ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXXVIII, № 4, 1985 Механика

УДК 517.9 : 532

ОБОСНОВАНИЕ ПРИМЕНИМОСТИ УРАВНЕНИЙ КОРОТКИХ ВОЛН ПРИ ПОЛУЧЕНИИ УРАВНЕНИЯ МОДУЛЯЦИИ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ

БАГДОЕВ А. Г., ПЕТРОСЯН Л. Г.

В работе [1] были получены и решены уравнения нестационарных двумерных коротких волн для сжимаемой жидкости. С учетом вязкости и теплопроводности соответствующие уравнения получены в [2]. Исследование лучевых решений и дифракционных задач для неоднородных сред проведено в [3, 4].

Построение общего вида уравнения коротких волн для слабо диссипативных сред и конкретизация коэффициентов для теплопроводящей жидкости с несимметричным тезором напряжений выполнены в [5, 6].

Получение уравнений для волн модуляций из уравнения коротких волн, заменяющего систему уравнений среды, для микрополярных электропроводящих жидкостей с пузырьками газа при наличии магнитного поля и их применение к дифракционным задачам приводятся в работе [7].

Примененный в указанной работе метод получения уравнений модуляций является довольно общим и простым.

В настоящей работе на примере более простой среды, представляющей вязкую жидкость с пузырьками газа, дается вывод уравнений модуляций из исходной системы уравнений и показывается, что окончательное уравнение модуляции совпадает в основных порядках с уравнением, полученным в работе [7], для данного вида среды. Тем самым, обосновывается возможность использования общего подхода [7] для получения уравнений модуляций волн, основанного на использовании уравнения коротких волн, вид которого известен для произвольных сред [5, 6].

Для простоты рассматривается плоская задача.

Уравнения движения вязкой сжимаемой жидкости (смеси) имеют вид

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{1}{3}\nu\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{1}{3}\nu\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\rho\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)=0 \quad (3)$$

где u, v—проекции скорости частицы на оси x, y; p—давление, ρ—плотность, t—время, $\nu=\frac{\mu}{\rho}$—коэффициент кинематической вязкости. Здесь произведены осреднения величин (среднее давление p, ρ—плотность и т. д.). Осреднение проводится по элементу объема смеси, содержащему много пузырьков, но имеющему малые линейные размеры по сравнению с характерной длиной движения.

Ниже рассматривается гомогенная жидкость, представляющая собой простейшую модель жидкости с пузырьками газа, в которой пренебрегают всеми эффектами, связанными с пузырьковой структурой газосодержания, за исключением сжимаемости [8].

Обозначим величины, относящиеся к газовой фазе, индексом g, а к жидкости—индексом f; например, ρ_f и ρ_g означают плотности жидкости и газа соответственно. Определим β как объем газа в единице объема смеси, тогда для плотности газа имеем [8]

$$\rho=\rho_f(1-\beta)+\rho_g\beta$$

В континуальной теории вкладом газа в массовую плотность обычно пренебрегают, тогда для плотности смеси запишем [8]

$$\rho=\rho_f(1-\beta) \quad \text{или} \quad \frac{d\rho}{dt}=-\rho_f\frac{d\beta}{dt} \tag{4}$$

плотность жидкости ρ_f считается постоянной.

Если допустить, что газ и жидкость движутся с одинаковой скоростью, то массу газа в единице массы смеси можно считать постоянной [8]

$$\frac{\rho_g\beta}{\rho_f(1-\beta)}=\text{const}$$

Учитывая, что при постоянной температуре T (изотермический процесс) давление в газе p_g пропорционально ρ_g, то предыдущее равенство можно переписать в виде [8]

$$\frac{p_g\beta}{1-\beta}=\text{const} \quad \text{или} \quad \frac{1}{p_g}\frac{dp_g}{dt}=-\frac{1}{\beta(1-\beta)}\frac{d\beta}{dt} \tag{5}$$

Уравнение состояния для пузырька при изотермическом процессе имеет вид

$$p_gR^3=\text{const} \quad \text{или} \quad \frac{1}{g}\frac{dp_g}{dt}+\frac{3}{R}\frac{dR}{dt}=0 \tag{6}$$

где R—радиус пузырька.

