ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXXVII, № 2, 1984 Механика

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ПО УСТОЙЧИВОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН

БАГДОЕВ А. Г., МОВСИСЯН Л. А.

1. В [1] с помощью осредненного лагранжиана выведены уравнения модуляций. В [1, 2] получены условия устойчивости распространения нелинейных квазимонохроматических волн в адиабатическом приближении. В задачах устойчивости и дифракции существенен учет производных от амплитуды. В [3] получены как уравнения модуляций, так и условия устойчивости распространения волн с учетом вторых производных от амплитуды. В частности, если в адиабатическом приближении условие устойчивости записывается в виде

$$Y\left(\frac{\partial\omega}{\partial a^2}\right)_0>0, \quad Y=\frac{\partial^2\omega_0}{\partial\alpha_i\partial\alpha_j}k_ik_j, \quad k_i=\frac{\partial F}{\partial x_i} \tag{1.1}$$

где ω_0 и ω — соответственно линейная и нелинейная частоты, a — амплитуда, α_i — волновые числа $\tau=\alpha_i x_i-\omega t$, под $(\partial\omega/\partial a^2)_0$ понимается $(\partial\omega/\partial a^2)_{a=0}$, $F(x_i, t)=0$ — уравнение характеристик, то уже с учетом вторых производных от a условие устойчивости записывается в виде

$$4a_0^2\left(\frac{\partial\omega}{\partial a^2}\right)_0 Y+Y^2>0 \tag{1.2}$$

Здесь a_0 — амплитуда невозмущенной волны. Как видно, (1.2) расширяет области устойчивости по сравнению с (1.1).

Условие (1.2) выведено в [3] для тех сред, для которых осредненный по фазе лагранжиан содержит слагаемое со вторыми и четвертыми степенями амплитуды. Для осредненного лагранжиана, содержащего нечетные степени, а также для диссипативных сред применяемый здесь метод не проходит. При получении (1.1) предполагается непрерывность волновых чисел α_i и k_i.

В дальнейшем на отдельных примерах будут показаны значения этих расширений.

2. Рассмотрим нелинейно-упругую цилиндрическую оболочку, материал которой подчиняется закону [4]*

* Во всех рассмотренных примерах будем считать, что материал подчиняется этому закону.

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1-2\nu}\varepsilon_0\delta_{ij} + 2G(1+\gamma_2\psi_0^2)(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_0\delta_{ij}) \tag{2.1}$$

Принимая гипотезу недеформируемых нормалей, лагранжиан запишем в виде

$$L = U - T, \quad T = \frac{\rho h}{2}\left\{\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2\right\} \tag{2.2}$$

Здесь ρ, h — плотность материала и толщина оболочки, u, v, w — перемещения. Выражение внутренней энергии согласно [4] будет

$$U = \int\limits_{-h/2}^{h/2}\left[\frac{3E}{2(1-2\nu)}\varepsilon_0^2 + \frac{3}{4}G\left(\psi_0^2 + \frac{\gamma_2}{2}\psi_0^4\right)\right]dx_3 \tag{2.3}$$

где

$$\varepsilon_0 = \frac{(1-2\nu)(\varepsilon_{x_1} + \varepsilon_{x_2})}{3(1-\nu)}$$

$$\psi_0^2 = \frac{8}{9}\left[\frac{1-\nu+\nu^2}{(1-\nu)^2}(\varepsilon_{x_1}^2 + \varepsilon_{x_2}^2) + \frac{4\nu-1-\nu^2}{(1-\nu)^2}\varepsilon_{x_1}\varepsilon_{x_2} + \frac{3}{4}\varepsilon_{x_1x_2}^2\right] \tag{2.4}$$

Для компонент деформаций с учетом нелинейных членов от прогиба имеем

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{x_1} &= \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x_1}\right)^2 - x_3\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}\\
\varepsilon_{x_2} &= \frac{\partial v}{\partial x_2} + \frac{w}{R} - x_3\frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2}\\
\varepsilon_{x_1x_2} &= \frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{\partial v}{\partial x_1} + \frac{\partial w}{\partial x_1}\frac{\partial w}{\partial x_2} - 2x_3\frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

При записи (2.5) принято, что нормаль к начальной волне направлена по образующей оболочки x_1, поэтому нелинейный член, содержащий производную по x_2, отбрасывается.

