ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXXVII, № 2, 1984 Механика

ПРЕДЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ ПЛАСТИЧЕСКИ-НЕОДНОРОДНЫХ КОНИЧЕСКИХ ТРУБ

ГРИГОРЯН А. А., ЗАДОЯН М. А.

Вопросы плоской деформации и кручение пластически-неоднородных тел изучены достаточно подробно, между тем, осесимметричное и пространственное течения рассматривались лишь в немногочисленных работах [1]. Пространственная задача неоднородного пластического тела исследована в статье [2], где материал принимается идеально-пластическим, подчиняющимся условию пластичности Треска. В работах [3—6] изучены различные задачи о неоднородном упруго-пластическом полом шаре под воздействием внутреннего давления, когда характеристики материала меняются по радиальному направлению. В статье [7] рассмотрен трансверсально-изотропный шар, предел текучести которого также является функцией от радиуса. В работах [8—10] исследованы осесимметричные задачи для пластически-неоднородных цилиндрических труб и дисков.

Рассмотренные осесимметричные задачи относятся, главным образом, к шарам, цилиндрам и дискам. В настоящей работе рассматриваются осесимметричные задачи предельного состояния длинных конических труб из несжимаемых пластически-неоднородных материалов, подчиняющихся условию пластичности Губера—Мизеса.

§ 1. *Основные уравнения.* Общие соотношения теории течения идеального жестко-пластического неоднородного тела в случае осевой симметрии в сферических координатах в обычных обозначениях имеют следующий вид:

дифференциальные уравнения равновесия —

$$\frac{\partial\sigma_r}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial\theta}+\frac{1}{r}(2\sigma_r-\sigma_\theta-\sigma_\varphi+\tau_{r\theta}\operatorname{ctg}\theta)=0$$

$$\frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta}+\frac{1}{r}[(\sigma_\theta-\sigma_\varphi)\operatorname{ctg}\theta+3\tau_{r\theta}]=0 \qquad (1.1)$$

$$\frac{\partial\tau_{r\varphi}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\tau_{\theta\varphi}}{\partial\theta}+\frac{1}{r}(2\tau_{\theta\varphi}\operatorname{ctg}\theta+3\tau_{r\varphi})=0$$

соотношения между компонентами скоростей деформации, напряжений и скоростей перемещений —

$$\varepsilon_{ij} = \Lambda(\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma), \quad \varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{u}{r} + \frac{v}{r}\operatorname{ctg}\theta, \quad 2\gamma_{r\theta} = \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta} \tag{1.2}$$

$$2\gamma_{r\varphi} = \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r}, \quad 2\gamma_{\theta\varphi} = \frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{w}{r}\operatorname{ctg}\theta$$

условие пластичности Губера—Мизеса

$$(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_\varphi - \sigma_r)^2 + 6(\tau_{r\theta}^2 + \tau_{r\varphi}^2 + \tau_{\theta\varphi}) = 6K^2(r, \theta) \tag{1.3}$$

Здесь $K(r, \theta)$ — определенная из эксперимента функция, характеризующая неоднородность пластических свойств материала. Такие неоднородные свойства вызываются, например, нейтронным облучением, температурным градиентом и т. д. [1]. В дальнейшем принимаем

$$K(r, \theta) = r^\nu k(\theta) \tag{1.4}$$

где $k(\theta)$ — известная функция, а ν — постоянная, характеризующая материал.

Компоненты скоростей перемещений, удовлетворяющие условию несжимаемости

$$\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_\varphi = 0$$

зададим в виде

$$\begin{gathered} u = r^\lambda[f'(\theta) + f(\theta)\operatorname{ctg}\theta], \quad v = -(\lambda+2)r^\lambda f(\theta) \\ w = (\lambda+2)r^\lambda \psi(\theta)\sin\theta, \quad \lambda = \text{const} \end{gathered} \tag{1.5}$$