Пользуясь условием непрерывности напряжений на границе пузырька и жидкости, в том числе и вязких напряжений, можно получить для давления p в жидкости следующее выражение [8]:

$$p_g-p=\rho_fR\frac{d^2R}{dt^2}+\frac{3}{2}\rho_f\left(\frac{dR}{dt}\right)^2+\frac{4\mu}{R}\frac{dR}{dt} \tag{7}$$

Здесь допускается, что соотношение (7) между p и p_g существует и в смеси.

В силу малости R квадрат $\frac{dR}{dt}$ отбрасываем и заменяем полные производные на частные, причем после линеаризации получим

$$p_g-p=\rho_f R_0\frac{\partial^2 R}{\partial t^2}+\frac{4\mu}{R_0}\frac{\partial R}{\partial t}\quad (R=R_0+R') \tag{8}$$

Из уравнений (6), полагая $p_g=p_{g0}+p_g'$, в том же порядке имеем

$$\frac{\partial R}{\partial t}=-\frac{R_0}{3p_{g0}}\frac{\partial p_g}{\partial t} \tag{9}$$

Подставляя $\frac{\partial R}{\partial t}$ в (8), можно получить

$$p_g-p=-A\frac{\partial^2 p_g}{\partial t^2}-B\frac{\partial p_g}{\partial t},\qquad \text{где}\quad A=\rho_f\frac{R_0^2}{3p_{g0}},\quad B=\frac{4\mu}{3p_{g0}} \tag{10}$$

Из (4) и (5) находим

$$\frac{1}{p_g}\frac{dp_g}{dt}=\frac{1}{\beta\rho}\frac{d\rho}{dt} \tag{11}$$

Используя уравнения (3) и (11), получим

$$\frac{dp_g}{dt}+\frac{p_g}{\beta}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)=0 \tag{12}$$

Полагая $\beta=\beta_0+\beta'$, $\rho=\rho_0+\rho'$, $p=p_0+p'$, из (5) и (10) получим в главных порядках следующие соотношения:

$$p_{g0}=p_0,\quad p_g'\approx p',\quad \beta'\approx-\frac{\beta_0(1-\beta_0)}{p_0}p' \tag{13}$$

Тогда имеем

$$\frac{p_g}{\beta}\approx\frac{p_0}{\beta_0}+\frac{(2-\beta_0)}{\beta_0}p' \tag{14}$$

Так как скорость звука в рассматриваемой среде определяется в виде [8] $c_0^2=p_0/\beta_0\rho_0$, то

$$\frac{p_g}{\beta}=\rho_0 c_0^2\left(1+n\frac{p'}{\rho_0 c_0^2}\right)\quad \left(n=\frac{2-\beta_0}{\beta_0}\right)$$

Тогда уравнение непрерывности (12) примет вид

$$\frac{\partial p_g}{\partial t}+u\frac{\partial p_g}{\partial x}+v\frac{\partial p_g}{\partial y}+\rho_0 c_0^2\left(1+n\frac{p'}{\rho_0 c_0^2}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)=0 \tag{15}$$

Из (11) в основных порядках получим

$$\rho'=\frac{p'}{c_0^2}\quad \text{или}\quad \rho=\rho_0+\frac{p'}{c_0^2} \tag{16}$$

Решение (1), (2) и (15) ищем в виде медленноменяющихся амплитуд

$$u = U_0 + U_1 \exp(-\delta k^2 t + i\tau) + U_2 \exp(-2\delta k^2 t + 2i\tau) + \text{к. с.}^*$$

$$v = V_0 + V_1 \exp(-\delta k^2 t + i\tau) + V_2 \exp(-2\delta k^2 t + 2i\tau) + \text{к. с.}$$

$$p' = P_0 + P_1 \exp(-\delta k^2 t + i\tau) + P_2 \exp(-2\delta k^2 t + 2i\tau) + \text{к. с.} \qquad (17)$$

где $\tau = kx - kc_0 t - \omega t$, k — волновое число, которое считается большим, ω — частота, δ — постоянная.

Подставляя (17) в (1), (2) и (15) и приравнивая слагаемые с e^0, $e^{i\tau}$, $e^{2i\tau}$, получим три системы, состоящие каждая из трех уравнений.

В дальнейшем рассматриваются две важные задачи: а) дифракционная задача, в которой существенны изменения амплитуд и фаз вдоль волны и имеют место порядки $x \sim 1$, $y \sim \frac{1}{\sqrt{k}}$, $t \sim 1$; б) задачи, близкие к одномерным по x и t.

