\omega, J' \omega) \quad (1.3)$$

Полная потенциальная энергия рассматриваемой механической системы равна сумме потенциальных энергий сил тяжести и упругих сил, обусловленных упругой податливостью соединительного узла

$$П = (m_1 + m)gz + m_1 g r_y \sin \alpha + mgl \sin \alpha + (m r_{x_1} + m_1 a)g \sin \beta + \frac{c}{2} (\alpha^2 + \beta^2) \quad (1.4)$$

Предполагается, что углы поворота $\alpha(t)$ и $\beta(t)$, обусловленные упругой податливостью соединительного узла, суть малые величины порядка ε^2 , жесткость узла велика (порядка ε^{-2} , $\varepsilon \ll 1$), а управляющий момент $M(t)$, силы $F_1(t)$, $F_2(t)$ — величины порядка единицы.

Поставим следующую задачу управления системой 3–7. Пусть задан закон изменения $\varphi(t)$, $z(t)$, $l(t)$ для жесткой модели манипулятора, который реализуется двигателями. Таким образом, управление задано кинематически. Требуется найти движение упругого манипулятора, а также управляющие силы $F_1(t)$ и $F_2(t)$ и момент $M(t)$, обеспечивающие заданные ($\varphi(t)$, $z(t)$, $l(t)$) движения для упругого манипулятора.

Уравнения колебания стрелы 7 манипулятора, составленные в форме Лагранжа [10], относительно переменных $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ с учетом вышеуказанных предположений о малости $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ можно представить в следующем матричном виде:

$$\frac{d}{dt} [A(t)\Psi'(t)] + C\Psi(t) + B(t) = 0 \quad (1.5)$$

где $A(t)$ — симметрическая матрица размерности 2×2 , C — диагональная матрица жесткости соединительного узла:

$$C = \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & c \end{pmatrix}; \quad \Psi(t); \quad \dot{\Psi}(t); \quad B(t) \text{ — векторы с компонентами}$$

$$\Psi(t) = \begin{pmatrix} \alpha(t) \\ \beta(t) \end{pmatrix}; \quad \dot{\Psi}(t) = \begin{pmatrix} \dot{\alpha}(t) \\ \dot{\beta}(t) \end{pmatrix}; \quad B(t) = \begin{pmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

где компоненты вектора $B(t)$ являются заданными и определяющимися из динамики жесткой модели манипулятора.

Для решения уравнения (1.5) сделаем следующую замену переменных:

$$\Psi(t) = \varepsilon^2 \Psi_*(t), \quad C = \varepsilon^{-2} C_*, \quad \varepsilon \ll 1 \quad (1.7)$$

где $\Psi_*(t) \sim 1$, $C_* \sim 1$; а также введем „быстрое“ время τ , $t = \varepsilon\tau$, $t \sim 1$. Подставляя (1.7) в (1.5), получим

$$\frac{d}{dt} [A(t)\varepsilon^2 \dot{\Psi}_*(t)] + C_* \Psi_*(t) + B(t) = 0 \quad (1.8)$$

Решения уравнения (1.8) в первом приближении ищем согласно [1] в виде

$$\Psi_* = \bar{\Psi}_*(t) + \Theta(\tau) \quad (1.9)$$

Слагаемое $\bar{\Psi}_*(t)$ описывает медленно изменяющиеся квазистатические смещения, для которых характерное время изменения порядка единицы, то есть порядка времени выполнения операции манипулятора. Быстро изменяющееся слагаемое $\Theta(\tau)$ описывает упругие колебания стрелы, частота которых порядка ε^{-1} . Подставим (1.9) в уравнение (1.8) и, опуская члены порядка $o(\varepsilon^2)$, получим

$$\{C_* \bar{\Psi}_*(t) + B(t)\} + \left\{ \frac{d}{d\tau} \left[A(t) \frac{d}{d\tau} \Theta(\tau) \right] + C_* \Theta(\tau) \right\} = 0 \quad (1.10)$$

Первые фигурные скобки в (1.10) заключают выражения, не зависящие от τ , а вторые скобки объединяют быстрые слагаемые, зависящие от τ . Потребуем, чтобы каждое из выражений в фигурных скобках (1.10) равнялось нулю. При этом используется производная, который содержится в представлении решения в виде (1.9), так что оба слагаемых (1.9) определяются однозначно.

