ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XXXIX, № 1, 1986 Механика

УДК 539.6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТОКОВ И УПРУГИХ ПОЛЕЙ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ РАЗРЯДЕ В МЕТАЛЛАХ

БАГДОЕВ А. Г., ВАНЦЯН А. А., ПАХАЛОВ В. Б.

Вопросы влияния токов на движение сред представляет актуальную проблему [1, 2].

Рассматривается задача определения напряженно-деформированного состояния в электропроводящей среде при прохождении импульсного тока. В первом параграфе экспериментально получен закон распределения импульсного тока по радиусу в металлических цилиндрических образцах из дюраля, алюминия, стали и меди. Дается методика измерения плотности тока внутри металлического цилиндра. Показано, что при разряде в металле импульсный ток разделяется на низкочастотные и высокочастотные токи и что низкочастотные токи проходят по пути наименьшего сопротивления, то есть по оси цилиндра, а высокочастотные вытесняются на поверхность проводника. Показано постоянство кольцевого магнитного поля около оси. Приведен расчет величины кольцевого магнитного поля, размера области, занятой током, и показано совпадение результатов данной работы с величинами, рассчитанными по формулам, полученным в [3], с учетом тока.

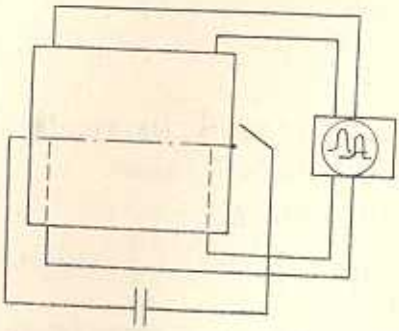
Во втором параграфе определяется напряженно-деформированное состояние внутри образца при заданном распределении токов вблизи оси. Дается условие образования и размер области пластичности.

1. Распределение токов по металлическому образцу

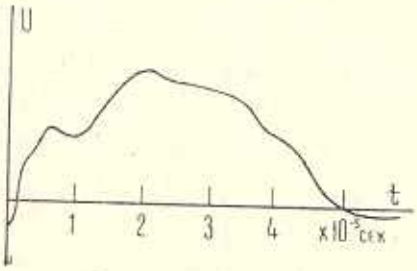
Определение распределения импульсного тока по металлическим образцам представляет интересную задачу как в прикладном, так и в теоретическом отношении. Рассматривается разрядный ток конденсаторного блока, который соединен с металлической цилиндрической болванкой по схеме, приведенной на фиг. 1.

Эксперименты показывают, что длительность импульса для заданной схемы имеет порядок 10^{-4}—10^{-5}с (фиг. 2). Если данный импульс рассмотреть как часть синусоидального тока с частотой порядка 10^5 гц, то нетрудно вычислить толщину скин-слоя и убедиться, что она порядка 1—2 мм для хорошо проводящих металлов как медь, алюминий. Но если разложить эту кривую в ряд Фурье, можно увидеть, что первый член ряда, который соответствует постоянной составляющей данного импульса, составляет около 0,15 суммы ряда. Таким образом, пренебрегать постоянной составляющей и рассматривать вышеуказанный импульс как часть синусоиды не следует.

Для определения закона распределения импульсных токов в металлических средах был проделан эксперимент. В качестве образцов были взяты материалы из дюраля, алюминия, стали и меди.



Фиг. 1

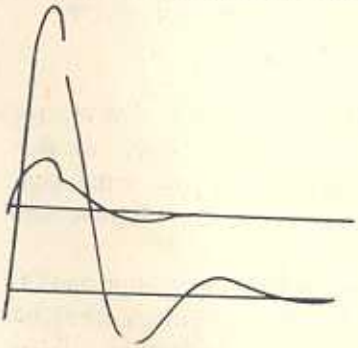


Фиг. 2

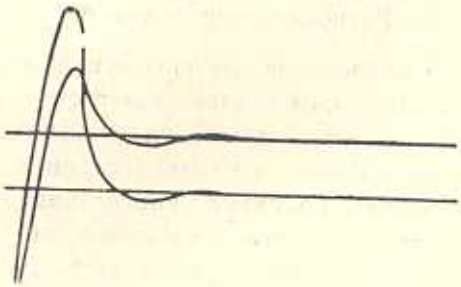
Разнообразность материалов была взята с целью проверки влияния электропроводимости среды на распределение тока.