где $f(\theta)$ и $\psi(\theta)$ — произвольные функции от θ. Тогда компоненты напряжения можно представить в виде

$$\sigma_r = \sigma_\theta + 2r^\nu \frac{k(\theta)}{\Omega(\theta)}[(2\lambda+1)f' + (\lambda-1)f\operatorname{ctg}\theta]$$

$$\sigma_\varphi = \sigma_\theta + 2(\lambda+2)r^\nu \frac{k(\theta)}{\Omega(\theta)}[f' - f\operatorname{ctg}\theta]$$

$$\tau_{r\theta} = r^\nu \frac{k(\theta)}{\Omega(\theta)}[f'' + (f\operatorname{ctg}\theta)' + (\lambda+2)(1-\lambda)f] \tag{1.6}$$

$$\tau_{\theta\varphi} = (\lambda+2)r^\nu \frac{k(\theta)}{\Omega(\theta)}\psi'\sin\theta, \quad \tau_{r\varphi} = (\lambda+2)(\lambda-1)r^\nu \frac{k(\theta)}{\Omega(\theta)}\psi\sin\theta$$

$$\Omega(\theta) = \sqrt{Q}$$

$$\begin{gathered} Q = 4\lambda^2(f' + f\operatorname{ctg}\theta)^2 + 4\lambda(f' + f\operatorname{ctg}\theta)[f\operatorname{ctg}\theta - (\lambda+1)f']^2 + \\ + 4[f\operatorname{ctg}\theta - (\lambda+1)f']^2 + [f'' + (f\operatorname{ctg}\theta)' + (\lambda+2)(1-\lambda)f]^2 + \\ + (\lambda+2)^2\sin^2\theta[\psi'^2 + (\lambda-1)^2\psi^2] \end{gathered}$$

Подставляя (1.6) в дифференциальные уравнения равновесия (1.1), приходим к выражению для σ_θ*

$$\sigma_\theta = H + M\varphi(r) - (\nu+3) r^\nu \int_\alpha^\theta \frac{k}{\Omega} [f'' + (f \operatorname{ctg}\theta)' + (2+\lambda)(1-\lambda) f]\, d\theta +$$

$$+ 2(\lambda+2) r^\nu \int_\alpha^\theta \frac{k}{\Omega} (f' - f \operatorname{ctg}\theta) \operatorname{ctg}\theta\, d\theta \tag{1.7}$$

где

$$\varphi(r) = \begin{cases} \ln r & \text{при} \quad \nu = 0 \\ \frac{1}{\nu} r^\nu & \text{при} \quad \nu \neq 0 \end{cases} \tag{1.8}$$

и к системе двух обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений

$$\left(\frac{1}{\sin\theta}\left\{\frac{k}{\Omega}[f'' + (f\operatorname{ctg}\theta)' + (2+\lambda)(1-\lambda)f]\sin\theta\right\}'\right)' +$$

$$+ 6\lambda\left[\frac{k}{\Omega}\frac{(f\sin\theta)'}{\sin\theta}\right]' + 2\nu\left\{\frac{k}{\Omega}[(2\lambda+1)f' + (\lambda-1)f\operatorname{ctg}\theta]\right\}' +$$

$$+ 2(\lambda+2)\nu\frac{k}{\Omega}(f' - f\operatorname{ctg}\theta)\operatorname{ctg}\theta -$$

$$- \nu(\nu+3)\frac{k}{\Omega}[f'' + (f\operatorname{ctg}\theta)' + (2+\lambda)(1-\lambda)f] = 0 \tag{1.9}$$

$$\left(\frac{k\psi'\sin^3\theta}{\Omega}\right)' + (\gamma+3)(\lambda-1)\frac{k\psi\sin^3\theta}{\Omega} = 0$$

Условия на конических поверхностях $\theta = \alpha$ и $\theta = \beta$ определяют граничные условия для системы уравнений (1.9). В случае, когда материал неоднороден только по толщине трубы, то есть $\nu = 0$, будем иметь следующие выражения для напряжений:

$$\sigma_r = \sigma_\theta + \frac{2k}{\Omega}[(2\lambda+1)f' + (\lambda-1)f\operatorname{ctg}\theta]$$

$$\sigma_\varphi = \sigma_\theta + 2(\lambda+2)\frac{k}{\Omega}(f' - f\operatorname{ctg}\theta)$$

$$\sigma_\theta = H + M\ln r - 3\int_\alpha^\theta \frac{k}{\Omega}[f'' + (f\operatorname{ctg}\theta)' + (2+\lambda)(1-\lambda)f]\,d\theta +$$

$$+ 2(\lambda+2)\int_\alpha^\theta \frac{k}{\Omega}(f' - f\operatorname{ctg}\theta)\operatorname{ctg}\theta\,d\theta \tag{1.10}$$

