

УДК 539.374

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ПРОНИКАНИЯ В ГРУНТ

КИРИЛЕНКО Г. А., САГОМОНЯН А. Я.

Проникание заостренных тел вращения по нормали к поверхности сухого слабосвязного грунта рассмотрено в работах [1], [2].

В работе [3] численные расчеты в задаче проникания использовались для проверки точности приближенной теории расширения цилиндрической полости в туфе. Одно- и двумерные расчеты проведены как для гидродинамической модели грунта, так и с учетом его прочности.

Известно, что многие грунты при нагружении деформируются необратимым образом [2]. При этом в слабосвязных грунтах при достаточно больших нагрузках можно пренебречь влиянием касательных составляющих напряжений на процесс деформирования по сравнению с влиянием среднего давления.

Предположим, что в условиях высокоскоростного проникания вблизи поверхности тела применима модель идеальной пластически сжимаемой среды.

Динамическая система уравнений для описания поступательного движения жесткого тела и вызванного им движения грунта в указанных предположениях имеет вид

$$\begin{aligned} \rho \frac{d\vec{V}}{dt} &= -\operatorname{grad} P, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \vec{V} = 0 \\ m_t \frac{dV_x}{dt} &= - \int_{S_k(t)} P n_x ds \\ P = & \begin{cases} f_u(\rho), \quad \frac{d\rho}{dt} > 0, \quad \rho^* = \rho \\ f_p(\rho, \rho^*), \quad \frac{d\rho}{dt} < 0, \quad \frac{d\rho^*}{dt} = 0 \\ f_p(\rho, \rho^*), \quad \frac{d\rho}{dt} > 0, \quad \rho < \rho^* \\ \frac{d\rho^*}{dt} = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

где $\rho = \rho(t, x)$, $V = V(t, x)$, $P = P(t, x)$, $\rho^* = \rho^*(t, x)$; ρ^* — максимальная плотность частицы среды, полученная ею в процессе предшест-

вующего нагружения и сохраняющаяся в дальнейшем при разгрузке и повторной нагрузке до ρ^* ; f_n —функция нагружения; f_p —функция разгрузки; m —масса тела; V_r —скорость движения тела; $S_k(t)$ —поверхность контакта среды и тела; n_z —осевая компонента внешней к поверхности S_k нормали.

На свободной поверхности, совпадающей в начальный момент с границей нижнего полупространства, занятого грунтом, имеем

$$P_{\text{св}}(t, z, r) = 0$$

На оси симметрии выполнено

$$V_r(t, z, 0) = 0$$

На поверхности тела

$$V_r n_z = v_r n_r + v_z n_z$$

где (v_r, v_z) —компоненты скорости среды.

Рассмотрим для определенности нормальное проникание конуса конечного раствора: $r = z \operatorname{tg} \gamma$, $z \leq h_{\text{кон}}$, $z \geq 0$, $t = 0$, где γ —угол раствора конуса, $h_{\text{кон}}$ —высота конуса.

В начальный момент времени известна скорость $V_r(0)$ подхода тела к поверхности грунта. Грунт однороден: $\rho_0 = \text{const}$. Нет остаточных деформаций: $\rho^*|_{t=0} = \rho_0$. Всюду $P = 0$ и $\vec{V} = 0$. Для решения задачи от системы уравнений, приведенной выше, перейдем к интегральным соотношениям, записанным с помощью обобщенной эйлеровой формулировки законов сохранения. Это дает возможность пользоваться комбинированными лагранжево-эйлеровыми подвижными сетками.

Для расчета значений параметров на промежуточном слое явной разностной схемы используется алгоритм решения задачи о распаде произвольного разрыва в идеальной пластически сжимаемой среде на границе между двумя соседними ячейками в предположении локальной автомодельности.

