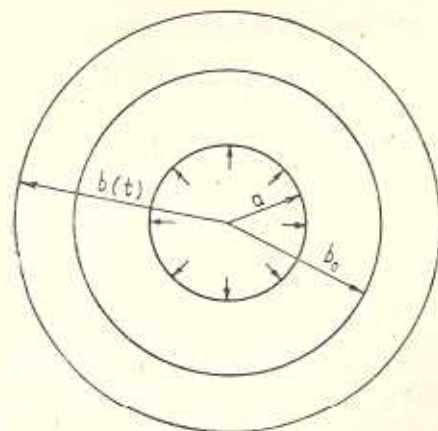


Օ ՆԱՐԱՇԻՎԱՆԻ ԿՅԱԿՕՍՊՐՈՂՈԳՈ ՍՈԼՈՂ ՇԻԼԻՆԴՐԱ,
 ՍՈԴՎԵՂՅԵՆՈՂ ՏԱՐԵՆԻՈ

ՄԵՂՈՎ Վ. Վ., ՆԻԿԻՏԻՆ Ա. Վ.

ՔրԻՎՈԴԻՏԻ ՍՈՏԱՆՈՂԿ և ՐԵՂՅԵՆԻ ՇԱԿԱԻ ՈՒՐՈՒՄՆՈՂ ՏԱՐԵՆԻՈ
 [2, 3] և ՍՈԴՎԵՂՅԵՆՈՂ ԴԵՂՅՈՒՄՆՈՂ ՎՈ ՎՐԵՄԵՆԻ ՎՆՈՒՐՆԵՂ ՍՈԼՈՂ
 ԴԱՎԵՂՅԱՆԻ. ՕՒՐԵԴԵԼԵՆԻ ՆԱՐՅԱՇՅԵՆՈՂ ՍՈՏԱՆԻ ՏՎԵԴՈՒ ՈՒՐՈՒՄՆՈՂ
 ԲՈՒՄՆՈՂ ՎՐԵՄԵՆԻ ԻՅ ԻՆՏԵԴՐԱԼՆՈՂ ՍՐԱՎՆՈՒՄՆՈՂ ՎՈԼՏԵՐՐԱ. ԴԼՅԱ ՐԵԴԱՅ
 ԿԱՐԿՏԵՐՆԻՅ ՍԻՏՈՂԱԿԻՅ ՐԵՂՅՈՒՄՆՈՂ ԿԱՇՅՈՒՄՆՈՂ ՐԱՇԵՂՈՒՄՆՈՂ.

