

УДК 539.43 : 622.011.4

## К ОЦЕНКЕ УСТАЛОСТНОЙ ПРОЧНОСТИ СТЕНОК СКВАЖИН

СМОЛЬСКИЙ В. М.

В настоящее время в связи с неуклонным ростом объема разработок полезных ископаемых на больших глубинах актуальной является задача обеспечения усталостной прочности протяженных необсаженных стенок скважин. В процессе строительства скважины ее стенка воспринимает импульсы гидростатического давления при спуско-подъемных операциях, что вызывает усталостный рост отходящих от ее поверхности трещин, образовавшихся при проходке скважины. Достижение этими трещинами критической длины приводит к скалыванию породы со стенки скважины и образованию каверн, что создает осложнения при бурении. В работе применена теория роста усталостных трещин сдвига для оценки долговечности ствола скважины. Получено дифференциальное уравнение начального контура вертикального профиля каверны и форма кривой усталости. Теоретически выведена линейная зависимость между логарифмом сколотого объема и числом циклов гидростатического нагружения. По результатам усталостных экспериментов определена постоянная кривой усталости для известняка и гранита.

Пусть в однородном изотропном упругом весомом полупространстве имеется заполненный жидкостью вертикальный цилиндрический вырез большой глубины. Ось  $Oz$  цилиндрической системы координат направим вверх по оси выреза, начало координат  $O$  выберем на поверхности полупространства, радиальную координату обозначим через  $r$ . Будем считать, что на глубине  $z = -H$  от стенки цилиндрической выемки под углом  $\alpha$  к ней отходит плоская трещина, глубина которой  $l$  много меньше ее ширины  $b$ , сравнимой с радиусом цилиндра  $a$  (фиг. 1). С трещиной свяжем локальную систему координат  $(t, n)$  в плоскости, проходящей через ось цилиндра, и введем координату  $q$  вдоль оси  $t$ .

Согласно [1], для определения коэффициента интенсивности напряжений сдвига  $K_{II}$  у вершины трещины необходимо вычислить „комбинацию Кулона“

$$f(q) = \tau_{nt} - |\sigma_n| \operatorname{tg} \rho \quad (1)$$

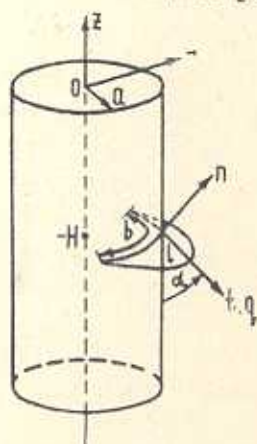
в плоскости трещины при ее отсутствии. Здесь  $\rho$  — угол сухого трения, а  $\tau_{nt}$ ,  $\sigma_n$  — касательное и нормальное напряжения в плоскости трещины, которые связаны с напряжениями в цилиндрических координатах известными соотношениями [2]:

$$\sigma_r = \sigma_r \cos^2 \alpha + \sigma_z \sin^2 \alpha + \tau_{rz} \sin 2\alpha$$

$$\tau_{rt} = \frac{1}{2} (\sigma_r - \sigma_z) \sin 2\alpha - \tau_{rz} \cos 2\alpha$$
(2)

Здесь  $\sigma_r$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{rz}$  — общепринятые обозначения напряжений в цилиндрических координатах.

Распределение напряжений в упругом весомом полупространстве вокруг цилиндрической выемки, заполненной жидкостью, получено С. Г. Лехницким [2]



Фиг. 1

$$\sigma_z = \gamma z, \quad \tau_{rz} = 0$$

$$\sigma_r = \frac{\nu \gamma}{1 - \nu} z \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{a^2}{r^2} q_1 z$$
(3)

где  $\gamma$ ,  $q_1$  — удельный вес породы и жидкости соответственно,  $\nu$  — коэффициент Пуассона породы. Перейдем в (3) к локальной координате  $q$  с помощью формул

$$r = a + q \sin \alpha, \quad z = -(H + q \cos \alpha)$$
(4)

и подставим полученные выражения в (2) и (1). Считая малыми параметрами величины  $q/a$  и  $a/H$ , после несложных преобразований получаем следующее выражение:

$$f(q) = a_1 + \eta_1 q$$

$$a_1 = - \frac{H}{\cos \rho} [q_1 \cos \alpha \sin(\alpha + \rho) - \gamma \sin \alpha \cos(\alpha + \rho)]$$
(5)

$$\eta_1 = - \frac{H}{a \cos \rho} \left[ \frac{\nu \gamma}{1 - \nu} - q_1 \right] \sin 2\alpha \sin(\alpha + \rho)$$