Сначала рассмотрим нестационарную дифракционную задачу.

Не выписывая уравнения для свободных членов, отметим, что из них следуют порядки

$$U_0 \sim U_1^2, \quad V_0 \sim \frac{1}{\sqrt{k}} U_1^2, \quad P_0 \sim \frac{1}{k} U_1^2$$

Из уравнений (1) и (15) для первой гармоники, оставляя линейные недифференцируемые члены главного порядка, можно получить

$$\left(-\delta k^2 - ic_0 k - i\omega + \frac{4}{3}\nu k^2\right) U_1 = -\frac{1}{\rho_0} ikP_1 \qquad (18)$$

$$[(-\delta k^2 - ic_0 k - i\omega) + A(\delta k^2 + ic_0 k + i\omega)^2 - B(\delta k^2 + ic_0 k + i\omega)^2] P_1 + \\ + \rho_0 c_0^2 ikU_1 = 0 \qquad (19)$$

Предполагая малость всех слагаемых в скобках по сравнению с членом $ic_0 k$, получим

$$\omega \approx -\frac{1}{2} A c_0^3 k^3, \quad \delta \approx \frac{Bc_0^2}{2} + \frac{2}{3}\nu, \quad P_1 \approx \rho_0 c_0 U_1 \qquad (20)$$

Подобным же образом из уравнений для второй гармоники можно получить

$$P_2 \approx \rho_0 c_0 U_2 \qquad (21)$$

Аналогичным образом можно подставить (17) в уравнение (2) и получить уравнения для первой и второй гармоники. Оставляя в них главные члены, получим

$$V_1 \approx -\frac{i}{k}\frac{\partial U_1}{\partial y}, \quad V_2 \approx -\frac{i}{2k}\frac{\partial U_2}{\partial y}$$

Отсюда следует, что

$$|v| \ll |u| \qquad (22)$$

* К. С. обозначает комплексно-сопряженные слагаемые.

Напишем теперь уравнения (1) и (15) для второй гармоники в главных порядках

$$\frac{\partial U_2}{\partial t}-2(\delta k^2+ikc_0+i\omega)U_2+ikU_1^2=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P_2}{\partial x}-\frac{1}{\rho_0}2ikP_2-\frac{16}{3}\nu k^2U_2+\frac{ik}{\rho_0c_0^2}P_1$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial t}-2(\delta k^2+ikc_0+i\omega)P_2+(1+n)ikU_1P_1-8Aik^3c_0^3P_2+4Bk^2c_0^2P_2+2\rho_0c_0ikU_2=0$$

Предполагая, что $Ac_0^3k^2\gg 1$, можно производные отбросить и тогда с учетом (2) получим

$$2\left(-\delta k^2-ic_0k+\frac{1}{2}Aic_0^3k^3+\frac{8}{3}\nu k^2\right)U_2=-\frac{1}{\rho_0}2ikP_2$$

$$2\left(-\delta k^2-ic_0k-\frac{7}{2}Aic_0^3k^3+2Bc_0^2k^2\right)P_2+2ik\rho_0c_0^2U_2+(1+n)\rho_0c_0ikU_1^2=0$$

Отсюда найдем значение U_2 в виде

$$U_2=-\frac{(1+n)i}{-6Aic_0^3k^2+4\delta k}U_1^2 \tag{23}$$

Из уравнений для свободных членов, предполагая [9], что они обусловлены основной волной $x\approx c_0t$ и полагая в них $\frac{\partial}{\partial t}\approx -c_0\frac{\partial}{\partial x}$, можно в главных порядках получить $P_0\approx\rho_0c_0U_0$. Тогда, учитывая (20) и (21), можно в основном порядке получить

$$p'\approx\rho_0c_0u \tag{24}$$

что является известным соотношением на волне.

Учитывая то, что в нелинейных членах в уравнениях (1), (2) и (15) следует оставлять только малые основного порядка, которые получаются дифференцированием экспоненциальных множителей, фигурирующих в соотношениях (17), можно оставить в них лишь производные по x и упростить согласно (24).