* Здесь и в дальнейшем заглавные буквы латинского алфавита означают произвольные постоянные.

$$\tau_{r\theta} = \frac{k}{\Omega}\left[f'' + (f\operatorname{ctg}\theta)' + (2+\lambda)(1-\lambda) f\right]$$

$$\tau_{\theta\varphi} = (\lambda+2)\frac{k}{\Omega}\psi' \sin\theta, \quad \tau_{r\varphi} = (\lambda+2)(1-\lambda)\frac{k}{\Omega}\psi\sin\theta$$

и систему уравнений —

$$\left\{\frac{k}{\Omega}\left[f'' + (f\operatorname{ctg}\theta)' + (2+\lambda)(1-\lambda) f\right]\sin\theta\right\}' +$$

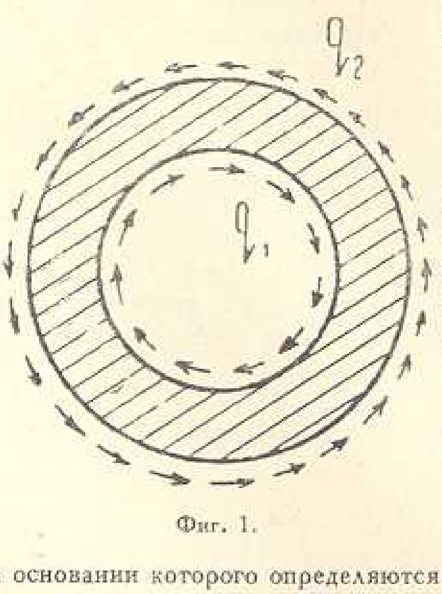
$$+ 6\lambda\frac{k}{\Omega}(f\sin\theta)' + M\sin\theta = 0 \tag{1.11}$$

$$\left(\frac{k}{\Omega}\psi'\sin^3\theta\right)' + 3(\lambda-1)\frac{k\psi\sin^3\theta}{\Omega} = 0$$

Рассмотрим некоторые предельные состояния поперечно-неоднородных конических труб.

§ 2. *Предельное состояние пластически-неоднородной по толщине конической трубы под воздействием внутренних и внешних кольцевых касательных сил (фиг. 1).* Принимаем, что на внутренней и внешней конических поверхностях действуют, соответственно, касательные нагрузки

$$\tau_{\theta\varphi} = q_1 \text{ при } \theta = \alpha$$
$$\tau_{\theta\varphi} = q_2 \text{ при } \theta = \beta \tag{2.1}$$



Фиг. 1.

Если принять в соотношениях (1.10–1.11) $f \equiv 0$, $H = M = 0$, первое уравнение (1.10) превратится в тождество, а из второго следует уравнение

$$\left[\frac{k\psi'\sin^2\theta}{\sqrt{\psi'^2 + (\lambda-1)^2\psi^2}}\right]' +$$
$$+ 3(\lambda-1)\frac{k\psi\sin^2\theta}{\sqrt{\psi'^2 + (\lambda-1)^2\psi^2}} = 0 \tag{2.2}$$

на основании которого определяются отличные от нуля компоненты напряжения $\tau_{\theta\varphi}$ и $\tau_{r\varphi}$.

Вводя обозначения

$$\tau_{\theta\varphi} = k(\theta)\,\tau(\theta), \quad \tau(\theta) = \frac{\psi'}{\sqrt{\psi'^2 + (\lambda-1)\psi^2}} \tag{2.3}$$

из (2.2) приходим к уравнению

$$\tau' + \chi\tau + 3\mu\sqrt{1-\tau^2} = 0 \tag{2.4}$$

где

$$\lambda = \frac{k'(\theta)}{k(\theta)} + 2\operatorname{ctg}\theta, \quad \mu = \operatorname{sign}(q_1 - q_2) \tag{2.5}$$

Рассмотрим случай неоднородности, когда

$$k(\theta) = k_1 \frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\theta} \exp(\gamma(\theta - \alpha)) \tag{2.6}$$

Тогда из (2.4) следует

$$\int\limits_{\tau}^{q_1/k_1} \frac{dx}{\gamma x + 3\mu\sqrt{1-x^2}} = \theta - \alpha \tag{2.7}$$