Исследовалось также влияние напряжения конденсаторного блока на распределение токов по радиусу. С целью определения падения напряжения между двумя параллельными плоскостями, находящимися на расстоянии 5 мм от торцов цилиндрического образца длиною 60 мм, на разном расстоянии от оси в шести точках производилось зондирование. Выведенные импульсы подавались на вход двухлучевого запоминающего осциллографа С8-17. Один импульс служил в качестве контрольного и всегда брался с поверхности образца, а второй импульс был взят с разных глубин.

На фиг. 3 приведены импульсы, взятые с поверхности и на глубине 20 мм для дюраля с емкостью 1300 мкф и с напряжением 200 v. На



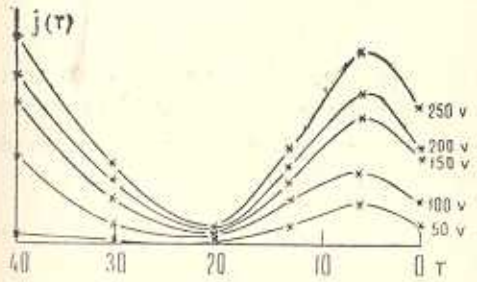
Фиг. 3



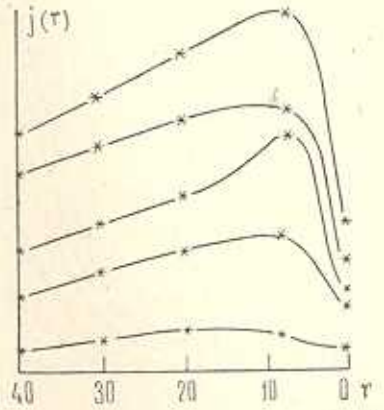
Фиг. 4

фиг. 4 показаны изменения U от t, взятые и с поверхности и с оси образца (U—напряжение). Нетрудно заметить, что оба импульса на фиг. 4—одного порядка. По значениям амплитуд импульсов построены графики плотностей токов в зависимости от радиуса (фиг. 5—8). Как видно из фиг. 5, где приведены зависимости напряжения или пропорциональной ему плотности тока от радиальной координаты r для дю-

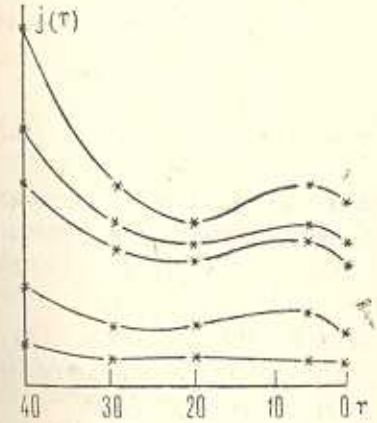
раля и $C=2000$ мкф ток, в основном, сосредоточен вблизи оси (низкочастотные) и на поверхности (высокочастотные) образца, а между ними практически ток отсутствует. Для больших значений емкости конденсаторного блока имеет место выравнивание тока по радиусу (фиг. 6). Приведены графики для разных значений напряжений конденсаторного блока. Фиг. 6 соответствует $C=16000$ мкф, при этом ток, сосредоточенный вблизи оси, почти постоянен по r, и то же имеет место для больших емкостей. Аналогичные кривые были построены также для других материалов. На фиг. 7 приведена зависимость $U(j)$ от r для алюминия, на фиг. 8—для стали. Как видно из фиг. 5, чем больше электропроводимость, тем больше вытеснение токов на поверхность.