Тогда уравнения (1), (2) и (15) с учетом (16), (22) и (24) примут вид

$$\frac{\partial u}{\partial t}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{1}{3}\nu\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\nu\Delta u \tag{25}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{1}{3}\nu\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\nu\Delta v \tag{26}$$

$$\frac{\partial p_g}{\partial t}+u\frac{\partial p_g}{\partial x}+\rho_0c_0^2\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)+np'\frac{\partial u}{\partial x}=0 \tag{27}$$

$$\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

Из (25) и (26), полагая $u=\frac{\partial\varphi}{\partial x}$, $v=\frac{\partial\varphi}{\partial y}$, получим

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}=-\frac{1}{\rho_0}p'+\frac{4}{3}\nu\Delta\varphi \tag{28}$$

Из уравнения (27) с учетом (24) получим

$$\frac{\partial p_g}{\partial t}+\rho_0 c_0^2\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\rho_0 c_0(n+1)\left(u\frac{\partial u}{\partial x}\right)=0 \tag{29}$$

Применяя к полученному уравнению оператор $\left(1+A\frac{\partial^2}{\partial t^2}+B\frac{\partial}{\partial t}\right)$ и исключая с помощью (28) p', с учетом (10) получим

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-\frac{4}{3}\nu\Delta\varphi-c_0^2\left(1+A\frac{\partial^2}{\partial t^2}+B\frac{\partial}{\partial t}\right)\Delta\varphi-c_0(n+1)\left(u\frac{\partial u}{\partial x}\right)=0 \tag{30}$$

Здесь в нелинейном члене отброшены малые слагаемые, содержащие множители ν, A и B.

Дифференцируя (30) по x и заменяя φ через u, получим

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=c_0^2\Delta u+Ac_0^2\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Delta u+2\delta\frac{\partial}{\partial t}\Delta u+c_0(n+1)\frac{\partial}{\partial x}\left(u\frac{\partial u}{\partial x}\right) \tag{31}$$

Здесь использовано выражение для δ из (20).

Подставляя из (17) значение u в (31), учитывая значение ω из (20) и приравняв слагаемые с первой гармоникой, получим

$$2\frac{\partial U_1}{\partial t}ki(-c_0-\gamma k^2)+2\frac{\partial U_1}{\partial x}kic_0(-c_0+2\gamma k^2+2\delta ki)+$$
$$+c_0\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2}(-c_0+2\gamma k^2+2\delta ki)+\frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2}\left(1+\frac{2\gamma}{c_0}k^2\right)+2\frac{\partial^2 U_1}{\partial x\partial t}(-4\gamma k^2-2\delta ki)+$$
$$+\frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2}c_0(-c_0+2\gamma k^2+2\delta ki)+(n+1)k^2c_0\overline{U}_1U_2\exp(-2\delta k^2 t)=0 \tag{32}$$

где

$$\gamma=\frac{1}{2}Ac_0^3 \tag{33}$$

Для стационарной задачи дифракции уравнение (32) примет вид

$$2\frac{\partial U_1}{\partial x}c_0ik+c_0\Delta U_1+\frac{(n+1)c_0k^2\overline{U}_1U_2\exp(-2\delta k^2 t)}{-c_0+2\gamma k^2+2\delta ki}=0$$

Подставляя сюда значение U_2 из (23) и отбрасывая вторые степени γ и δ, получим

$$2\frac{\partial U_1}{\partial x}ik+\Delta U_1-\frac{(n+1)^2\overline{U}_1U_1^2k\exp(-2\delta k^2 t)}{4c_0(3\gamma k+\delta i)}=0 \tag{34}$$

В случае нестационарных волн обычно различают следующие задачи: а) задачи дифракции, для которых вторыми производными по x и t можно пренебречь; б) задачи, близкие к одномерным по x и t, в которых вторую производную по y можно считать малой и основными по порядку членами в (32) будут слагаемые с первыми производными.

Для нестационарной задачи удобно в (32) перейти к переменной

$x_1 = x - c_0 t$, тогда $\left.\frac{\partial U_1}{\partial t}\right|_x = \left.\frac{\partial U_1}{\partial t}\right|_{x_1} - c_0 \frac{\partial U_1}{\partial x_1}$ и в случае квазиодномерных задач, предполагая первое слагаемое в правой части малым (как это видно из дальнейшего) и отбрасывая $\left.\frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2}\right|_{x_1}$, можно получить

$$-2ik \frac{\partial U_1}{\partial t}(c_0 + \gamma k^2) + 2ikc_0 \frac{\partial U_1}{\partial x_1}(3\gamma k^2 + 2\delta ik) - 2c_0 \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_1 \partial t} +$$

$$+ 2\frac{\partial^2 U_1}{\partial x_1^2} c_0(6\gamma k^2 + 3\delta ik) + \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} c_0(-c_0 + 2\gamma k^2 + 2\delta ik) +$$

$$+ \frac{(n+1)^2 c_0 k^2 \overline{U}_1 U_1^2 \exp(-2\delta k^2 t)}{4(3\gamma k^2 + \delta ki)} = 0 \tag{35}$$