Решение получено для конуса с параметрами [2]:

$$\gamma = \pi/3, m_r = 10 \text{ кг}, h_{\text{кон}} = 0,13 \text{ м}, V_r(0) = -600 \text{ м/с}$$

Параметры грунта (суглинок воздушной влажности):

$$f_n(\varepsilon) = \frac{\alpha \varepsilon}{\beta - \varepsilon}, \quad \varepsilon = 1 - \rho_0/\rho$$

$$f_p(\varepsilon, \varepsilon^*) = P^*[(\varepsilon - \varepsilon_0)/(\varepsilon^* - \varepsilon_0)]^m$$

$$\alpha = 10^8 \text{ н/м}^2, \quad \beta = 0,5; \quad \rho_0 = 1529 \text{ кг/м}^3$$

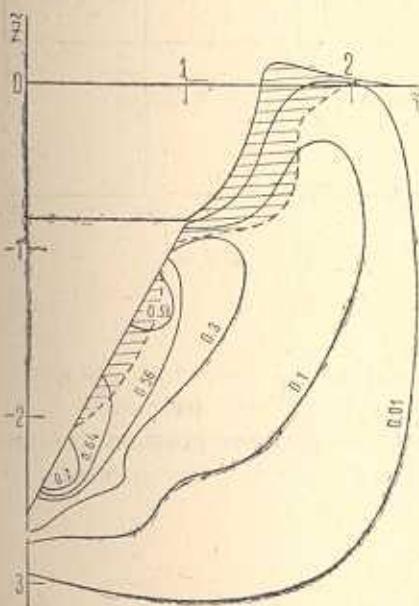
где $\varepsilon_0 = q \varepsilon^*$ —остаточная деформация; $q = 0,6$; $\varepsilon^* = 1 - \rho_0/\rho$ —максимальная деформация; $m = 5$

$$P^* = \frac{\alpha \varepsilon^*}{\beta - \varepsilon^*}$$

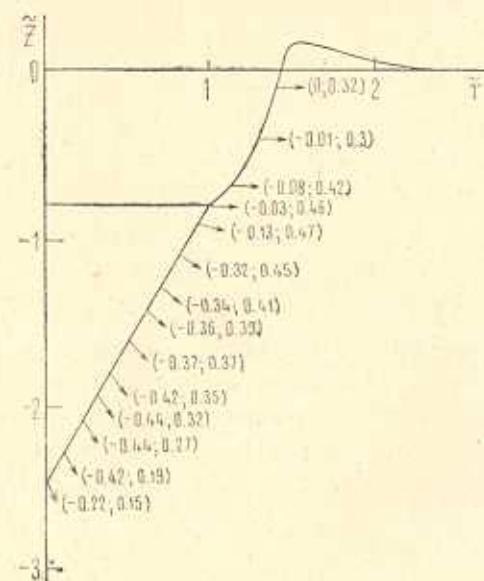
На фиг. 1 приведено поле давлений и вид свободной поверхности для момента времени $\tilde{t}=1,53$, когда конус полностью погрузился в грунт. Здесь: $\tilde{t}=tC_0/r_{\text{кон}}$, $r_{\text{кон}}=h_{\text{кон}} \operatorname{tg} \gamma/2$, C_0 —скорость звука в невозмущенной среде, $\tilde{z}=z/r_{\text{кон}}$, $\tilde{r}=r/r_{\text{кон}}$, $\tilde{P}=P/(\rho_0 C_0^2)$.

Изобары имеют характерную чечецицеподобную форму. Заштрихована область пластичности. Для нее выполнено: $\rho < \rho^*$. Характерной особенностью решения является наличие на поверхности конуса двух максимумов давления. На наш взгляд, это является результатом специфической формы ударной волны и двумерности течения грунта. Второй максимум давлений вблизи свободной поверхности постепенно исчезает по мере развития волны пластической разгрузки и увеличения глубины проникания.

Вид поля скоростей (фиг. 2) $\tilde{V}=v/C_0$ вблизи поверхности тела (цифры в скобках—значения компонент) примерно соответствует гипотезе нормального движения среды [1].