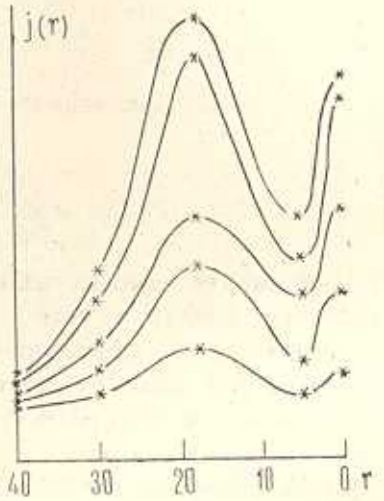
Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7

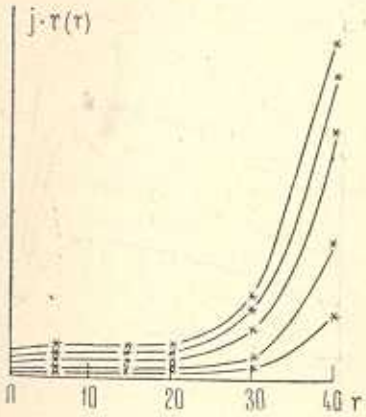


Фиг. 8

На фиг. 9 приведены зависимости $J \cdot r(r)$, построенные на основании фиг. 5 (для удобства масштаб на правом графике изменен). Как видно из фиг. 9, $J \cdot r$ до радиуса $a_1=20$ мм для части токов, сосредоточенных вблизи оси, постоянен. Следовательно, согласно уравнениям

$$\vec{J}=\frac{c}{4\pi}\operatorname{rot}\vec{H}, \qquad J_x=\frac{c}{4\pi}\frac{H_\theta}{r}$$

где x, r, θ—цилиндрические координаты, H_θ также можно считать постоянным. При этом, в окрестности оси зависимость $J(r)$ можно представить в виде $J=\frac{A}{r}$, где A определяется из условия равенства тока конденсаторного блока и тока, текущего по всему сечению образца. (Провода, соединяющие конденсаторный блок с образцом, были достаточно большого сечения, следовательно, потерями тока можно пренебречь).



Фиг. 9

Ток, который течет по оси, можно вычислить по формуле

$$I_{\text{ось}}=2\pi\int_0^{a_1}\frac{A}{r}\,r\,dr \qquad (1.1)$$

где a_1—приближенный радиус, по которому течет осевой ток. Значение среднего тока конденсаторного блока можно определить по формуле

$$I_{\text{конд}}=\frac{Cv}{t} \qquad (1.2)$$

где C—емкость, v—напряжение конденсаторного блока, t—время разрядки.

Так как не весь ток течет по оси, то вводится коэффициент $k=\frac{I_{\text{ось}}}{I_{\text{ось}}+I_{\text{пов}}}$. Приравнивая (1.1) к kCv/t, можно определить A, а затем j

$$A=\frac{Cvk}{2\pi a_1 t}, \qquad j=\frac{Cvk}{2\pi a_1 r t} \qquad (1.3)$$

Экспериментальные вычисления k, входящего в формулу (1.3), показали, что $k\approx0{,}15$, то есть для дюралюминиевого образца с заданными параметрами конденсаторного блока ток, который течет по оси, составляет 0,15 долю от всего тока.

Вычисление тока по формуле (1.2) дает $2\cdot10^5$ A. Считая, что в начальный момент входа тела в образец ток течет, в основном, по области размером тела $r\approx0{,}4$ см, получим $j_{\text{эфф}}=1{,}6\cdot10^9$ А/м^2.

При этом, в уравнениях пластического движения среды [3] следует добавить слагаемое, соответствующее току, и решение уравнения движения, которое удовлетворяет условиям на теле и условию перехода в упругое решение, имеет вид

$$\sigma_{rr}=-\left(\tau_s+\frac{H_\theta^2}{8\pi}\right)\ln\frac{\mu}{\tau_s}-\tau_s \quad \text{при} \quad H_\theta=\text{const}$$

$$\sigma_{rr} = -\tau_s\left(1+\ln\frac{\mu}{\tau_s}\right) - \frac{2\pi j^2 r_*^2}{c^2}(\xi_0^2-1) \quad \text{при} \quad j=\text{const}$$

Вычисления показывают, что в начальной стадии проникания, когда ток течет в малой области около оси, член, соответствующий влиянию тока, соизмерим с механическим слагаемым, увеличивая сжимающее напряжение среды. Подобный пинч-эффект может приводить к деформации и затуплению вершины тела. Кроме этого, при наличии импульсных токов в инденторах большое значение имеет электронно-пластический эффект [6], который снижает в сильной мере предел текучести. Экспериментально показано наличие сильного сжатия инденторов за счет тока, причем основание тела с площадью 0,3 см² увеличивается вдвое. Учитывая, что предел текучести для дюраля 3000 кг/см² и то, что разрядный ток уменьшает его в 3 раза, можно получить величину силы, которая привела к сильной деформации тела порядка 1000 кГ.