Следуя [9], приравниваем в (35) производные первого порядка для того, чтобы исключить производную по t в $\frac{\partial^2 U_1}{\partial x_1 \partial t}$, имеющую более высокий порядок малости. Тогда получим

$$\left.\frac{\partial U_1}{\partial t}\right|_{x_1} \approx (3\gamma k^2 + 2\delta ik)\frac{\partial U_1}{\partial x_1} \tag{36}$$

откуда видна малость производной по t.

Уравнение (35) примет вид

$$i\left.\frac{\partial U_1}{\partial t}\right|_x + i\frac{\partial U_1}{\partial x}(c_0 - 3\gamma k^2 - 2\delta ki) + \frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2}(-3\gamma k - i\delta) +$$

$$+ \frac{1}{2k}\frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2}(c_0 - 3\gamma k^2 - 2\delta ki) = -\frac{(1+n)^2 \overline{U}_1 U_1^2 \exp(-2\delta k^2 t) ik}{2(-12\gamma ik^2 + 4\delta k)} \tag{37}$$

В стационарной задаче дифракции в (34) и (37) вторую производную по x следует отбросить.

Тогда можно видеть, что в указанной задаче уравнение (37) совпадает с уравнением (34).

Сравним полученные результаты с уравнением модуляции, полученным с помощью уравнения коротких волн [7], которое в обозначениях данной статьи примет вид

$$c_0 \frac{\partial^2 U_1}{\partial t \partial x_1} + ikc_0 \frac{\partial U_1}{\partial t} - i\frac{\partial U_1}{\partial x_1}[3\gamma k^3 c_0 + 2i\delta c_0 k^2] + c_0(-3\delta ik - 6\gamma k^2)\frac{\partial^2 U_1}{\partial x_1^2} =$$

$$= -\frac{1}{2}c_0^2 \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} + \frac{(n+1)^2 k^2 c_0 \overline{U}_1 U_1^2 \exp(-2\delta k^2 t)}{2(4\delta ik + 12\gamma k^2)} +$$

$$+ c_0(n+1)k^2 U_0 U_1 \exp(-\delta k^2 t) \tag{38}$$

В дифракционных задачах член U_0 можно отбросить и уравнение (38) будет совпадать с уравнением (35).

Следует отметить, что хотя проделанные при получении (37) преобразования делались для задач типа б), тем не менее, уравнение

(37) пригодно и для дифракционных задач а), поскольку в них вторые производные по x и t несущественны.

Для задач б) следует учитывать тот факт, что порядки производных по y будут иными и соответственно изменятся порядки для U_0, V_0, P_0. При этом уравнение (31) вновь имеет место. Подставляя в (31) уравнения (17), для свободных членов в главных порядках с учетом соотношения

$$\left.\frac{\partial^2 U_0}{\partial t^2}\right|_x = \left.\frac{\partial^2 U_0}{\partial t^2}\right|_{x_1} - 2c_0 \frac{\partial^2 U_0}{\partial t \partial x_1} + c_0^2 \frac{\partial^2 U_0}{\partial x_1^2}$$

и (36), которое в смысле порядков имеет место и для U_0 [9], получим

$$-2c_0 \frac{\partial^2 U_0}{\partial t \partial x_1} - c_0^2 \frac{\partial^2 U_0}{\partial y^2} = 2\gamma c_0 \frac{\partial^4 U_0}{\partial x_1^4} - 2\delta c_0 \frac{\partial^3 U_0}{\partial x_1^3} +$$

$$+ (n+1) c_0 \frac{\partial}{\partial x_1}\left(U_0 \frac{\partial U_0}{\partial x_1}\right) + (n+1) c_0 \frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{\partial}{\partial x_1} U_1 \overline{U}_1\right) \exp(-2\delta k^2 t)$$

Выведенное уравнение совпадает с уравнением [7], которое было получено из уравнений коротких волн.