Итак, «комбинация Кулона» в плоскости трещины в ее отсутствии линейна по координате; выражение коэффициента интенсивности напряжений сдвига для этого случая получено в явном виде в [1]

$$K_{II} = - \frac{\sqrt{\pi l} (a_1 + k)}{\sqrt{2} G_1(\alpha, \rho)} - \frac{3 \tau_1 \sqrt{2\pi} l^{3/2}}{8 G_2(\alpha, \rho)}$$
(6)

Здесь  $k$  — коэффициент сцепления,  $G_1$  и  $G_2$  — табулированные в [1] функции.

Согласно теории роста усталостных трещин сдвига, направление развития трещины определяется максимальным значением  $|K_{II}|$  по параметру  $\alpha$ . Поскольку  $l \ll a$ , оно определяется максимумом первого члена (6) или минимумом выражения (функция  $G_1$  меняется мало)

$$\varphi(\alpha) = q_1 \cos \alpha \sin(\alpha + \rho) - \gamma \sin \alpha \cos(\alpha + \rho)$$
(7)

Производная выражения (7) в точке  $\alpha = \pi/4 - \rho/2$  меняет знак с минуса на плюс. Таким образом, начальный угол распространения тре-



шины равен  $\pi/4 - \rho/2$ , а величина  $K_{II}$  зависит от коэффициента  $a_1$ , который для такого значения угла равен

$$a_1 = \frac{H}{2 \cos \rho} (\gamma - q_1) (1 - \sin \rho) \quad (8)$$

Полученная формула позволяет теоретически обосновать тот экспериментальный факт, что на распространение трещины действительно влияет разность горного и гидростатического давлений.

Найдем тенденцию изменения угла распространения трещины. Для этого рассмотрим функцию

$$\varphi_1(\alpha) = \varphi(\alpha) + A \frac{q}{a} \left[ \frac{\nu \gamma}{1 - \nu} - q_1 \right] \sin 2\alpha \sin(\alpha + \rho) \quad (9)$$

где отношение некоторых положительных постоянных первого и второго члена в (6) обозначено величиной  $A$  (значение ее несущественно). Дифференцируя выражение (9), получаем

$$\varphi_1'(\alpha) = (q_1 - \gamma) \cos(2\alpha + \rho) + A \frac{q}{a} \left[ \frac{\nu \gamma}{1 - \nu} - q_1 \right] \{2 \cos 2\alpha \sin(\alpha + \rho) + \sin 2\alpha \cos(\alpha + \rho)\} \quad (10)$$

Для  $\alpha = \pi/4 - \rho/2$  будет  $\cos 2\alpha = \sin \rho$ ,  $\sin 2\alpha = \cos \rho$  и поэтому второе слагаемое в (10) всегда положительно. Следовательно, с увеличением длины малой трещины угол ее наклона к скважине убывает. Тем не менее, с достаточной точностью для количественных оценок при малых длинах трещин можно считать, что  $\alpha = \pi/4 - \rho/2$ . Значения функций  $G_1$  и  $G_2$  для этих значений  $\alpha$  и  $0^\circ \leq \rho \leq 50^\circ$  приведены в табл. 1. Легко видеть, что эти функции мало меняются с  $\rho$  при таких значениях  $\alpha$  и поэтому в дальнейших расчетах их можно считать постоянными.

Таблица 1

$\rho$	$0^\circ$	$10^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$40^\circ$	$50^\circ$
$\alpha$	$45^\circ$	$40^\circ$	$35^\circ$	$30^\circ$	$25^\circ$	$20^\circ$
$G_1(\alpha, \rho) \cdot 10^3$	502	503	505	509	507	505
$G_2(\alpha, \rho) \cdot 10^3$	660	661	663	666	665	663

Теперь оценим усталостную долговечность для трещины сдвига. Работа пластических деформаций в этом случае сосредоточена в основном в плоскостях сдвига [3], поэтому уравнение роста трещины записывается в виде

$$\frac{dl}{dt} = \beta \frac{K_{II}}{K_{IIc}^2 - K_{II}^2} \frac{dK_{II}}{dt} \quad (11)$$