Полагая перемещения в виде

$$\begin{aligned}
u &= u_0 + b\sin\tau + b_1\sin 2\tau\\
v &= v_0 + c\sin\tau + c_1\sin 2\tau\\
w &= w_0 + a\cos\tau + a_1\cos 2\tau
\end{aligned} \tag{2.6}$$

можно вычислить осредненный лагранжиан

$$\bar{L} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} L\,d\tau$$

Выбор решений в виде (2.6), являющихся разложениями Стокса [1], соответствует характеру связей (2.5) и проверяется непосредственной подстановкой в уравнения тонких оболочек [5]. Следует учесть при этом, что получаемые из вариационного принципа соотношения дают порядки $u_0 \sim v_0 \sim b_1 \sim c_1 \sim w_0 \sim a_1 \sim a^2$ для амплитуд, $b \sim c \sim a$ для оболочек и $b = c = 0$ для пластин.

Варьируя $\overline{L}$ по амплитудам, получаем систему уравнений относительно амплитуд и ω. Выражая все амплитуды через a, получаем нелинейное дисперсионное соотношение (изгибное)

$$\omega = \omega_0 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial a^2}\right)_0 a^2 \tag{2.7}$$

где

$$\omega_0^2 = \frac{G}{\rho}\left[\frac{h^2 k^4}{6(1-\nu)} + 2\frac{1+\nu}{R^2}\frac{\alpha_1^4}{k^4}\right], \quad k^2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2$$

Для произвольной задачи выражение (2.7) не имеет места, поскольку ω будет определяться как некоторый функционал от a, получаемый в результате решения системы вариационных уравнений.

Рассмотрим две сравнительно простые задачи.

а) В типично дифракционной задаче —

$$\left|\frac{\partial u_0}{\partial x_1}\right| \ll \left|\frac{\partial u_0}{\partial x_2}\right|, \quad \frac{\partial v_0}{\partial x_2} = -\frac{\nu}{4} a^2 \alpha_1 - \frac{w_0}{R^2} \tag{2.8}$$

и

$$\rho\omega_0 \frac{1-\nu}{G}\left(\frac{\partial \omega}{\partial a^2}\right)_0 = \frac{1-\nu^2}{4}\alpha_1^4 + C$$

$$C = \frac{\gamma_2 \nu_1}{180} h^4 \alpha_1^8 + \frac{2\gamma_2}{9R^4}(1+\nu)^3(2-\nu) +$$

$$+ \frac{\gamma_2 h^2 \alpha_1^4}{18R^2} \frac{2 - 5\nu + 3\nu^2 + 6\nu^3 - 7\nu^4 - \nu^5 + 2\nu^6}{(1-\nu)^3} \tag{2.9}$$

$$\nu_1 = \frac{(1 - \nu + \nu^2)^2}{(1-\nu)^3}$$

б) В одномерной по x_1 задаче —

$$\frac{\partial u_0}{\partial x_1} + \frac{\nu}{R} w_0 = -\frac{1}{4} a^2 \alpha_1^2 - \frac{\rho}{G}(1-\nu)\left(\frac{\partial \omega_0}{\partial \alpha_1}\right)^2 \frac{\partial u_0}{\partial x_1}$$

$$\frac{h^2}{3}\frac{\partial^4 w_0}{\partial x_1^4} + \frac{\nu}{R}\frac{\partial u_0}{\partial x_1} = \rho h \left(\frac{\partial \omega_0}{\partial \alpha_1}\right)^2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x_1^2}$$

и для $(\partial\omega/\partial a^2)_0$ получаем

$$\frac{\rho(1-\nu)}{G}\omega_0\left(\frac{\partial \omega}{\partial a^2}\right)_0 = -\frac{\alpha_1^4}{8}\left(\frac{h^2\alpha_1^4}{12} + \frac{1-\nu}{R^2}\right) + \frac{4(1-\nu)}{Ga^2}\left(\frac{\partial \omega_0}{\partial \alpha_1}\right)^2 \frac{\partial u_0}{\partial x_1}\alpha_1^2 + C \tag{2.10}$$