После интегрирования получаем неявное соотношение для τ

$$\arcsin\frac{q_1}{k_1} - \arcsin\tau + \frac{\mu\gamma}{3}\ln\frac{\gamma\dfrac{q_1}{k_1} + 3\mu\sqrt{1-\dfrac{q_1^2}{k_1^2}}}{\gamma\tau + 3\mu\sqrt{1-\tau^2}} = \mu\frac{9+\gamma^2}{3}(\theta - \alpha) \tag{2.8}$$

В предельном состоянии трубы отсюда следует зависимость между q_1 и q_2.

$$\arcsin\frac{q_1}{k_1} - \arcsin\frac{q_2}{k_2} + \frac{\mu\gamma}{3}\ln\frac{\gamma\dfrac{q_1}{k_1} + 3\mu\sqrt{1-\dfrac{q_1^2}{k_1^2}}}{\gamma\dfrac{q_2}{k_2} + 3\mu\sqrt{1-\dfrac{q_2^2}{k_2^2}}} = \mu\frac{9+\gamma^2}{3}(\beta - \alpha) \tag{2.9}$$

где

$$k_2 = k_1\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta}\exp(\gamma(\beta - \alpha))$$

Для более простого случая неоднородности, когда $\gamma = 0$, из (2.8) имеем

$$\arcsin\frac{q_1}{k_1} - \arcsin\tau = 3\mu(\theta - \alpha) \tag{2.10}$$

В предельном состоянии имеем соотношение

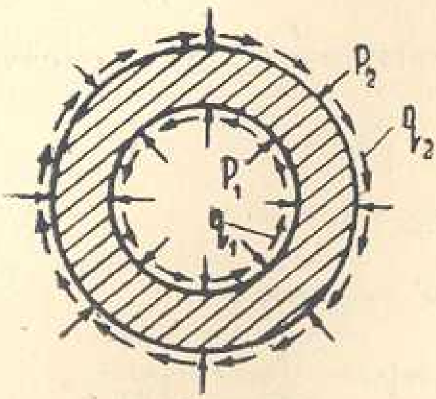
$$\arcsin\frac{q_1}{k_1} - \arcsin\frac{q_2}{k_2} = 3\mu(\beta - \alpha) \tag{2.11}$$

Для определения единственной отличной от нуля скорости перемещения w по формуле (1.6) функцию ψ находим из (2.3)

$$\psi = D\exp\left\{(\lambda - 1)\int\limits_{\alpha}^{\theta}\frac{\tau d\theta}{\sqrt{1-\tau^2}}\right\} \tag{2.12}$$

В общем случае для $k(\theta)$ уравнение (2.4) следует интегрировать численным способом.

§ 3. *Предельное состояние пластически-неоднородной конической трубы под совместным воздействием внешних нормальных и кольцевых касательных сил (фиг. 2).* Положим, что пластически-неоднородная по толщине коническая труба под воздействием внешних сил



Фиг. 2.

$$\sigma_\theta = -P_1, \quad \tau_{\theta\varphi} = q_1 \text{ при } \theta = \alpha$$
$$\sigma_\theta = -P_2, \quad \tau_{\theta\varphi} = q_2 \text{ при } \theta = \beta \tag{3.1}$$

находится в предельном напряженном состоянии.

Принимая в (1.10)—(1.11) $f = E/\sin\theta$, $\lambda = 1$, $M = 0$, удовлетворим первому уравнению (1.11), а из второго, опуская индексы при $\tau_{\theta\varphi}$, получаем

$$\tau = q_1 \frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\theta}$$
$$\tau = \frac{k\psi' \sin^3\theta}{\sqrt{4E^2\cos^2\theta + \psi'^2 \sin^6\theta}} \tag{3.2}$$

Отсюда, определяя

$$\psi' = \frac{2E\cos\theta}{\sin^3\theta} \frac{\tau}{\sqrt{1-\tau^2}} \tag{3.3}$$

и подставляя в формулы нормальных напряжений (1.10), с учетом граничных условий (3.1) получаем

$$\sigma_r = \sigma_\theta - \mu\sqrt{k^2-\tau^2}, \quad \sigma_\varphi = \sigma_\theta - 2\mu\sqrt{k^2-\tau^2}$$
$$\sigma_\theta = -P_1 + 2\mu\int_\alpha^\theta \sqrt{k^2-\tau^2}\operatorname{ctg}\theta d\theta, \quad \mu = \operatorname{sign}(P_1 - P_2) \tag{3.4}$$