Приравняв нулю выражение в первых фигурных скобках (1.10), получим

$$\bar{\Psi}_*(t) = -C_*^{-1} B(t) \quad (1.11)$$

Выражение (1.11) определяет квазистатические упругие смещения стрелы манипулятора.

Приравняв нулю выражение во вторых фигурных скобках (1.10), получим уравнение

$$\frac{d}{d\tau} \left[A(t) \frac{d}{d\tau} \Theta(\tau) \right] + C_* \Theta(\tau) = 0 \quad (1.12)$$

Система дифференциальных уравнений (1.12) описывает колебания механической системы с медленно изменяющимися параметрами. Такие системы исследовались при помощи асимптотического метода усреднения [11]. Асимптотическое решение первого приближения системы (1.12) представляется в виде разложения по нормальным колебаниям [1,2].

Собственные частоты колебаний системы (1.12) определяются решением характеристического уравнения

$$\det[C_* - \omega^2 A(t)] = 0 \quad (1.13)$$

Уравнение (1.13) имеет два положительных корня

$$\omega_1^2 = \{c(a_{11} + a_{22}) + c[(a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}^2]^{1/2}\} / 2(a_{11}a_{22} - a_{12}^2)$$

$$\omega_2^2 = \{c(a_{11} + a_{22}) - c[(a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}^2]^{1/2}\} / 2(a_{11}a_{22} - a_{12}^2) \quad (1.14)$$

Амплитудные векторы X^i ($i=1, 2$), отвечающие частотам ω_i , суть ненулевые решения однородных систем алгебраических уравнений

$$[C_* - \omega_i^2 A(t)] X^i = 0 \quad (1.15)$$

Ненулевые решения (1.15) имеют следующий вид:

$$X^i = \begin{pmatrix} \omega_i^2 \\ c - \omega_i^2 a_{11} \\ a_{12} \end{pmatrix}, \quad i=1, 2 \quad (1.16)$$

Искомое асимптотическое решение первого приближения системы (1.12) имеет вид

$$\Theta(\tau) = \sum_{i=1}^2 X^i k_i \cos \gamma_i \quad (1.17)$$

где амплитуды k_i и фазы γ_i определяются из системы дифференциальных уравнений

$$\frac{dk_i}{d\tau} = -\frac{\varepsilon k_i}{2m_i(t)\omega_i(t)} \frac{d[m_i(t)\omega_i(t)]}{dt}; \quad \frac{d\gamma_i}{d\tau} = \omega_i(t) \quad (1.18)$$

Здесь введено обозначение: $m_i(t) = (A(t)X^i, X^i)$, $i=1, 2$. Интегрируя выражение (1.18) при фиксированном t , получим

$$k_i = k_{i0} \left[\frac{m_i(0)\omega_i(0)}{m_i(t)\omega_i(t)} \right]^{1/2}; \quad \gamma_i = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \omega_i(t_1) dt_1 + \gamma_{i0}, \quad i=1, 2 \quad (1.19)$$

Используя представления (1.7) и (1.9), произвольные постоянные k_{i0} и γ_{i0} можно определить из системы алгебраических уравнений

$$\bar{\Psi}_*(0) + \sum_{i=1}^2 X^i(0) k_{i0} \cos \gamma_{i0} = \varepsilon^{-2} \Psi(0), \quad -\varepsilon^{-1} \sum_{i=1}^2 X^i(0) \omega_i(0) k_{i0} \sin \gamma_{i0} = \varepsilon^{-2} \dot{\Psi}(0) \quad (1.20)$$

где $\Psi(0)$ и $\dot{\Psi}(0)$ предполагаются заданными в начальный момент времени $t=0$. Из (1.20) следует, что начальные данные должны иметь следующие порядки малости: $\Psi(0) \sim \varepsilon^2$, $\dot{\Psi}(0) \sim \varepsilon$. Определители систем (1.20) не равны нулю в силу линейной независимости векторов X^i , поэтому системы (1.20) разрешимы относительно постоянных k_{i0} , γ_{i0} , $i=1, 2$.