Для несжимаемого материала ($\nu = 0,5$)

$$C = \gamma_2 \left(\frac{h^4 \alpha_1^8}{40} + \frac{9}{8R^4} + \frac{h^2 \alpha_1^4}{4R^2} \right) \tag{2.11}$$

В общем случае получается для u_0 дифференциальное уравнение четвертого порядка, и уравнение модуляций следует получить непосредственно из лагранжиана, не считая $(\partial\omega/\partial a^2)_0$ заданным числом. Пренебрегая предпоследним членом (2.10) (так как C велико), можно видеть, что имеет место обычный подход, при котором $(\partial\omega/\partial a^2)_0$ задано.

Для пластин, пренебрегая динамическим членом, можно получить

$$\frac{\partial u_0}{\partial x_1} = -\frac{1}{4} a^2 \alpha_1^2 \tag{2.12}$$

Таким образом, для пластин как в дифракционной, так и в одномерной задаче имеют место обычные уравнения модуляций.

Так как ω_0 зависит от α_2^2, то можно использовать условие поперечной устойчивости (1.1) ($k_1 = 0$)

$$\left(h^2 \alpha_1^4 - 12 \frac{1+\nu}{R^2} \right) \left(\frac{\partial\omega}{\partial a^2} \right)_0 > 0 \tag{2.13}$$

Для $\gamma_2 < 0$ (металлы), $(\partial\omega/\partial a^2)_0 < 0$ и получается

$$h^2 \alpha_1^2 < 12 \frac{1+\nu}{R^2 \alpha_1^2} \tag{2.14}$$

Отсюда видно, что для пластин имеется неустойчивость, а для не очень пологих оболочек — поперечная устойчивость.

3. Пусть бесконечная пластина находится на жидкости (полубесконечное пространство). Одномерное уравнение движения пластинки имеет вид

$$\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left[D \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \Gamma \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \right)^3 \right] + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + Z = 0 \tag{3.1}$$

где

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \quad \Gamma = \frac{Eh^5 \nu_1 \gamma_2}{135(1-\nu^2)}$$

а Z — давление жидкости на пластину, которое определяется формулой

$$Z = \rho_0 \frac{\partial\varphi}{\partial t} + \rho_0 g w + \frac{1}{2} \rho_0 (\nabla\varphi)^2 \tag{3.2}$$

Здесь ρ_0 — плотность жидкости, g — ускорение свободного падения, и так как жидкость предполагается идеальной и несжимаемой, то потенциал удовлетворяет уравнению

$$\nabla^2 \varphi = 0 \tag{3.3}$$

Кроме этих уравнений, должны добавить условие безотрывного контакта между пластиной и жидкостью

$$\frac{\partial w}{\partial t}+\frac{\partial \varphi}{\partial x_1}\frac{\partial w}{\partial x_1}=\frac{\partial \varphi}{\partial x_3} \quad \text{при} \quad w=x_3 \tag{3.4}$$

Уравнение пластины записано в переменных Лагранжа, но так как геометрическая нелинейность отсутствует, то можно их отождествлять с переменными Эйлера.

Будем искать решение (3.1)—(3.3) в виде

$$\varphi=\varphi_0 t+b\exp(kx_3)\sin\tau+b_1\exp(2kx_3)\sin 2\tau \tag{3.5}$$

$$w=a\cos\tau+a_1\cos 2\tau, \quad \tau=kx_1-\omega t$$

где амплитуды постоянные, что соответствует адиабатическому приближению.

Соотношения (3.5) выбраны по тому же типу, что и решение для волн на воде [1]. Для рассмотренной более общей задачи потребовался еще учет второй гармоники в потенциале.

