

СКАЧКИ ПАРАМЕТРОВ НА ФРОНТЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В СМЕСИ

ВОЕЙКОВ И. В., САГОМОНЯН А. Я.

Рассматривается смесь газа с жесткими твердыми частицами, движение которой описывается с помощью модели взаимопроникающих континуумов [1], причем давление газа P является общим для обеих фаз смеси. В настоящей работе определяются скачки параметров на фронте ударной волны в такой смеси. Уравнения, выражающие основные законы механики на ударном фронте, приведены в [2], обе фазы смеси считаются равноправными.

$$\rho_1(1-\omega)u_1 = \rho_1^*(1-\omega^*)u_1^* \quad (1)$$

$$\rho_1(1-\omega)u_1(u_1 - u_1^*) = P(1-\omega^*) - P(1-\omega) \quad (2)$$

$$\rho_1(1-\omega)u_1 \left[\frac{u_1^2}{2} - \frac{u_1^{*2}}{2} + \frac{1}{\gamma-1} \left(\frac{P}{\rho_1} - \frac{P^*}{\rho_1^*} \right) \right] = P^*(1-\omega^*)u_1^* - P(1-\omega)u_1 \quad (3)$$

$$\rho_2\omega u_2 = \rho_2^*\omega^*u_2^* \quad (4)$$

$$\rho_2\omega u_2(u_2 - u_2^*) = P^*\omega^* - P\omega \quad (5)$$

$$P^* = f(\rho_2, \rho_2^*) \quad (6)$$

Здесь ω — объемная концентрация частиц, индексы 1,2 относятся к параметрам газа и частиц соответственно, звездочкой отмечены параметры за фронтом ударной волны, параметры перед фронтом считаются известными.

Уравнения для газа (калорически совершенного, с показателем адиабаты γ) можно преобразовать к виду

$$\frac{u_1^*}{u_1} = \frac{1}{m_1}, \quad m_1 = \frac{\rho_1^*}{\rho_1} \frac{1-\omega^*}{1-\omega} \quad (7)$$

$$\frac{\gamma P^*}{\rho_1^*} = \frac{a_1^2}{m_1} \frac{m_1(\gamma+1) - (\gamma-1)}{\gamma+1 - m_1(\gamma-1)}, \quad a_1^2 = \frac{\gamma P}{\rho_1} \quad (8)$$

$$u_1^* = \frac{1}{\gamma+1} \left[u_1(\gamma-1) + \frac{2a_1^2}{u_1} \right] \quad (9)$$

Из последнего равенства следует, что наличие в потоке частиц не влияет на значение скорости несущей газовой фазы за ударной волной. Задавая значение скорости газа u_1 перед ударной волной, определим m_1

$$\frac{1}{m_1} = \frac{u_1^*}{u_1} = \frac{1}{\gamma+1} \left[\gamma-1 + \frac{2}{M^2} \right], \quad M = \frac{u_1}{a_1}$$

Примем $\rho_2 = \rho_2^* = \text{const}$, тогда исключая ρ_1^* из (7), (8), u_2^* из (4), (5) и, наконец, P^* из (5), (8), получим квадратное уравнение относительно объемной концентрации частиц ω^* за ударной волной

$$\left[\frac{\rho_1 a_1^2 (1-\omega)}{\gamma \omega} \frac{m_2 (\gamma+1) - (\gamma-1)}{\gamma+1 - m_1 (\gamma-1)} + P + \rho_2 u_2^2 \right] \omega^* - [P + \rho_2 u_2^2 (1+\omega)] \omega^* + \rho_2 u_2^2 \omega = 0 \quad (10)$$

Далее принято $P = 10\,000 \text{ кг/м}^2$, $\rho_1 = 0,125 \text{ кгс}^2/\text{м}^4$, $\rho_2 = 100 \text{ кгс}^2/\text{м}^4$, $\gamma = 1,4$, $u_1 = u_2$.

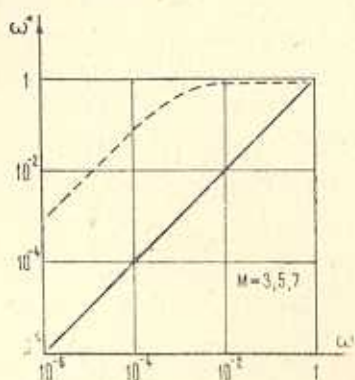


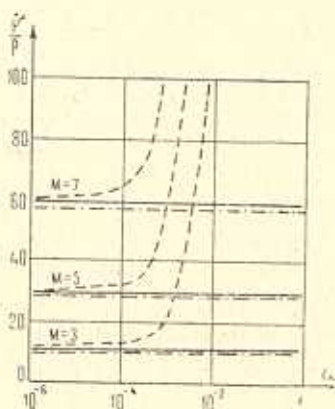
Рис. 1

Исследование уравнения (10) показывает, что оба его решения, приведенные на фиг. 1, соответствуют скачку уплотнения ($P^* > P$) для всех значений $0 < \omega < 1$, $M > 1$ и практически не зависят от значения M . Первое решение (сплошные линии на фигурах) отвечает очень малому увеличению объемной концентрации за ударной волной: $\frac{\omega^* - \omega}{\omega} \approx 10^{-3}$.