Управляющие силы F_1 , F_2 и момент M при заданных $\varphi(t)$, $l(t)$, $z(t)$ и $\alpha(t)$, $\beta(t)$ определяются из уравнения Лагранжа, описывающего движение рассматриваемой механической системы. Углы $\alpha(t)$, $\beta(t)$, силы F_1 , F_2 и момент M состоят из двух слагаемых „медленных“ или квазистатических и „быстрых“. Медленные слагаемые могут быть

вычислены на основе жесткой модели. Для расчета быстрых слагаемых требуется определить собственные упругие колебания манипулятора.

2. Рассматривается движение манипулятора «Циклон» в вертикальной плоскости и колебания стрелы относительно оси OX , то есть $\varphi = 0$; $\beta(t) = 0$; $l(t) = \text{const}$; $z = z(t)$; $\alpha = \alpha(t)$.

Формулы (1.11), определяющие квазистатическое упругое смещение, принимают в этом случае вид

$$\bar{z}_*(t) = -c_*^{-1} b_1(t) \quad (2.1)$$

где $b_1(t) = m r_{y_1} \ddot{z} + m_1 l \ddot{z} + m_1 g l + m g r_{y_1}$ — заданная функция времени, определяемая из жесткой модели манипулятора. Уравнение (1.12), описывающее упругие колебания стрелы манипулятора, в рассматриваемом случае является дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами, решение которого при начальных условиях $t = 0$: $z_*(0) = (m g r_{y_1} + m_1 g l) / c_*$; $\dot{z}_*(0) = 0$ имеет вид

$$\Theta(\tau) = A \sin(\omega \tau + \psi) \quad (2.2)$$

Здесь $A = (m r_{y_1} + m_1 l) \dot{z}(0) / c_*$; $\omega = (c_* / a_{11})^{1/2}$; $\psi = \frac{\pi}{2}$

$$a_{11} = I_{11} + m_1 (b^2 + l^2) + J_{11} \quad (2.3)$$

Для натурального образца промышленного робота «Циклон-3Б» компоненты матрицы жесткости C с точностью до 15% определяются из статического эксперимента [8,9]. В данном случае

$$c_* = 2,8 \cdot 10^4 \text{ н.м} \quad (2.4)$$

Измеряя геометрические характеристики частей робота 3—7 и считая по известным формулам массы всех частей и положение центра масс [10], получаем

$$m_i = v_i \rho_i; R = \sum_{i=3}^n r_i m_i \left/ \sum_{i=3}^n m_i \right.; n = 7 \quad (2.5)$$

где v_i — объем каждой части, ρ_i — плотность материала, R — радиус-вектор центра масс системы 3—6, r_i — радиус-вектор центра масс каждой части.

В результате расчетов получим

$$m = 93 \text{ кг}, m_1 = 6,3 \text{ кг}, R = (-2, 5, 45) \text{ см}, R_1 = (31, 84, 52) \text{ см} \quad (2.6)$$

Считая собственную частоту упругих колебаний по формуле (1.13), получим $\nu = \omega / 2\pi = 7$ гц.

Вертикальное движение жесткой модели манипулятора можно задавать следующим образом. Уравнение вертикального движения имеет вид

$$(m + m_1) \ddot{z} = F_2 - (m + m_1) g$$

Обозначим $[F_2 - (m_1 + m)g] / (m + m_1) = \Phi$, получим:

$$\ddot{z} = \Phi; \quad |\Phi| \leq \Phi_0 \quad (2.7)$$

Законы изменения Φ можно задавать различными способами. Некоторые стандартные законы изменения ускорений представлены на фиг. 2.