Подсчет нормальной силы, действующей на площадку 0,6 см², согласно формуле [7] для давления $P=3\sqrt{3}\,\tau_s$ в области пластического течения, показывает, что она того же порядка, что и проекция на ось боковых сил от механических напряжений [3]. Таким образом, при наличии затупления тела, связанного с действием импульсных токов, получается значительное увеличение силы сопротивления проникению. Отсюда следует полученный опытным путем вывод о существенном уменьшении глубины проникания на 40% в дюраль, которое отмечено в [5]. Следует отметить, что с помощью конденсаторного блока энергии в 400 дж удается вдвое погасить кинетическую энергию проникающего тела ~ 3200 дж, подобный выигрыш в энергии можно объяснить из-за взаимовлияния механических и электромагнитных факторов, указанных выше.

Используя формулу $j=CH_\theta/2\pi a_1$ для $H_\theta=\text{const}$, $C=0{,}02$ ф, $v=200$, $t=10^{-5}$ с, получим для H_θ численное значение $6\cdot10^5$ гс. Данные значения H_θ и a_1 находятся в хорошем соответствии с вычислениями по формулам, полученным в [3], где добавлено слагаемое за счет тока и сравнением с опытными данными определено H_θ, которое соответствует заданному значению глубины. Для рассматриваемой задачи [3] при определении напряжений и перемещений учтено, что изменения по r значительно превосходят изменения по x и t и поэтому задача решалась как одномерная и в пренебрежении инерционными членами. Тот же подход применяется далее, причем условие квазистационарности обеспечивается тем, что за время разряда упругие волны проходят расстояние, значительно превосходящее рассматриваемую область вблизи оси.

Точно также учет индуцированных магнитных полей, в задаче [3] дает незначительные поправки в значениях напряжений и ими можно пренебречь.

2. Определение напряженно-деформированного состояния в образце

Предполагается, что токи, текущие по поверхности образца, мало влияют на напряженно-деформированное состояние около оси. Вначале рассматривается задача, когда j дается формулой (1.3), тогда $H_\theta = \text{const}$ и уравнение равновесия для области $r < a_1$ можно записать в виде

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} - \frac{H_\theta^2}{4\pi r} = 0 \tag{2.1}$$

При $r > a_1$, где предполагается $j = 0$ и, следовательно, лоренцова сила $\vec{F} = \vec{j} \times \vec{H}$ равна нулю, уравнение равновесия записывается в виде

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0 \tag{2.2}$$

Используя соотношения Гука

$$\sigma_{rr} = \lambda\Delta + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \sigma_{\theta\theta} = \lambda\Delta + 2\mu \frac{u_r}{r} \tag{2.3}$$

$$\sigma_{xx} = \lambda\Delta + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \Delta = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r}$$

где λ, μ—коэффициенты Ламе, вводя поочередно обозначения $u_r = ru'$ и $\partial u'/\partial r = k_1$, интегрируя (2.1), для u_r получим

$$u_r = \frac{H_\theta^2}{8\pi(\lambda + 2\mu)} r \ln r - \frac{c_1}{2r} + c_2 r \tag{2.4}$$

Так как при $r = 0$ u_r должно быть конечным, то следует, что $c_1 = 0$.