Условия на внешней поверхности трубы $\theta = \beta$ дают соотношения между внешними силами в предельном состоянии конической трубы

$$P_1 - P_2 = 2\mu\int_\alpha^\beta \sqrt{k^2-\tau^2}\operatorname{ctg}\theta d\theta$$
$$q_1\sin^2\alpha = q_2\sin^2\beta \tag{3.5}$$

В частном случае, когда $q_1 = q_2 = 0$, из (3.4) имеем

$$\sigma_r = \sigma_\theta - \mu k, \quad \sigma_\varphi = \sigma_\theta - 2\mu k$$
$$\sigma_\theta = -P_1 + 2\mu\int_\alpha^\theta k\operatorname{ctg}\theta d\theta \tag{3.6}$$

Предельное состояние в этом случае определяется соотношением

$$P_1 - P_2 = 2\mu \int_\alpha^\beta k \operatorname{ctg} \theta d\theta \tag{3.7}$$

Для однородного материала из (3.6)—(3.7) при $k = \text{const}$ получаются соответствующие формулы Д. Д. Ивлева [11].

Интегрируя (3.3), находим

$$\psi = 2E \int_\alpha^\theta \frac{\tau}{\sqrt{k^2 - \tau^2}} \frac{\cos\theta}{\sin^3\theta} d\theta + N \tag{3.8}$$

Для скоростей перемещений получаем

$$u = 0, \quad v = -\frac{3Er}{\sin\theta}, \quad w = 6Er\sin\theta \left[\int_\alpha^\theta \frac{\tau\cos\theta d\theta}{\sqrt{k^2 - \tau^2}\sin^3\theta} + G \right] \tag{3.9}$$

Переходя к пределу $\theta \to 0$, $r \to \infty$ при постоянном $\rho = r\sin\theta$, из формул (3.4) и (3.5) получим соответствующие формулы для неоднородной по толщине цилиндрической трубы, находящейся под воздействием внешних сил

$$\begin{gathered} \sigma_\rho = -P_1, \quad \tau_{\rho\theta} = q_1 \text{ при } \rho = a \\ \sigma_\rho = -P_2, \quad \tau_{\rho\theta} = q_2 \text{ при } \rho = b \end{gathered} \tag{3.10}$$

Здесь a и b, соответственно,— внутренний и внешний радиусы цилиндрической трубы

$$\begin{gathered} \sigma_z = \sigma_\rho - \mu\sqrt{k^2(\rho) - \tau^2(\rho)}, \quad \sigma_\theta = \sigma_\rho - 2\mu\sqrt{k^2(\rho) - \tau^2(\rho)} \\ \sigma_\rho = -P_1 + 2\mu \int_a^\rho \sqrt{k^2(\rho) - \tau^2(\rho)} \frac{d\rho}{\rho}, \quad \tau_{rz} = \tau = q_1 \frac{a^2}{\rho^2} \end{gathered} \tag{3.11}$$

Предельное напряженное состояние определяется соотношениями

$$P_1 - P_2 = 2\mu \int_a^b \sqrt{k^2(\rho) - \tau^2(\rho)} \frac{d\rho}{\rho}, \quad q_1 a^2 = q_2 b^2 \tag{3.12}$$

Формулы (3.11) при $k(\rho) = \text{const}$ переходят в формулы А. Надаи [12] для напряженного состояния около круговой полости в бесконечной плоскости.

§ 4. *Предельное состояние пластически-неоднородной по толщине конической трубы при совместном воздействии внешних нормальных и продольных касательных сил (фиг. 3).* Пусть коническая труба под воздействием внешних сил

$$\sigma_\theta = -P_1, \ \tau_{r\theta} = q_1 \ \text{при} \ \theta = \alpha$$

$$\sigma_\theta = -P_2, \ \tau_{r\theta} = q_2 \ \text{при} \ \theta = \beta \tag{4.1}$$

находится в предельном состоянии. В этом случае, принимая в (1.10) — (1.11) $\psi \equiv 0$, $\lambda = M = 0$ и опуская индексы при $\tau_{r\theta}$, получаем