Изменение ускорений, представленных сплошными линиями, описывается следующим образом:

$$\Phi = \begin{cases} 2\Phi_0 t/T; & 0 \leq t < T/2 \\ 2\Phi_0(T-t)/T; & T/2 \leq t \leq T \end{cases} \quad (2.8)$$

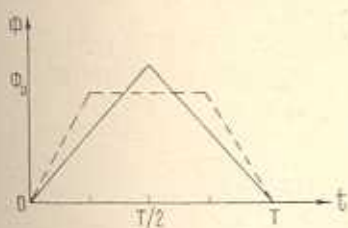
где $T = 2(\Delta z/\Phi_0)^{1/2}$; $\Delta z = z_T - z_0$.

Для промышленного робота «Циклон» время вертикального движения $T = 0,6$ с, максимальное перемещение по вертикали $\Delta z = 0,2$ м, а максимальное ускорение равно $\Phi_0 \approx 2,22$ м/с².

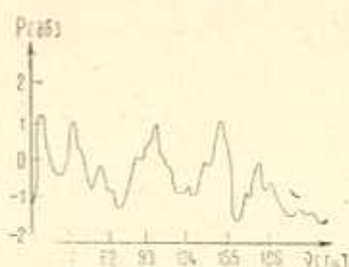
Квазистатическое упругое смещение $\bar{z}_*(t)$, определяемое из (2.1) с учетом (2.4), (2.6) — (2.8), можно представить в следующем виде:

$$\bar{z}_*(t) = -\frac{1}{c_*} (m_1 l + m r_{y_1}) - \frac{1}{c_*} (m_1 l + m r_{y_1}) \begin{cases} 2\Phi_0 t/T; & 0 \leq t < \frac{T}{2} \\ 2\Phi_0(T-t)/T; & \frac{T}{2} \leq t \leq T \end{cases} \quad (2.9)$$

Все величины, входящие в (2.9), определены.



Фиг. 2. Законы изменения ускорений вертикального движения стрелы манипулятора «Циклон».



Фиг. 3. Спектр мощности упругих колебаний в вертикальной плоскости.

Для рассматриваемого случая (движение в вертикальной плоскости и колебания стрелы относительно оси OX) приведем результаты динамического экспериментального исследования, которые подробно описаны в работе [8]. В результате экспериментов получены спектры мощности упругих колебаний в вертикальной плоскости (фиг. 3). Из спектра видно, что низшая резонансная частота упругих колебаний схвата робота «Циклон» с точностью до определения компонент матрицы жесткости S и инерционных характеристик (массы манипулятора, центра масс, момента инерции) равна расчетному значению, которое приведено выше.

Сложный характер полученного спектра колебаний объясняется

взаимодействием многих факторов: упругостью конструкции манипулятора, влиянием демпферов, ограничителей движения, устанавливаемых в конечных положениях, податливостью прокладок между поршнями и цилиндрами, влиянием воздушной подушки приводов и другими.

Заключение. Предложенный подход в работах [1, 2] и полученные общие формулы для описания динамики упругого манипулятора (n -звенного) при некоторых конкретных предположениях (углы упругой податливости малы, жесткость манипулятора велика, управляющие силы и моменты конечны), описывают динамику ПР типа «Циклон» с учетом его упругих свойств. В случае кинематического управления асимптотическим методом разделения движений получены замкнутые формулы, определяющие квазистатические упругие смещения и быстрые упругие колебания стрелы манипулятора. Приведены результаты экспериментального исследования (статического и динамического) для ПР типа «Циклон» [8]. Результаты экспериментального исследования для рассматриваемого частного случая ($n = 2$) сравнимы (в рамках приближенной принятой модели манипулятора) с результатами расчетов.

Авторы благодарят Ф. Л. Черноусько за постановку задачи, а также Л. Д. Акуленко и Н. Н. Болотника за полезные замечания.