Аналогичным образом, интегрируя уравнения (2.2), при $r > a_1$ для u_r получим

$$u_r = -\frac{c_3}{2r} \tag{2.5}$$

Используя (2.3), (2.4) и (2.5) и условия непрерывности перемещений и напряжений при $r = a_1$, для компонентов напряжений и перемещений получим при $r < a_1$

$$u_r = \frac{H_\theta^2 r}{8\pi(\lambda + 2\mu)} \left(\ln \frac{r}{a_1} - \frac{1}{2} \right), \quad \sigma_{xx} = \frac{\lambda H_\theta^2}{4\pi(\lambda + 2\mu)} \ln \frac{r}{a_1} \tag{2.6}$$

$$\sigma_{rr} = \frac{H_\theta^2(\lambda + \mu)}{8\pi(\lambda + 2\mu)} \left(\ln \frac{r}{a_1} - \frac{1}{2} \right) + \frac{H_\theta^2}{8\pi}, \quad \sigma_{\theta\theta} = \frac{H_\theta^2}{8\pi(\lambda + 2\mu)} \left[2(\lambda + \mu) \ln \frac{r}{a_1} - \mu \right]$$

при $r > a_1$

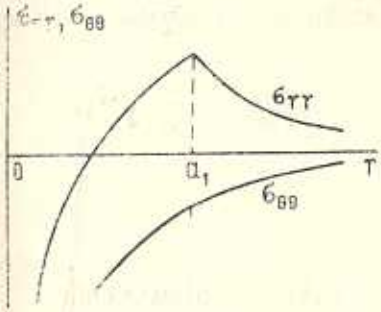
$$u_r = -\frac{H_\theta^2 a_1^2}{16\pi(\lambda + 2\mu) r}, \quad \sigma_{\theta\theta} = -\frac{H_\theta^2 a_1^2 \mu}{8\pi(\lambda + 2\mu) r^2}, \quad \sigma_{rr} = -\sigma_{\theta\theta}, \quad \sigma_{xx} = 0 \tag{2.7}$$

Как видно из полученных формул, для малых r можно принимать квазистационарность процесса, что находится в основе § 1.

На фиг. 10 приведены эпюры σ_{rr} и $\sigma_{\theta\theta}$.

Подставляя компоненты напряжений из (2.6) в условие текучести Мизеса

$$(\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta})^2+(\sigma_{rr}-\sigma_{xx})^2+(\sigma_{\theta\theta}-\sigma_{xx})^2=6\tau_s^2$$



Фиг. 10

где τ_s—предел текучести среды, получим радиус зоны пластичности около оси

$$r=a_1\exp\left\{-\left[\frac{48\pi^2\tau_s^2(\lambda+2\mu)^2}{H_\theta^2\mu^2}-\frac{3}{4}\right]^{1/2}\right\} \tag{2.8}$$

где должно выполняться условие

$$H_\theta^2<\frac{8\pi\tau_s(\lambda+2\mu)}{\mu}$$

Как показывают кривые для алюминия при $C=1800$ мкф и $C=3600$ мкф, можно приближенно считать при $r<a_1$ $j=\text{const}$, а при $r>a_1$ $j=0$. Тогда, используя тензор Максвелла в области $r<a_1$, уравнение равновесия можно записать в виде

$$\frac{\partial(\sigma_{rr}+\Pi_{rr})}{\partial r}+\frac{(\sigma_{rr}+\Pi_{rr})-(\sigma_{\theta\theta}+\Pi_{\theta\theta})}{r}=0 \tag{2.9}$$

имея в виду, что $H_\theta\neq0$, $H_x=H_r=0$, для Π_{rr} и $\Pi_{\theta\theta}$ будем иметь

$$\Pi_{rr}=-\frac{\pi r^2 j^2}{2c^2},\quad \Pi_{\theta\theta}=\frac{\pi j^2 r^2}{2c^2} \tag{2.10}$$

где c—скорость света.

Подставляя (2.10) в (2.9), получим

$$\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r}+\frac{\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta}}{r}-\frac{2\pi r j^2}{c^2}=0$$

Используя соотношения (2.3), непрерывность компонент напряжений и перемещений при $r=a_1$, найдем

при $r<a_1$

$$u_r=\frac{\pi r j^2}{4c^2(\lambda+2\mu)}(r-2a_1^2),\quad \sigma_{rr}=\frac{\pi j^2}{c^2}\left[\frac{r^2(\lambda+1{,}5\mu)-a_1^2(\lambda+\mu)}{\lambda+2\mu}\right] \tag{2.11}$$

$$\sigma_{\theta\theta}=\frac{\pi J^2}{c^2(\lambda+2\mu)}[(\lambda+0{,}5\mu)r^2-a_1(\lambda+\mu)],\quad \sigma_{xx}=\frac{\lambda\pi J^2}{c^2(\lambda+2\mu)}(r^2-a_1^2)$$