ՍՐՅԵՂՅԵՆ Կ ՄՈՂՄԵՆՏ ՎՐԵՄԵՆԻ $t = 0$ ԻՅԴՈՒՄՎԻԿԱՅԵՂԻՏԻ ՍՈԼՈՂ
 ՎՆՈՒՐՆԵՂ ՐԱԴԻՍՈՂ a և ՎՆԵՏՆԻՅ b_0 (ֆԻԴ. 1). ՕՒՐՈՒՄՆՈՂՄԵՂՆ ԻՅՆՈՒՄԻ
 Կ ՇԻԼԻՆԴՐԱՒ քրԻԿԼԱԴՅԱՅԵՂԻՏԻ ՐԱՎՈՒՄՆՈՂՄԵՂՆ ԿԱՐՏԵԼՅԱՆ ՐԱԴԻԱԼՆԱԿ
 ՐԱՍՓՐԵԴԵԼՅԱՆ ՐԱԴԻԱԼՆԱԿ ՆԱԴՐՅԱԿԱ ՎԵԼԻՇԻՆԻ p_0 . ԴԱԼԵԵ, ՆԱՇԻՆԱԿ Ս
 ՄՈՂՄԵՆՏ ՎՐԵՄԵՆԻ $t = 0$, ՍՐՈԻՏԻՈՒՄ ԿՆԵՐՅՐԱՎՆՈՒՄՆՈՂ ՆԱՐԱՇԻՎԱՆԻ
 ՇԻԼԻՆԴՐԱ ՏԱԿ, ՇՈՂ ԵՂՈ ՎՆԵՏՆԻՅ ՐԱԴԻՍՈՂ ՎՐԱՅՏԱՅԵՂԻՏԻ ՍՈԼՈՂ
 ՎՈՅՐԱՅՏԱԿ ՍՈԼՈՂ ԿԱՐՏՈՒՄ ԿԱՐՏՈՒ ՐԱԿՈՂ $b(t)$, $b(0) = b_0$. ՔրԻ ՍՈՒՄ
 ԴԱՎԵՂՅԱՆ ՎՆՈՒՐՆԵՂ ՇԻԼԻՆԴՐԱ ԻՅՄԵՆՅԱԿ ՍՈԼՈՂ ԿԱՐՏԱՅԵՂԻՏԻ ՍՐՈՒՄ
 ՎՐԵՄԵՆԻ T ՎՆԵՏՆԻՅ ՐԱԴԻՍՈՂ ՇԻԼԻՆԴՐԱ ԴՈՏԻԴԱԿ ՅՆԱՇԻՆԻ b_1 և ՍՐՈՇԵՍ
 ՆԱՐԱՇԻՎԱՆԻ ՔրԻԿՐԱՇԱՅԵՂԻՏԻ, ՇՈՒՅԵՂ ԴԱԼԵԵ ՎՆԵՏՆԻՅ ՐԱԴԻՍՈՂ ՇԻԼԻՆԴՐԱ
 ՕՒՏԱՅԵՂՆԻ ՎՆԵՏՆԻՅ ՐԱԴԻՍՈՂ ՇԻԼԻՆԴՐԱ ՕՒՏԱՅԵՂՆԻ $b(t) = b_1$ ՔրԻ $t \geq T$.



ՓԻԴ. 1.

ՕՒՐՈՒՄՆՈՂՄԵՂՆ Կ ՖՈՒՆԿԻՅԱՅ $p(t)$ ՍՐՈՒՄՈՒՄՈՂՆ, ՇՈՂ ՕՒՆԱՇՈՒՄՆՈՂ-ՆԵՐՅՐԱՎՆՈՂ
 ՍՐԻ $t \geq 0$. ՖՈՒՆԿԻՅԱՅ $b(t)$ ԿՍՈՇՈՒՄՆՈՂ-ՆԵՐՅՐԱՎՆՈՂ-ԴԻՖԲԵՂԵՆԿԻՐՅԱԿ
 ՍՐԻ $t \geq 0$.

ՕՒՐԵԴԵԼԵՆԻ ՆԱՐՅԱՇՅԵՆՈՂ-ԴԵՂՄՈՒՄՆՈՂ ՍՈՏԱՆԻ ԿՅԱՐՏԱՆԻ ԿՅԱՐՏԱՆԻ
 ՎՍԵՂ $t \geq 0$. ԴԼՅԱ ՍՈՒՄՈՂ ՐԱՏՄՈՒՐԻՄ ՍՈԼՈՂՆԱԿ ԴԵՂՄՈՒՄՆՈՂ ՇԻԼԻՆԴՐԱ,
 ՇՈՒՅԵՂ ՍՈԼՈՂՆԱԿ $u_z = 0$, ԿԼԵ ՕՒՄՅ z ՆԱՐԱՇՅԱՆ ՎՈԼՅՈՂ ՕՒՄՅ ՇԻԼԻՆԴՐԱ,
 և ՍԻՄՎՈԼՈՂ u_z ՕՒՅՆԱՇՅՈՒՄՆՈՂ ՍՈԼՈՂՆԱԿ ՎՈԼՅՈՂ ՕՒՄՅ z .