где  $K_{IIc}$  и  $\beta$  — постоянные породы. Приближенно заменим знаменатель дроби величиной  $K_{IIc}^2$ , подставим (6) в (11) и проинтегрируем его. В

результате получим зависимость числа импульсов  $N$  до выкола породы от амплитуды  $\sigma$  колебаний гидростатического давления

$$N = \frac{1}{C_1 a_2 X(s)} \left\{ \frac{1}{a_2} \ln \left| \frac{l_c}{l_0} \right| - \frac{1}{a_2} \ln \left| \frac{a_2 + b_2 l_c}{a_2 + b_2 l_0} \right| + \left[ \frac{1}{a_2 + b_2 l_c} - \frac{1}{a_2 + b_2 l_0} \right] \right\} \quad (12)$$

где

$$a_2 = \frac{H}{2 \cos \rho} \sigma (1 - \sin \rho) \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2} G_1(\alpha, \rho)}, \quad C_1 = \frac{K_{IIc}^2 T_0}{\beta}$$

$$b_2 = \frac{H}{a \cos \rho} \sigma \sin 2\alpha \sin(\alpha + \rho) \frac{3\sqrt{2}\pi}{8 G_2(\alpha, \rho)}, \quad X(s) = \exp\left(-\frac{s^2}{4}\right) D_{-2}(-s)$$

$T_0$  — эффективный период действия колебаний давления,  $l_0$  — начальный размер трещины,  $l_c$  — критический размер трещины, определяемый как наименьший корень уравнения  $K_{II}(l) = K_{IIc}$ ,  $s$  — отношение среднего значения  $(\gamma - q_1)H$  к  $\sigma$ ,  $D_p(z)$  — функция параболического цилиндра; подробный вывод формулы (12) приведен в [4].

В (12) первый член значительно превышает остальные, кроме того, для больших глубин величина  $s$  относительно велика и для функции параболического цилиндра  $D_{-2}(-s)$  можно воспользоваться асимптотической формулой; это приводит к записи кривой усталости в следующей форме:

$$N \sigma^2 s = C = \text{const} \quad (13)$$

Из уравнения (12) также следует, что величина  $N$  с большой точностью пропорциональна  $\ln l_c$ , а следовательно, и  $\ln v$ , где  $v$  — объем разрушенной породы. Указанная пропорциональность наблюдается экспериментально для широкого круга пород [5].

Система уравнений (11), (10) при  $q = l$  и (6) определяет в параметрическом виде уравнение начального контура каверны при  $l \ll a$ . Устойчивый профиль каверны определяется взаимодействием ее обрванной стенки с промывочной жидкостью.

Для экспериментального подтверждения зависимости (13) использованы [5] результаты усталостных испытаний образцов из известняка и гранита. Определение постоянной  $C$  и ее статистических характеристик проводилось по четырем вариантам исходных данных (по два на каждый материал), соответствующих началу разрушения и интенсивному обсыпанию стенок; данные сведены в верхние строки табл. 2. В табл. 3 приведены значения постоянной  $C$ , ее среднеквадратического отклонения  $E$  и коэффициента вариации  $F$ . Полученные значения статистических характеристик имеют удовлетворительный разброс. В нижних графах табл. 2 для каждой серии экспериментов приведены результаты расчета долговечности с полученным значением  $C$  по формуле (13). Расчет достаточно удачно предсказывает среднее значение долговечности, однако разброс долговечности в зависимости от разности горного и гидростатического давления предсказан неточно. Это связано, по-видимому, с неоднозначностью качественной оценки разрушения стенки: в экспериментах результаты имеют значительный



Таблица 2

Сравнение экспериментальной  $N_s$  и газодинамической  $N_T$  долговечности модельных образцов стенок скважин  $n$ —номер серии испытаний,  $[\sigma]=[\sigma_s]=\text{кг/см}^2$ ,  $[N]=\text{цикл}$