Подставляя (3.5) в (3.1)—(3.4), относительно $a, \ldots, b$, получаем систему уравнений, решение которой имеет вид

$$a_1=\lambda a^2, \qquad b=\frac{\omega}{k}a-\frac{3}{2}\omega_0\lambda a^3+\frac{\omega_0 k}{8}a^3$$

$$b_1=a\frac{\omega_0}{k}-\frac{\omega_0}{2}a^2$$

$$\omega=\omega_0+\left(\frac{\partial\omega}{\partial a^2}\right)_0 a^2 \tag{3.6}$$

$$\omega_0^2=\frac{k(Dk^4+\rho_0 g)}{\rho_0+\rho hk}$$

$$\omega_0\left(\frac{\partial\omega}{\partial a^2}\right)_0=\frac{\rho_0 k\left[\omega_0^2\left(\lambda+\frac{1}{2}k\right)+\frac{G\nu_1\gamma_2 h^5}{90\,\rho_0(1-\nu)}k^8\right]}{2(\rho_0+\rho hk)}$$

$$\lambda=\frac{1}{4}\,\frac{2\rho_0\omega_0^2 k}{2(2\rho hk+\rho_0)\omega_0^2-\rho_0 gk-16k^5}$$

В частности, при отсутствии пластины ($D=\rho=0$) получаем результат Уизема [1], а при отсутствии жидкости — результат работы [3], в котором нужно только отбросить влияние геометрической нелинейности.

Анализ полученных формул показывает, что при преобладающем влиянии жидкости $(\partial\omega/\partial a^2)>0$, то есть имеется поперечная устойчивость, а при преобладании пластины $(\partial\omega/\partial a^2)<0$, то есть — неустойчивость.

Для выяснения вопроса продольной устойчивости вычислим $d^2\omega_0/dk^2$, которая имеет вид

$$\omega_0\omega_0'' = \frac{D_1 + D_2 - D_3}{4(\rho_0 + \rho hk)(Dk^5 + \rho_0 gk)}$$

$$D_1 = Dk^8(8\rho^2h^2k^2 + 20\rho\rho_0 hk + 15\rho_0^2) \tag{3.7}$$

$$D_2 = 6Dk^4 g\rho_0(4\rho^2h^2k^2 + 8\rho\rho_0 hk + 5\rho_0^2)$$

$$D_3 = \rho_0^3 g^2(\rho_0 + 4\rho hk)$$

В [5] получено для рассматриваемой задачи $(\partial\omega/\partial a^2)_0$ в предположении, что в выражении φ (3.5) второе слагаемое отсутствует, как и в [1]. Однако, как показывает настоящее исследование, такое приближение при наличии пластинки приводит к неточным результатам.

Отсюда видно, что для тонких металлических пластин имеет место $\omega_0'' > 0$, и согласно (1.1) условия продольной и поперечной устойчивости совпадают.

Примечательно, что те же соотношения получаются при варьировании по $a, \ldots, b_1$ осредненного по τ суммарного лагранжиана (жидкость плюс пластина)

$$L = -\rho_0 \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\varphi_{x_1}^2 + \varphi_{x_3}^2) + g_0 x_3\right] dx_3 +$$

$$+ \frac{1}{2}\rho h\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 - \frac{Gh^3}{12(1-\nu)}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}\right)^2 - \frac{G\gamma_2\nu_1 h^5}{270(1-\nu)}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}\right)^4$$

Тем самым, обосновывается возможность написания единого лагранжиана для сред, состоящих из жидкости и упругой пластины.

4. Рассмотрим теперь трехслойную симметрично собранную пластинку с легким заполнителем [6]. Если обозначить через u, v тангенциальные перемещения несущих слоев, а через w прогиб пластинки, то уравнения изгибного движения такой пластинки, материалы слоев которой подчиняются закону (2.1), запишутся в виде системы относительно этих перемещений.