ՔրԻՄԵՂ ՏԱԿՅԵՂ ՍՐՈՒՄՈՒՄՈՂ ՆԵՂՅԻՄԱՅՈՒՄՆՈՂ ՇԻԼԻՆԴՐԱ, ՇՈՒՄՈՂ ՎՈՒՄ
 ՇՈՂ $\epsilon_z = 0$, ՅԱՒԻՅՈՒՄՆ Կ ՎԵԴԵ

$$\epsilon_r + \epsilon_\theta = 0 \tag{1.1}$$

ԿԼԵՂՅԵՂ r, θ — ՍՈԼՈՂՆԱԿ ԿՈՕՐԴԻՆԱՏԻՅ ԿՅԱՐՏԱՆԻ ՍՈԼՈՂՆԱԿ ՍՈԼՈՂՆԱԿ
 ՇԻԼԻՆԴՐԱ, և $\epsilon_r(t, r), \epsilon_\theta(t, r)$ — ԿՈՕՒՄՈՂՆԱԿ ԴԵՂՄՈՒՄՆՈՂ.

Запишем остальные уравнения задачи [1]:
уравнение равновесия

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{\tau_\theta - \tau_r}{r} \quad (1.2)$$

соотношения Коши для скоростей деформаций и скорости радиального перемещения $u_r(t, r)$

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r}, \quad \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{\dot{u}_r}{r} \quad (1.3)$$

где точкой обозначена частная производная по времени, то есть

$$\dot{u}_r(t, r) = \frac{\partial u_r(t, r)}{\partial t}, \quad \dot{\varepsilon}_\gamma(t, r) = \frac{\partial \varepsilon_\gamma(t, r)}{\partial t}, \quad \gamma = r, \theta.$$

Для формулировки уравнения состояния введем функцию $\tau^*(r)$, равную моменту зарождения цилиндрического слоя радиуса r , совпадающему с моментом его стыковки.

Очевидно, что при $a \leq r \leq b_0$ функция τ^* тождественно равна нулю. При увеличении радиуса от b_0 до b_1 τ^* возрастает от нуля до T и является обратной функцией к функции $b(t)$, то есть

$$r = b(\tau^*(r)), \quad b_0 \leq r \leq b_1 \quad (1.4)$$

Введем также определяемую из эксперимента функцию $\mu(t, \tau)$, характеризующую закон изменения касательного напряжения во времени t в однородном вязкоупругом стареющем теле при чистом сдвиге от воздействия единичной деформации, приложенной к нему в возрасте τ . Как известно, $\mu(t, \tau)$ можно представить в форме [4]

$$\begin{aligned} \mu(t, \tau) &= G(\tau) - Q(t, \tau), \quad t \geq \tau \\ 0 \leq Q(t, \tau) &< G(\tau), \quad Q(\tau, \tau) = 0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

где $G(\tau)$ — упругомгновенный модуль сдвига, $Q(t, \tau)$ — мера релаксации касательных напряжений.

Уравнение состояния запишем в форме интеграла Стильтьеса

$$\begin{aligned} \sigma_r(t, r) - \sigma_\theta(t, r) &= \\ &= 2 \int_{\tau^*(r)}^t \mu(t - \tau^*(r), \tau - \tau^*(r)) d(\varepsilon_r(\tau, r) - \varepsilon_\theta(\tau, r)) \end{aligned} \quad (1.6)$$

Отметим, что уравнение состояния в форме (1.6) эквивалентно принятому в линейной теории ползучести неоднородно-стареющих тел [2]. Действительно, преобразуя (1.6) с помощью формулы интегрирования по частям с учетом (1.5) и условия $\varepsilon_\gamma(\tau^*(r), r) = 0$, $\gamma = r, \theta$, получим

$$c_r(t, r) - c_\theta(t, r) = 2G(t - \tau^*(r))(\varepsilon_r(t, r) - \varepsilon_\theta(t, r)) - \\ - \int_{\tau^*(r)}^t R(t - \tau^*(r), \tau - \tau^*(r))(\varepsilon_r(\tau, r) - \varepsilon_\theta(\tau, r)) d\tau \\ R(t, \tau) = 2 \frac{\partial u(t, \tau)}{\partial \tau}$$

Соотношения (1.1)–(1.3), (1.6) образуют полную систему уравнений задачи.

Продифференцировав по t условие несжимаемости (1.1), получим

$$\dot{\varepsilon}_r + \dot{\varepsilon}_\theta = 0 \quad (1.7)$$

Подставив (1.3) в (1.7), придем к соотношению

$$\frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r} + \frac{\dot{u}_r}{r} = 0 \quad (1.8)$$

Отсюда найдем скорость перемещения

$$\dot{u}_r(t, r) = \frac{c(t)}{r} \quad (1.9)$$

где $c(t)$ — некоторая функция, подлежащая определению.