Отметим, что множитель $\exp(-2\delta k^2 t)$ по предположению близок к единице, поэтому в [7] уравнение, аналогичное (34) (без второй производной по x), получаемое также из (38), называлось уравнением для стационарной задачи дифракции.

Заметим, что, взяв линейное затухание в уравнениях (17) в виде $\exp(-2\delta k^2 x/c_0)$, снова можно получить уравнение (37) с теми же коэффициентами при производных по x и t и в нелинейном члене, только будет некоторое отличие в малых добавках к c_0 в коэффициенте при второй производной по y (эти добавки вообще не учитываются при получении уравнений коротких волн). Несущественность малых добавок в коэффициентах видна также из решений для узких пучков, полученных в [7].

ԳԱԶԱՀԵՂՈՒԿ ԽԱՌՆՈՒՐԴԻ ՄՈԴՈՒԼՅԱՑԻԱՅԻ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՍՏԱՑՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ ԿԱՐՃ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՄԱՆ ՀԻՄՆԱՎՈՐՈՒՄԸ

Ա. Գ. ԲԱԳԴՈԵՎ, Լ. Գ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

Ամփոփում

Տրվում է մոդուլյացիայի հավասարումների ստացումը գազի բշտիկներ պարունակող մածուցիկ հեղուկ միջավայրի ելակետային հավասարումների սիստեմից։ Ցույց է տրվում, որ մոդուլյացիայի վերջնական հավասարումները հիմնական կարգերում համընկնում են կարճ ալիքների հավասարումներից ստացված հավասարումների հետ։ Դրանով իսկ հիմնավորվում է վերջիններիս (որոնց տեսքը հայտնի է կամայական միջավայրերի համար) օգտագործման հնարավորությունը ալիքների մոդուլյացիայի հավասարումների ստացման համար։

THE ESTIMATION OF APPLICATION OF EQUATIONS OF SHORT WAVES IN DERIVATION OF MODULATION EQUATION FOR FLUID-GAS MIXTURE

A. G. BAGDOEV, L. G. PETROSSIAN

S u m m a r y

The derivation of modulation equations from the initial system of equations of the medium which represents viscous fluid with bubbles of gas has been given. It has been shown that the final equation of modulation coincides, in main orders, with the equation obtained from equations of short waves. Thus the possibility of using the latter (the form of which is known for arbitrary media) for the derivation of equations of modulation of waves has been proved.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Рыжов О. С., Христианович С. А.* О нелинейном отражении слабых ударных волн.— ПММ, 1952, т. 22, № 5, с. 586—599.
2. *Шефтер Г. М.* Учет эффектов вязкости и теплопроводности при распространении импульсов в неоднородной движущейся жидкости.—ПММ, 1969, т. 33, № 1, с. 162—168.
3. *Бабич В. М.* Лучевой метод вычисления интенсивности волновых фронтов для анизотропной упругой среды. Сб. Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн.—Л.: ЛГУ, 1961, № 5, с. 36—46.
4. *Бабич В. М., Кирпичникова Н. Я.* Метод пограничного слоя в задачах дифракции. —Л.:ЛГУ, 1974. 124 с.
5. *Багдоев А. Г., Петросян Л. Г.* Уравнения коротких волн для теплопроводящей жидкости с несимметричным тензором напряжений. I. Упрощенные уравнения коротких волн для произвольной нелинейной слабо диссипативной среды.— ЖТФ, 1980, т. 50, вып. 12, с. 2504—2511.
6. *Багдоев А. Г., Петросян Л. Г.* Уравнения коротких волн для теплопроводящей жидкости с несимметричным тензором напряжений. II. Коэффициенты уравнений коротких волн для теплопроводящей жидкости с моментными напряжениями. —ЖТФ, 1980, т. 50, вып. 12, с. 2512—2519.
7. *Багдоев А. Г., Петросян Л. Г.* Распространение волн в микрополярной электропроводящей жидкости.—Изв. АН АрмССР, Механика, 1983, т. 36, № 5, с. 3—16.
8. *Ван Вейнгарден Л.* Одномерные течения жидкости с пузырьками газа.—Реология суспензий (сб. статей), М.: Мир, 1975, с. 68—103.
9. *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны.—М.: Мир, 1977. 624 с.

Институт механики
АН Армянской ССР

Ереванский
государственный университет

Поступила в редакцию
29.IV.1983