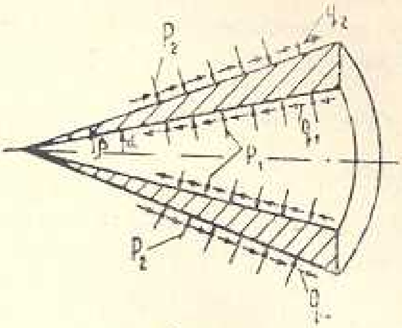
$$\tau = q_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \theta}, \quad \Omega = \frac{2\mu (f' - f \operatorname{ctg} \theta) k}{\sqrt{k^2 - \tau^2}}, \ \mu = \operatorname{sign}(P_1 - P_2) \tag{4.2}$$

Подставляя эти выражения в формулы (1.10) и учитывая условия на поверхности $\theta = \alpha$, будем иметь

$$\sigma_r = \sigma_\theta + \mu \sqrt{k^2 - \tau^2}, \quad \sigma_\varphi = \sigma_\theta + 2\mu \sqrt{k^2 - \tau^2}$$

$$\sigma_\theta = -P_1 - 3q_1 \sin \alpha \ln \frac{\operatorname{tg} \theta/2}{\operatorname{tg} \alpha/2} + 2\mu \int_\alpha^\theta \sqrt{k^2 - \tau^2} \operatorname{ctg} \theta d\theta \tag{4.3}$$

Используя условия на внешней поверхности трубы, находим



Фиг. 3.

$$P_1 - P_2 = 2\mu \int_\alpha^\beta \sqrt{k^2 - \tau^2} \operatorname{ctg} \theta d\theta -$$

$$- 3 q_1 \sin \alpha \ln \frac{\operatorname{tg} \beta/2}{\operatorname{tg} \alpha/2} \tag{4.4}$$

$$q_1 \sin \alpha = q_2 \sin \beta$$

Соотношения (4.4) определяют предельное состояние конической трубы.

Сопоставляя выражения $\tau_{r\theta}$ из (1.10) и (4.2), приходим к дифференциальному уравнению

$$f'' + \left(\operatorname{ctg} \theta - \frac{2\mu\tau}{\sqrt{k^2 - \tau^2}} \right) f' + \left(2 - \frac{1}{\sin^2 \theta} + \frac{2\mu\tau}{\sqrt{k^2 - \tau^2}} \operatorname{ctg} \theta \right) f = 0$$

решение которого будет

$$f = A \sin \theta + B \sin \theta \int_\alpha^\theta \frac{\sin^3 \alpha}{\sin^3 \theta} \exp \left(2\mu \int_\alpha^\theta \frac{\tau d\theta}{\sqrt{k^2 - \tau^2}} \right) d\theta$$

Исходя из выражений (4.2)—(4.4), можно получить соответствующие формулы для цилиндрической трубы, находящейся под внешними воздействиями:

$$\sigma_\rho = -P_1, \ \tau_{\rho z} = q_1 \ \text{при} \ \rho = a$$

$$\sigma_\rho = -P_2, \ \tau_{\rho z} = q_2 \ \text{при} \ \rho = b$$

Так, переходя к цилиндрическим координатам, фиксируя $\rho = r\sin\theta$, при $\theta \to 0$, $r \to \infty$ из (4.2)—(4.4) получим

$$\sigma_\rho = -P_1 + 2\mu \int_a^\rho \sqrt{k^2 - \tau^2}\,\frac{d\rho}{\rho}, \quad \tau_{\rho z} = \tau = q_1 \frac{a}{\rho}$$

$$\sigma_\theta = \sigma_\rho + 2\mu \sqrt{k^2 - \tau^2}$$

$$P_1 - P_2 = 2\mu \int_a^b \sqrt{k^2 - \tau^2}\,\frac{d\rho}{\rho}, \quad q_1 a = q_2 b$$

Эти формулы в цилиндрических координатах определяют предельное состояние неоднородной по толщине цилиндрической трубы при совместном воздействии внешних нормальных и продольных касательных сил.