Подставив (1.9) в (1.3), найдем скорости деформаций

$$\dot{\varepsilon}_\theta(t, r) = -\dot{\varepsilon}_r(t, r) = c(t)/r^2 \quad (1.10)$$

Заметим, что уравнение состояния (1.6) предусматривает упруго-мгновенную реакцию при мгновенном приложении нагрузки. Следовательно, в момент времени $t = 0$ при мгновенном приложении внутреннего давления p_0 происходит упругомгновенное деформирование цилиндра. Аналогичным образом, при мгновенном изменении величины давления $p(t)$ будет происходить мгновенное изменение перемещений, деформаций и напряжений. Обозначим символом S множество точек разрыва функции $p(t)$, включая точку $t = 0$, и условимся считать все величины непрерывными слева функциями временного аргумента, а правосторонний предел какой-либо функции f в точке t обозначим символом $f(t+) = \lim_{\tau \rightarrow t+0} f(\tau)$, так что, например, имеем $p(0) = 0$, $p(0+) = p_0$. Величину разрыва произвольной функции $f(t)$ в точке $t \in S$ обозначим символом $\Delta f(t)$, то есть $\Delta f(t) = f(t+) - f(t)$.

Очевидно, при $t \in S$ соотношения Коши (1.3) должны быть выполнены для приращений деформаций $\Delta \varepsilon_r(t, r)$, $\Delta \varepsilon_\theta(t, r)$ и приращения перемещения $\Delta u_r(t, r)$. Этому требованию мы удовлетворим, понимая дифференцирование по времени в (1.3) и далее в обобщенном смысле [5]. Тогда скорости деформаций и перемещения будут содержать сингулярные слагаемые вида

$$\sum_{\tau \in S} \Delta \varepsilon_r(\tau, r) \delta(t - \tau), \quad \sum_{\tau \in S} \Delta \varepsilon_\theta(\tau, r) \delta(t - \tau), \quad \sum_{\tau \in S} \Delta u_r(\tau, r) \delta(t - \tau)$$

где $\delta(t)$ — дельта-функция Дирака. Из условия равенства сингулярных составляющих в правых и левых частях соотношений (1.3) получим требуемые соотношения

$$\Delta \varepsilon_r(\tau, r) = \frac{\partial \Delta u_r(\tau, r)}{\partial r}, \quad \Delta \varepsilon_\theta(\tau, r) = \frac{\Delta u_r(\tau, r)}{r}, \quad \tau \in S$$

Принимая, что наращивание происходит без какого-либо предварительного натяга элементов, запишем условие равенства нулю перемещения и компонент деформаций и напряжений в элементе наращиваемого цилиндра в момент его зарождения

$$u_r(\tau^*(r), r) = 0, \quad \varepsilon_r(\tau^*(r), r) = 0, \quad \sigma_r(\tau^*(r), r) = 0, \quad \tau = r, \theta \quad (1.11)$$

Поскольку движущаяся граница $\Gamma(t) = \{r = b(t)\}$ наращиваемого цилиндра является линией уровня $\{\tau^*(r) = t\}$ функции $\tau^*(r)$, то из (1.11) вытекает

$$\sigma_r(t, b(t)) = 0, \quad 0 \leq t \leq T \quad (1.12)$$

Наконец, при $r = a$ и $t > T$ имеем обычные граничные условия

$$\sigma_r(t, a) = -p(t), \quad t \geq 0, \quad \sigma_r(t, b_1) = 0, \quad t > T \quad (1.13)$$

Интегрируя (1.9) и (1.10) по времени с учетом начального условия (1.11), найдем перемещение и компоненты деформаций

$$u_r(t, r) = A(t)/r, \quad \varepsilon_\theta(t, r) = -\varepsilon_r(t, r) = A(t)/r^2, \quad a \leq r < b_0 \quad (1.14)$$

$$u_r = (A(t) - A(\tau^*(r)))/r, \quad \varepsilon_\theta = -\varepsilon_r = (A(t) - A(\tau^*(r)))/r^2, \quad b_0 < r \leq b(t)$$

$$A(t) = \int_0^t c(\tau) d\tau \quad (1.15)$$

Подчеркнем, что отрезок интегрирования в (1.15) включает точку $\tau = 0$. Следовательно, если сингулярная составляющая функции $c(t)$ в нуле есть $c_0 \delta(t)$, то $A(0+) = c_0$.