Фиг. 1

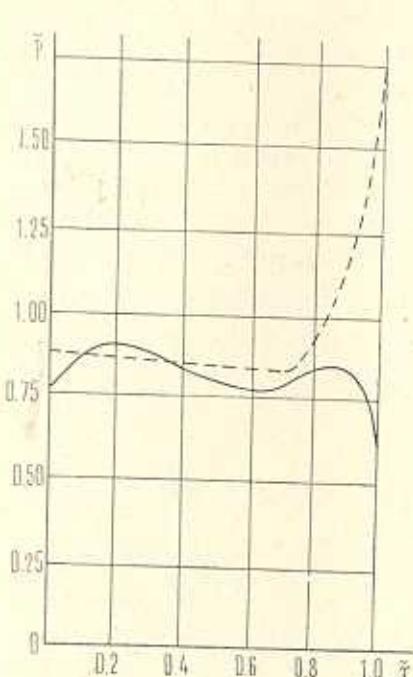


Фиг. 2

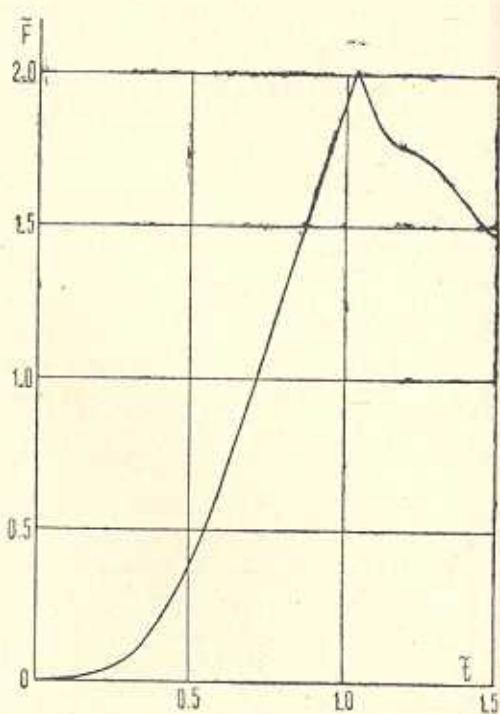
На фиг. 3 сплошной линией изображен профиль давления вдоль поверхности конуса в момент времени $\tilde{t}=1,01$, когда он погружен на глубину $z=-h_{\text{кон}}$. Здесь штриховая линия—решение по одномерной теории [1]. Существенное различие решений имеется вблизи свободной поверхности. Однако, его влияние локализовано довольно узкой зоной, что позволяет сделать вывод об обоснованности гипотезы [1].

Зависимость силы сопротивления $\tilde{F}=F/(\pi \rho_0 C_0^2 r_{\text{кон}}^2)$ от глубины

проникания — \tilde{z} изображена на фиг. 4. Максимум достигается в момент, когда $\tilde{z} = -1,73$.



Фиг. 3



Фиг. 4

Следует отметить высокие сглаживающие свойства разностной схемы вследствие использования задачи о распаде разрывов. Это, в сочетании с подвижными перестраиваемыми по ходу решения сетками, позволяет ограничиться предельно малым числом счетных ячеек, что делает метод весьма экономичным.

ԳԵՏԱԱՀՈՂՈՒՄ ԽԵՐԹԱՓԱՆՑՄԱՆ ԹՎԱՅԻՆ ՄՈԴԵԼ

Գ. Ա. ԿԻՐԻԵՎԸ, Ա. ՅԱ. ՍԱԿՈՒՐՅԱՆ

Ա. Մ Փ Ա Փ Ա Մ

Թվային մեթոդներով լուծված է գերրարձր արագությամբ ժարմինների ներթափանցման խնդիրը, բերված են պիմաղրության ուժի անշափ ժամանակից կախման դրաֆիկները:

THE NUMERICAL MODEL OF PENETRATION INTO THE SOIL

G. A. KIRILENKO, A. Y. SAGOMONIAN

Summary

The problem of high velocity penetration in an ideal plastic medium is solved by means of numerical methods. The graphs of drag force from dimensionless time are given.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сагомонян А. Я. Проникание. М.: изд. МГУ, 1974.
2. Рахматулла Х. А., Сагомонян А. Я., Алексеев Н. А. Вопросы динамики грунтов. М.: изд. МГУ, 1964.
3. Hicks D. H., Norwood F. R., Trucano T. G. Toody-Wandy calculations of penetration events. Shock Waves condens. Matter. Con. Meulo Park, Calif. 23-25 June, 1981*, New York: 1982, p. 544-547.

Механико-математический факультет МГУ
им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию
28.VI. 1984