ՊԼԱՍՏԻԿՈՐԵՆ ԱՆՀԱՄԱՍԵՌ ԿՈՆԱԿԱՆ ԽՈՂՈՎԱԿՆԵՐԻ ՍԱՀՄԱՆԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿԸ

Ա. Ա. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Մ. Ա. ԶԱԴՈՅԱՆ

Ամփոփում

Հետազոտվում է պլաստիկորեն անհամասեռ կոշտ պլաստիկ կոնական խողովակների սահմանային վիճակը արտաքին տարբեր բեռների դեպքում։ Խողովակի նյութը անսեղմելի է և բավարարում է Հյուբեր-Միզեսի պայմանով պլաստիկության հոսունության տեսության հավասարումներին։

Լարումները և տեղափոխությունների արագությունները արտահայտելով (1.6) տեսքով՝ բավարարվում են պլաստիկության և անսեղմելիության պայմանները։ $f(\theta)$ և $\psi(\theta)$ ֆունկցիաների նկատմամբ ստացվել են ոչ-գծային ֆունկցիոնալ հավասարումների սիստեմ։

Դիտարկված են երեք խնդիրներ.

1. Կոնական խողովակի սահմանային վիճակը արտաքին և ներքին օղակային լարումների ազդեցության տակ։ 2. Կոնական խողովակի սահմանային վիճակը արտաքին և ներքին օղակային շոշափող և նորմալ բեռների ազդեցության տակ։ 3. Կոնական խողովակի սահմանային վիճակը արտաքին և ներքին ընդլայնական շոշափող և նորմալ բեռների ներքո։

Ստացված են բեռների միջև կապեր, որոնց դեպքում կոնական խողովակը գտնվում է սահմանային վիճակում։

THE LIMIT STATE OF PLASTIC INHOMOGENEOUS CONIC TUBES

A. A. GRIGORIAN, M. A. ZADOYAN

Summary

The limit state of plastic inhomogeneous conic tubes is investigated. The material of the tube is incompressible and satisfies the

equations of the theory of plastic yielding with the Huber-Mizes condition.

Strain and displacement velosities expressed through two unknown functions satisfy the plastic and incompressible conditions. From equilibrium equations for the unknown functions the system of non-linear differential equations is obtained.

The problems of limit state of plastic inhomogeneous, in thickness, conic tubes under: 1) internal and external ring-shaped shearing forces, 2) external normal and shearing ring-shaped forces, 3) external normal and longitudinal shearing forces are observed.

The relations between loads are obtained under which the conic tube is in a limited state.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ольшак В., Рыхлевский Я., Урбановский В.* Теория пластичности неоднородных тел (пер. с англ.). М.: Изд-во Мир, 1964.
2. *Ивлев Д. Д.* Some remarks on the theory of non-homogeneous plastic media (Space problem). — Arch. Mech. Stos. 1961, 13, No. 2.
3. *Olszak W., Urbanowski W.* Non-homogeneous thik-walled elastic-plastic spherical shell subjected to internal and external pressures. — Rozpr. inz. 1956, 4, No. 1.
4. *Rogozinski M.* Some problems of thermoplasticity of a spherical shell. — Proc. IUTAM, symposium: Сб. статей. Warsaw: 1958.
5. *Ильюшин А. А., Огибалов П. М.* О прочности оболочки толстостенного цилиндра и полого шара, подвергнутых облучению. Инж. ж., 1960, 28.
6. *Дорофеева В. М., Курчанова М. В.* Напряжения в многослойном неоднородном упруго-пластическом шаре.— Прикладные проблемы прочности и пластичности: Горький: 1978, № 8.
7. *Seth B. R.* Non-homogeneous yield condition. — Proc. IUTAM, symposium: Сб. статей. Warsaw: 1958.
8. *Гордон В. А.* Несущая способность неоднородной оболочки.— Работы по механике сплошных сред: Сб. статей. Тула: 1975.
9. *Gurushankar G. V.* A note on the yielding of on accelerating non-homogeneous disc of varying thicness and density with radial loading. — J. Strain. Anal., 1978, 13, No. 1.
10. *Сенашов С. И.* Точные пространственные решения уравнений, описывающих пластическое течение анизотропных и неоднородных сред. «Динамика сплошной среды». Новосибирск: № 43, 1979.
11. *Ивлев Д. Д.* Теория идеальной пластичности. М.: Изд-во Наука, 1966.
12. *Nadai A.* Zeits f. Phys. 1924, v. 30.

Институт механики
АН Армянской ССР

Поступила в редакцию
18. VI. 1982