Выразим компоненты напряжений через функцию $A(t)$. С этой целью рассмотрим отдельно две области.

а) Область $a \leq r \leq b_0$.

Интегрируя (1.2) в пределах от a до r с учетом (1.13), получим

$$\sigma_r(t, r) = -p(t) + \int_a^r \frac{\sigma_\theta(t, \rho) - \sigma_r(t, \rho)}{\rho} d\rho \quad (1.16)$$

Подставляя выражения для деформаций (1.14) в (1.16), будем иметь

$$\sigma_{\theta}(t, r) - \sigma_r(t, r) = 2 \int_0^t \mu(t, \tau) \frac{2dA(\tau)}{r^2} \quad (1.17)$$

Подставляя (1.17) в (1.16), получим

$$\sigma_r(t, r) = -p(t) + \int_a^r \frac{4d\rho}{\rho^3} \int_0^t \mu(t, \tau) dA(\tau), \quad a \leq r \leq b_0 \quad (1.18)$$

б) Область $b_0 < r \leq b(t)$.

Интегрируя (1.2) в пределах от r до $b(t)$ с учетом (1.12), (1.13), будем иметь

$$\sigma_r(t, r) = - \int_r^{b(t)} \frac{\sigma_{\theta}(t, \rho) - \sigma_r(t, \rho)}{\rho} d\rho \quad (1.19)$$

Подставляя выражения для компонент деформаций (1.14) в (1.6), получим

$$(\sigma_{\theta} - \sigma_r)(t, r) = 2 \int_{\tau^*(r)}^t \mu(t - \tau^*(r), \tau - \tau^*(r)) \frac{2dA(\tau)}{r^2} \quad (1.20)$$

Подставляя (1.20) в (1.19), будем иметь

$$\sigma_r(t, r) = - \int_r^{b(t)} \frac{4d\rho}{\rho^3} \int_{\tau^*(\rho)}^t \mu(t - \tau^*(\rho), \tau - \tau^*(\rho)) dA(\tau) \quad (1.21)$$

Сделаем в (1.21) замену переменной $\rho = b(s)$, ($s = \tau^*(\rho)$). Имеем

$$\sigma_r(t, r) = - \int_{\tau^*(r)}^t \frac{4\dot{b}(s) ds}{b^3(s)} \int_s^t \mu(t - s, \tau - s) dA(\tau)$$

Заменяя в последнем соотношении порядок интегрирования, получим

$$\begin{aligned} \sigma_r(t, r) &= - \int_{\tau^*(r)}^t dA(\tau) \int_{\tau^*(r)}^{\tau} \frac{4\dot{b}(s)}{b^3(s)} \mu(t - s, \tau - s) ds = \\ &= - \int_{\tau^*(r)}^t dA(\tau) \int_r^{b(\tau)} \frac{4\mu(t - \tau^*(\rho), \tau - \tau^*(\rho))}{\rho^3} d\rho, \quad b_0 < r \leq b(t) \quad (1.22) \end{aligned}$$

Таким образом, радиальная компонента напряжения определяется соотношениями (1.18) и (1.22).