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՀԱՇՎԱՌՈՒՄՈՎ «ՑԻԿԼՈՆ» ԽՈԳԵԼԻ
ԱՐԳՅՈՒՆԱԲԵՐԱԿԱՆ ՄԱՆԻՊՈՒՅԱՏՈՐԻ ՀԱՐՁՄԱՆ ԳԻՆԱՄԻԿԱՆ

Ա. Ա. ՂՈՒԿԱՅԱՆ, Ա. Բ. ԳՐՈՒԳԵՎ

Ա մ փ ո փ ու մ

Ուսումնասիրվում է «Ցիկլոն» մոդելի արդյունաբերական մանիպուլյատորի միացման օղակի առաձգական ենթարկվողության ազդեցությունը նրա դինամիկական բնութագրիչների վրա: Մանիպուլյատորը ունի երեք ազատության աստիճան, որը համապատասխանում է լիսեռի ուղղաձիգ առանցքի ուղղությամբ շարժմանը, նրա պտույտին ուղղաձիգ առանցքի շուրջը և սլաքի շարժմանը ուղղորդի ուղղությամբ:

Կինեմատիկական ղեկավարման դեպքում շարժման անշատման ասիմպտոտիկական եղանակով ստացված են փակ լուծումներ, որոնք որոշում են բվազիստատիկ առաձգական տեղափոխությունները և մանիպուլյատորի սլաքի արագ առաձգական տատանումները: Բերված են «Ցիկլոն» մոդելի արդյունաբերական մանիպուլյատորի փորձնական (ստատիկ և դինամիկ) հետազոտությունների արդյունքները:

ON THE DYNAMICS OF AN INDUSTRIAL ROBOT OF „TZICKLON“ TYPE

A. A. GUKASIAN, A. I. GRUDYEV

S u m m a r y

The influence of the elasticity of the joint of the industrial manipulating robot „Tzicklon“ on its dynamics is investigated. The manipulator has three degrees of freedom which correspond to the vertical translation of the spindle, its rotation about the vertical axis and the translation of the arm along the guide.

In case of kinematic control formulae for determining quasistatic elastic displacements and fast oscillations of the arm of the manipulator are obtained in closed form by means of asymptotic methods. Expressions for additional control forces and torques taking into account elastic properties of the system are obtained. Some results of experimental investigation of elastic properties of the robot „Tzicklon“ are presented.

ЛИТЕРАТУРА

1. Черноусько Ф. Л. Динамика управляемых движений упругого манипулятора.—Изв. АН СССР, Техн. кибернетика, 1981, №5, с. 142—152.
2. Черноусько Ф. Л. Динамика систем с упругими элементами большой жесткости.—Изв. АН СССР, МТТ, 1983, №4, с. 101—113.
3. Акуленко Л. Д., Михайлов С. А., Черноусько Ф. Л. Моделирование динамики манипулятора с упругими свойствами.—Изв. АН СССР, Техн. кибернетика, 1981, №5, с. 131—141.
4. Акуленко Л. Д., Болотник Н. Н. Об управляемом вращении упругого стержня.—ПММ, 1982, т. 46, вып. 4, с. 587—595.
5. Гукасян А. А. Исследование управляемых движений упругого манипулятора с тремя степенями подвижности.—Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1983, т. 36, №3, с. 13—20.
6. Акуленко Л. Д., Гукасян А. А. Управление плоскими движениями упругого звена манипулятора.—Изв. АН СССР, МТТ, 1983, №5, с. 33—41.
7. Вукобратович М., Потконик В. Численный метод моделирования динамики манипулятора с упругими свойствами.—Изв. АН СССР, Техн. кибернетика, 1981, №5, с. 131—141.
8. Черноусько Ф. Л., Градецкий В. Г., Гукасян А. А., Вешников В. Б., Самвелян К. В., Степанов В. П., Шушко Д. А. Анализ упругой податливости конструкции манипуляционных роботов. Препринт №231. ИПМ АН СССР, М.: 1984.
9. Гукасян А. А. Экспериментальные исследования упругих и жесткостных характеристик механизмов промышленных роботов. Тезисы докл. Всесоюзной школы молодых ученых и специалистов по проблемам оптимизации в машиностроении. Харьков—Алушта: Изд-во Харьковского политехнического ин-та, 1983, с. 11.
10. Айзерман М. А. Классическая механика. М.: Наука, 1980.
11. Митропольский Ю. А. Проблемы асимптотической теории нестационарных колебаний. М.: Наука, 1960.

Институт проблем механики АН СССР,
Институт механики АН Арм. ССР

Поступила в редакцию
6.1. 1984