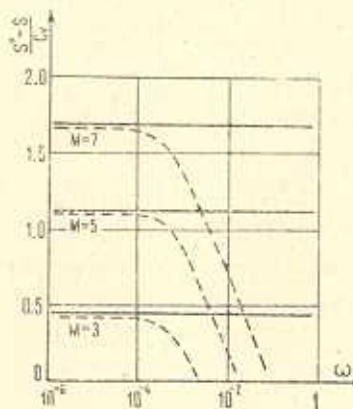
Давление за ударной волной при этом мало отличается от соответствующего давления в чистом газе, показанного на фиг. 2 штрих-пунктирной линией. Второе решение уравнения (10) (пунктирные линии на фигурах) соответствует резкому увеличению концентрации частиц за ударной волной.

Давление в этом случае является сильно возрастающей функцией объемной концентрации. На фиг. 3 показано изменение энтропии газа $\frac{S^* - S}{c_v} = \ln \frac{P^*}{P} \left(\frac{\rho_1}{\rho_1^*} \right)^\gamma$ на ударной волне. Для второго решения это убывающая функция, которая с некоторого значения объемной концентрации становится отрицательной. Вероятно, второе решение уравнения (10) следует исключить из рассмотрения во всей области.

Давление в этом случае является сильно возрастающей функцией объемной концентрации. На фиг. 3 показано изменение энтропии газа $\frac{S^* - S}{c_v} = \ln \frac{P^*}{P} \left(\frac{\rho_1}{\rho_1^*} \right)^\gamma$ на ударной волне. Для второго решения это убывающая функция, которая с некоторого значения объемной концентрации становится отрицательной. Вероятно, второе решение уравнения (10) следует исключить из рассмотрения во всей области.



Фиг. 2



Фиг. 3

В важном для практики случае $\frac{\rho_1}{\rho_2} \ll 1$, $\omega \ll 1$ на основе асимптотических исследований соотношений на ударной волне, приведенных в [3], показано малое влияние частиц на характер изменения параметров газа на фронте ударной волны. Исследованное выше первое решение уравнения (10) во всей области изменения ω указывает на высокую точность допущений $\omega = \omega^*$, $u_2 = u_2^*$ и удовлетворительную точность допущения $\frac{P^*}{P} = \frac{\gamma \rho_1^* - \rho_2}{\rho_1^* - \gamma \rho_1}$, $x = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}$, которые часто встречаются в практических расчетах.

В связи с проведенным выше анализом представляет интерес рассмотреть скорость распространения малых возмущений за фронтом ударной волны, где смесь является неравновесной (скорости и температуры фаз не совпадают между собой, характерная частота возмущений велика). Неравновесная («замороженная») скорость звука согласно [4] равна

$$a^2 = \frac{\frac{1-\omega}{\rho_1} + \frac{\omega}{\rho_2}}{\frac{1-\omega}{\rho_1 a_1^2} + \frac{\omega}{\rho_2 a_2^2}}$$

где a_1 , a_2 — скорости звука в чистых фазах.

Из этого простого выражения следует, что скорость распространения звука в смеси газа и воды равна или чуть больше скорости звука в чистом газе практически во всей области изменения ω : $0 < \omega \leq 0,99$.

**ԽԱՌՆՈՒՐԳՈՒՄ ՀԱՐՎԱԾՍՅԻՆ ԱՒԻՔԻ ՀԱԿԱՏԻ ՎՐԱ
ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԻ ԹՈՒՆԶՔՆԵՐԸ**

Ի. Վ. ՎՈՅՅՈՎ, Ա. ՅԱ. ՍԱԳՈՄՈՆՅԱՆ

Ա մ փ ո փ ո ս մ

Աշխատանքում դիտարկվում է հարվածային ալիքի ճակատի վրա խառնուրդի պարամետրերի թռչյաձև փոփոխման բնույթը: Բերված է մեխանիկայի հիմնական օրենքները արտահայտող հավասարումների համակարգի բանական անալիզ, անչափված են հարվածային ալիքի ճակատից դուրս երկու էպպես տարբեր լուծումներ: Վերջնական լուծումը բնորոշված է կետադիտարկման անալիզի և ասիմպտոտիկ հետադադարի սպեկտրի մոտեցմամբ: Նա նույնպես գտնվում է գործնական հաշվարկներում հաճախ օգտագործվող ենթադրությունների ներդաշնակության մեջ:

THE LEAPS OF THE PARAMETERS ON THE SHOCK WAVE FRONT IN MIXTURE

I. V. VOEIKOV, A. Ia. SAGOMONIAN

S u m m a r y

The nature of uneven change of the mixture parameters on the shock wave front is considered in the present paper. The quantitative analysis of simultaneous equations, presenting the main mechanical laws, is conducted. Two essentially different solutions down stream of the shock front are received. The final solution is selected by the aid of entropy analysis and asymptotic research. It also corresponds to the assumptions often used in practical calculations.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рахматулин Х. А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых тел.—ПММ, 1956, т. 20, в. 2, с. 184—195.
2. Сагомонян А. Я. Гиперзвуковое движение тонких тел в смеси.—Вестн. МГУ, Сер. математ., 1982, №3, с. 100—108.
3. Нисматуллин Р. И. Уравнения гидромеханики и волны уплотнения в двухскоростной и двухтемпературной сплошной среде при наличии фазовых превращений.—Изв. АН СССР, МЖГ, №5, 1967, с. 33—48.
4. Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения. М.: Мир, 1972.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию
12.III, 1984