Уравнение для нахождения функции $A(t)$ получим из условия непрерывности напряжения $\sigma_r(t, r)$ на границе раздела двух областей, то есть при $r = b_0$. Подставив в (1.18) и (1.22) значение $r = b_0$ и приравняв затем правые части (1.18) и (1.22), будем иметь

$$\int_0^t \mu_1(t, \tau) dA(\tau) = p(t) \quad (1.23)$$

$$\mu_1(t, \tau) = 4 \int_a^{b(\tau)} \frac{\mu(t - \tau^*(\rho), \tau - \tau^*(\rho))}{\rho^3} d\rho$$

Используя формулу интегрирования по частям, запишем окончательно интегральное уравнение Вольтерра для определения функции $A(t)$

$$\mu_1(t, t) A(t) - \int_0^t A(t) \frac{\partial \mu_1(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau = p(t) \quad (1.24)$$

После нахождения функции $A(t)$ из уравнения (1.24) поле перемещений, деформаций и напряжений определяется из соотношений (1.14), (1.17), (1.18), (1.20), (1.22).

Определяемую экспериментальным путем функцию $\mu(t, \tau)$ наиболее удобно аппроксимировать простейшим аналитическим выражением, учитывающим старение, вида

$$\mu(t, \tau) = G(\tau) - \varphi(\tau) (1 - \exp(-\gamma(t - \tau))) \quad (1.25)$$

Здесь $\gamma > 0$ — постоянная времени релаксации, а функция старения $\varphi(\tau)$ удовлетворяет условиям $\frac{d\varphi}{d\tau} < 0$, $0 \leq \varphi(\tau) < G(\tau)$.

Подставляя (1.25) в (1.23), найдем, что

$$\mu_1(t, \tau) = G_1(\tau) - \varphi_1(\tau) (1 - \exp(-\gamma(t - \tau))) \quad (1.26)$$

$$G_1(\tau) = 4 \int_a^{b(\tau)} G(\tau - \tau^*(r)) \frac{dr}{r^3}, \quad \varphi_1(\tau) = 4 \int_a^{b(\tau)} \varphi(\tau - \tau^*(r)) \frac{dr}{r^3}$$

Таким образом, ядро уравнения (1.24) будет вырожденным и, сводя его к дифференциальному уравнению посредством двукратного дифференцирования и исключения интегральных членов, решение уравнения (1.24) можно получить в форме

$$A(t) = \int_0^t \mu_2(t, \tau) dp(\tau) = \mu_2(t, t) p(t) - \int_0^t \frac{\partial \mu_2(t, \tau)}{\partial \tau} p(\tau) d\tau$$

$$\mu_2(t, \tau) = G_1(\tau)^{-1} \left[1 + \gamma \varphi_1(\tau) \int_{\tau}^t \frac{\exp\left\{-\gamma \int_{\tau}^z (1 - \varphi_1(u)/G_1(u)) dt\right\}}{G_1(z)} dz \right]$$

Численный пример. Для расчетов упругомгновенный модуль сдвига G примем постоянным, а функцию $\mu(t, \tau)$ возьмем в форме

$$\mu(t, \tau) = G [1 - (C_0 + A_0 \exp(-\beta\tau)) (1 - \exp(-\gamma(t - \tau)))] \quad (1.27)$$

Параметры C_0, A_0, β, γ выбирались из условия аппроксимации кривых ползучести, полученных в работе [6], [7], аналитическим выражением, соответствующим соотношению (1.27). Для них получено

$$C_0 = 0,05; \quad A_0 = 0,45; \quad \beta = 0,008 \text{ сут}^{-1}; \quad \gamma = 0,1 \text{ сут}^{-1}$$

Примем следующий закон наращивания:

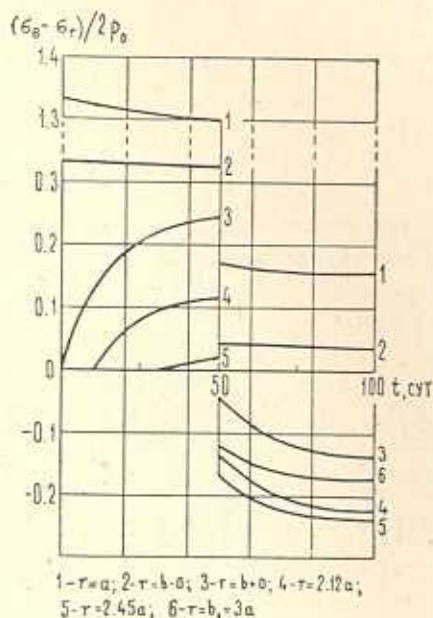
$$\frac{1}{b^2(t)} = \frac{1}{b_0^2} - \alpha(t \wedge T), \quad \alpha > 0 \quad (1.28)$$