Номер варианта	$n$	1	2	3	4	5	6	7
	$\sigma$	50	50	100	100	100	150	150
1 известняк начало разрушений	$\sigma_s$	1625	1600	1550	1500	1450	1350	1300
	$N_s$	10000	30000	6000	16000	30000	20000	30000
	$N_T$	41760	42420	21890	22620	23400	16760	17400
	$n$	8	9	10	11	12	13	14
	$\sigma$	150	150	150	250	250	250	250
	$\sigma_s$	1450	1450	1175	1250	1150	1050	1350
	$N_s$	8000	17000	30000	8000	16000	30000	3000
	$N_T$	15600	15600	19250	10860	11800	12930	10050
2 известняк интенсивное обсыпание	$n$	1	2	3	4	5	6	7
	$\sigma$	100	150	200	200	250	250	250
	$\sigma_s$	1500	1450	1450	1350	1250	1150	1350
	$N_s$	20000	10000	3000	10000	10000	20000	5000
	$N_T$	18390	12680	9511	10220	8826	9594	8172
3 мрамор начало разрушения	$n$	1	2	3	4	5	6	
	$\sigma$	50	100	100	150	150	200	
	$\sigma_s$	2850	2750	2730	2650	2575	2600	
	$N_s$	30000	18000	30000	15000	30000	9000	
	$N_T$	58890	30520	30740	21110	21730	16140	
	$n$	7	8	9	10	11		
	$\sigma$	200	200	250	250	250		
	$\sigma_s$	2500	2420	2550	2350	2275		
	$N_s$	17000	30000	5000	16000	30000		
	$N_T$	16780	17340	13160	14280	14760		
4 мрамор интенсивное обсыпание	$n$	1	2	3	4	5		
	$\sigma$	100	100	200	200	250		
	$\sigma_s$	2800	2750	2600	2500	2350		
	$N_s$	12000	20000	10000	20000	15000		
	$N_T$	23480	23910	12640	13150	11190		

Таблица 3

Номер варианта	$C \cdot 10^{-10}$	$E \cdot 10^{-10}$	F
1	0.3393	0.2085	0.6144
2	0.2758	0.1538	0.5577
3	0.8392	0.4467	0.5323
4	0.6574	0.2744	0.4174

разброс даже при одинаковых исходных данных. Большие отклонения для малых амплитуд гидростатического нагружения объясняются неучетом предела усталости породы.

Таким образом, результаты усталостных испытаний модельных образцов стенок скважин удовлетворительно описываются соотношениями теории роста усталостных трещин сдвига.

ԱՆՑՔԻ ՊԱՏԵՐԻ ՀՈԳՆԱԾԱՑԻՆ ԱՄՐՈՒԹՅԱՆ  
ԳՆԱՀԱՏՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Վ. Մ. ՍՄՈԼՍԿԻՍ

Ա մ փ ո փ ու մ

Աշխատանքը նվիրված է Գ. Պ. Չերեպանովի կողմից զարգացված հոգնածային ճաքի աճման տեսությունում ճաքի երկայնական սահքի դեպքի ընդհանրացմանը:

Ստացված է կշռելի առաձգական մարմնում գլանային անցքից դուրս եկող ճաքի երկայնական սահքի հոգնածային աճի հավասարումը: Հավասարումը օգտագործվում է անցքի պատերի խոռոչների ուղղահայաց պրոֆիլի սկզբնական ձևի անալիզի և պատի շրջակայքում հոգնածային կորի անալիտիկ տեսքի ստացման համար:

THE ESTIMATION OF FATIGUE DURABILITY OF THE  
DRILL-HOLE WALLS

V. M. SMOLSKY

S u m m a r y

The equation of the fatigue growth of longitudinal shift cracks starting from the cylindrical hole in an elastic body possessing a certain weight is obtained. The equation is used to estimate the fatigue curve of the rock near the drill-hole wall and to prove the linear dependence between the logarithm of the split-off volume and the number of cycles of the hydro-static load. The statistical characteristics of the constant fatigue curve for limestone and granite are defined.

ЛИТЕРАТУРА

1. Черепанов Г. П. Равновесие откоса с тектонической трещиной.—ПММ, 1976, т. 40, № 1, 136—151.
2. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977. 416 с.
3. Ронней М. Усталость высокопрочных материалов.—Разрушение, 1976, т. 3, 473—527.
4. Смольский В. М. Оценка эквивалентных амплитуд напряжений в методах двумерной схематизации случайной нагрузки.—Изв. ВУЗов. Машиностроение, 1981, № 2, 13—16.
5. Тимофеев Н. С., Вугин Р. Б., Яремийчук Р. С. Усталостная прочность стенок скважин. М.: Недра, 1972. 201 с.

Всесоюзный ордена Трудового Красного Знамени  
научно-исследовательский институт  
буровой техники Миннефтепрома

Поступила в редакцию  
17.VI.1982