при $r>a_1$

$$u_r=-\frac{\pi J^2 a_1^4}{4c^2(\lambda+2\mu)r},\quad \sigma_{rr}=\frac{\pi J^2 a_1^4\mu}{2c^2(\lambda+2\mu)r^2},\quad \sigma_{\theta\theta}=-\sigma_{rr},\quad \sigma_{xx}=0 \tag{2.12}$$

Если плотность тока J удовлетворяет условию

$$J^2<\frac{2\tau_s c^2(\lambda+2\mu)}{\pi\mu a_1^2} \tag{2.13}$$

то подставляя (2.11) в уравнение Мизеса, получим условие образования пластичности при $r < a_1$

$$\frac{\pi J^2 a_1^4 \mu}{c^2(\lambda+2\mu)r^2} = 2\tau_s$$

Если в (2.13) выполнено обратное неравенство, для образования пластичности получим условие

$$\frac{\pi J^2 \mu (3.5r^4 + 2a_1^4 - 4r^2 a_1^2)^{1/2}}{c^2(\lambda+2\mu)} = \sqrt{6}\,\tau_s$$

ՄԵՏԱՂՆԵՐՈՒՄ ԻՄՊՈՒԼՍԱՅԻՆ ՊԱՐՊՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ ՀՈՍԱՆՔՆԵՐԻ ԲԱՇԽՄԱՆ ԵՎ ԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ԴԱՇՏԵՐԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ

Ա. Գ. ԲԱԳԴՈԵՎ, Ա. Ա. ՎԱՆՑՅԱՆ, Վ. Բ. ՊԱԽԱԼՈՎ

Ամփոփում

Որոշվում է հոսանքի խտության բաշխումը մետաղներում կոնդենսատորի պարպման դեպքում։ Ցույց է տրված, որ դյուրալի, ալյումինի և պողպատի համար հոսանքը կանցնեցրացվում է նմուշի առանցքի, ինչպես նաև կողմնային մակերևույթի մոտ։ Ստացված կորերը թույլ են տալիս կառուցել լարումների և տեղափոխությունների դաշտերը, որակապես բացատրել իմպուլսային պարպման դեպքում նմուշներում տեղի ունեցող մեխանիկական երևույթները և բարակ պինդ մարմինների փոխազդեցությունը առաձգական միջավայրի հետ։

THE DETERMINATION OF DISTRIBUTION OF CURRENTS AND ELASTIC FIELDS DURING IMPULSIVE DISCHARGE IN METALS

A. G. BAGDOEV, A. A. VANTCIAN, V. B. PAHALOV

Summary

The distribution of current density in metals during discharge of the condensator is determined. It has been shown that for dural, aluminium and steel the current is concentrated near the axis of specimen and also on its lateral surface. The obtained curves allow to construct fields of stresses and displacements, qualitatively explaining the mechanical phenomena in the specimen at the time of impulsive discharge and interaction of thin bodies with elastic media.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кнопфель Г.* Сверхсильные импульсные магнитные поля. М.: Мир, 1972.
2. *Седов Л. И.* Механика сплошной среды. т. 1. М.: Физматгиз, 1962.
3. *Багдоев А. Г., Ванцян А. А.* Проникание тонкого тела в металлы и грунты.—Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1981, т. *34*, №3.
4. *Баум Ф. А., Орленко Л. П., Стаюкович К. П., Челышев В. П., Шехтер Б. Н.* Физика взрыва. М.: Наука, 1975.
5. *Багдоев А. Г., Ванцян А. А.* Проникание тонких тел в металлы.—Изв. АН СССР, МТТ, 1982, №2.
6. *Спицын В. И., Троицкий О. А.* Моделирование теплового и пинч-действия импульсного тока на пластическую деформацию металла. ДАН СССР, 1974, т. 216, №6, 1266.
7. *Гольдсмит В.* Физика быстропротекающих процессов. М.: Мир, 1971.

Институт механики АН Армянской ССР

Поступила в редакцию
16.IX. 1983