где $t \wedge T$ означает минимум из двух чисел t и T , T — момент окончания наращивания. Принятие закона наращивания в форме (1.28) ввиду (1.27) позволяет выразить φ и G в (1.26) через элементарные функции. Закон наращивания (1.28) полностью определяется заданием трех величин — продолжительности наращивания T , а также начального и конечного радиусов b_0 и $b_1 = b(T)$. При расчетах величины b_0 и b_1 фиксированы и равны $b_0 = 2a, b_1 = 3a$, где a — внутренний радиус цилиндра.

Примем следующий закон нагружения: в процессе наращивания внутреннее давление поддерживается постоянным $p(t) = p_0$ при $0 < t \leq T$, а в момент окончания наращивания T нагрузка полностью снимается, то есть $p(t) = 0$ при $t > T$.

Имея в виду проблему прочности, заметим, что в рассматриваемой задаче максимальное касательное напряжение равно $\frac{1}{2}|\sigma_\theta - \sigma_r|$. Поэтому

на фиг. 2 изображены кривые величины $(\sigma_\theta - \sigma_r)/2p_0$ в зависимости от времени t для нескольких точек цилиндра при $T = 50$ сут. Кривые 1 и 2



Фиг. 2.

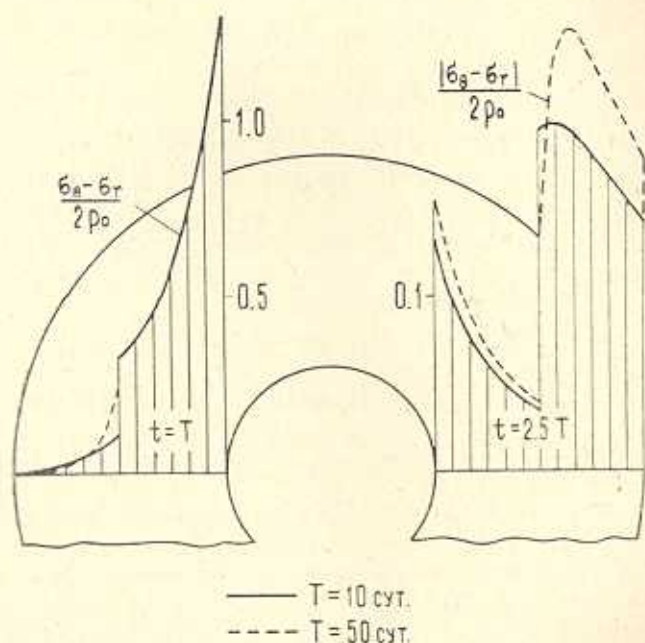
соответствуют точкам $r = a$ и $r = b_0 - 0$ исходного цилиндра. Кривые 3, 4, 5, 6 соответствуют наращиваемым элементам, зарождевшимся в моменты времени τ^* , равные соответственно нулю, $T/5, 3T/5$ и T . Соответствующие значения радиуса равны $b_0 + 0, 2.12a, 2.45a$ и $b_1 = 3a$.

Рассмотрим вначале процесс наращивания цилиндра при постоянном внутреннем давлении $p_0, t \leq T$. В момент времени $t = 0$ происходит упругомгновенное деформирование исходного цилиндра $a \leq r \leq b_0$. Возникающее напряженное состояние в нем в силу его однородности совпадает с решением задачи теории упругости для цилиндра, находящегося под внутренним да-

$$\sigma_r(0+, r) = p_0 \frac{a^2}{b_0^2 - a^2} \frac{r^2 - b_0^2}{r^2}, \quad \sigma_\theta(0+, r) = p_0 \frac{a^2}{b_0^2 - a^2} \frac{r^2 + b_0^2}{r^2}$$

Начиная с момента $t = 0$ элементы исходного цилиндра вследствие ползучести перемещаются в радиальном направлении. Возникающее при этом взаимодействие исходного цилиндра с наращиваемыми слоями эквивалентно приложению к нему некоторого нарастающего со временем наружного давления. Следовательно, в исходном цилиндре сжимающие напряжения $|\sigma_r|$ будут расти, а растягивающие σ_θ будут убывать со временем. При этом несмотря на значительное изменение напряжений σ_θ и σ_r (порядка 30%) максимальное касательное напряжение, равное $\frac{1}{2}(\sigma_\theta + |\sigma_r|)$, в исходном цилиндре изменяется незначительно. Как видно из фиг. 2 (кривые 1 и 2), в исходном цилиндре происходит лишь небольшая разгрузка. В наращиваемых элементах как сжимающее $|\sigma_r|$, так и растягивающее напряжение σ_θ с течением времени увеличиваются.

Величина загрузки зарождающихся элементов (кривые 3, 4, 5 на фиг. 2) определяется интенсивностью процесса ползучести в исходном цилиндре и в ранее зарожденных элементах. Скорость процесса ползучести исходного цилиндра затухает, вследствие чего напряжения стабилизируются, и при увеличении времени наращивания T элементы, зарожденные в конце процесса наращивания, загружаются незначительно.



Фиг. 3.

При снятии внешней нагрузки в момент T , как видим на фиг. 2, в цилиндре остаются значительные остаточные напряжения. На фиг. 3 приве-

дены эпюры величины максимального касательного напряжения для момента T (перед снятием внешней нагрузки) и момента $T_1 = 2.5T$ при двух значениях параметра T , равных 10 и 50 ед. Отсюда видим, что скорость процесса наращивания оказывает весьма существенное влияние на распределение напряжений как в конце процесса наращивания, так и после снятия внешней нагрузки.

В заключение авторы благодарят Н. Х. Арутюняна за постановку задачи и внимание к работе.

ԾԵՐԱՅՄԱՆ ԵՆԹԱԲԵՂԱԾ ԱՌԱՉԳՍՄԱՆՈՒՑԻՎ ԳՎԱՆԻ ԱՃԵՑՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Վ. Վ. ՄԵՏԼՈՎ, Ա. Վ. ՆԻԿԻՏԻՆ

Ա Վ Փ Ն Փ Ն Վ

Բերված է անհամասեռ ծերացող գլանի աճեցման համար սողրի տեսության խնդրի դրվածքը և լուծումը: Լարվածային-դեֆորմացիոն վիճակի գանձան խնդիրը բերվել է ինտեգրալ հավասարումից ժամանակից կախված որոշակի ֆունկցիայի գանելուն: Ներկայացված են թվային հաշվարկի արդյունքները:

ON THE GROWING OF VISCOELASTIC CYLINDER SUBJECT TO AGEING

V. V. METLOV, A. V. NIKITIN

S u m m a r y

The formulation and solving of the creep problem for inhomogeneously ageing cylinder which is growing are presented. The stress-and-strain problem is reduced to the determination of a certain function of time from the integral equation. The results of numerical calculations are presented.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арутюнян Н. Х. Красная задача теории ползучести для наращиваемого тела.—ПММ, 1977, № 5.
2. Арутюнян Н. Х. Некоторые задачи теории ползучести для неоднородно-старящихся тел.—Изв. АН СССР, МТТ, 1976, № 3.
3. Арутюнян Н. Х. О теории ползучести для неоднородно-старящихся сред.—Докл. АН СССР, 1976, т. 229, № 3.
4. Трапезников А. П. Термодинамические потенциалы в теории ползучести старяющихся сред.—Изв. АН СССР, МТТ, 1978, № 1.
5. Гельфанд И. М., Шилов Г. Е. Обобщенные функции и действия над ними. М.: Физматгиз, 1959.
6. Ross A. D. Creep of Concrete under variable stress. —Journ. of the American Concr. Inst., 1958, vol. 29, N. 9.
7. Struik L. C. E. Physical aging in amorphous polymers and other materials. Amsterdam: Elsevier, 1978. 229p.

Институт проблем механики
АН СССР

Поступила в редакцию
26. IV. 1982