Систему эту можно свести к одному уравнению относительно w

$$D\nabla^4\left(1 - \frac{BH}{G_0}\nabla^2\right)w + B\left(H + \frac{h}{2}\right)^2\nabla^4 w +$$

$$+ \frac{2}{3}B\left(H + \frac{h}{2}\right)\gamma_0 H\left(1 + \frac{h}{2H}\right)^3\frac{\partial^3}{\partial x_1^3}\left(\frac{\partial w}{\partial x_1}\right)^3 +$$

$$+ \frac{4Dh^2}{45}\gamma_2\nu_1\left(1 - \frac{Bh}{G_0}\nabla^2\right)\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}\right)^3 -$$

$$-(\rho_0 H + \rho h)\left(1 - \frac{BH}{G_0}\nabla^2\right)\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \tag{4.1}$$

Здесь $B=\frac{2Gh}{1-\nu}$, $D=\frac{Gh^3}{b(1-\nu)}$, h, $2H$ — толщины, ρ, ρ_0 — плотности, G, ν, G_0 — упругие коэффициенты, γ_2, γ_0 — коэффициенты, характеризующие нелинейности соответственно для несущих слоев и для заполнителя. Как и в п. 2, принято, что нормаль к начальной волне направлена по оси оболочки, поэтому оставлен только нелинейный член от производных по x_1.

Если искать решение (4.2) в виде

$$w=a\sin\tau \tag{4.2}$$

то получим следующее дисперсионное уравнение:

$$\omega=\omega_0+\left(\frac{\partial\omega}{\partial a^2}\right)_0 a^2 \tag{4.3}$$

$$\omega_0^2(\rho_0 H+\rho h)\left(1+\frac{BH}{G_0}k^2\right)=Dk^4\left(1+\frac{BH}{G_0}k^2\right)+B\left(H+\frac{h}{2}\right)^2 k^4$$

$$2\omega_0\left(\frac{\partial\omega}{\partial a^2}\right)_0(\rho_0 H+\rho h)\left(1+\frac{BH}{G_0}k^2\right)=$$

$$=\frac{1}{2}BH^2\left(1+\frac{h}{2H}\right)^4_0\gamma_0\alpha_1^6+\frac{D}{15}h^2\gamma_2\nu_1\left(1+\frac{BH}{G_0}k^2\right)\alpha_1^8$$

$$k^2=\alpha_1^2+\alpha_2^2$$

Как показано в [5], в качестве решения для однослойной пластины при наличии только физической нелинейности достаточно брать основную гармонику (4.2). При этом все условия удовлетворяются.

Отсюда видно, что если в трехслойной пластинке заполнитель также металлический ($\gamma_2<0$, $\gamma_0<0$), то она ведет себя как однослойная, то есть имеется неустойчивость распространения волн. Если же заполнитель типа резины ($\gamma_0>0$), то можно выбрать параметры системы таким образом

$$\gamma_0>\frac{h^4|\gamma_2|\alpha_1^2\nu_1}{180H}\left(1+\frac{2GHh}{G_0(1-\nu)}\alpha_1^2\right) \tag{4.4}$$

чтобы имела место устойчивость распространения волн.

5. Если брать уравнение движения вращающегося круглого вала с угловой скоростью Ω согласно [7] и предполагать, что материал подчиняется закону (2.1), то будем иметь

$$\begin{gathered}
EI\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2}+\gamma\left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2}\right)^3\right]-mr^2\left[\frac{\partial^4 w_1}{\partial x^2\partial t^2}+2\Omega\frac{\partial^3 w_2}{\partial x^2\partial t}\right]+m\frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2}=0\\
EI\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2}+\gamma\left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2}\right)^3\right]-mr^2\left[\frac{\partial^4 w_2}{\partial x^2\partial t^2}-2\Omega\frac{\partial^3 w_1}{\partial x^2\partial t}\right]+m\frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2}=0
\end{gathered} \tag{5.1}$$

Здесь w_1, w_2 — прогибы в взаимно-перпендикулярных плоскостях, m — масса единичной длины, r — радиус вала

$$I=\frac{\pi r^4}{4}, \qquad \gamma=\gamma_2\frac{16\,r^2}{81} \tag{5.2}$$

Решение (5.1) ищется в виде

$$w_1=a\cos\tau, \quad w_2=b\sin\tau \tag{5.3}$$

При выборе (5.3) соображения такие же, как и в предыдущих пунктах. Получается следующее дисперсионное уравнение:

$$a\left[EI\alpha^4\left(1+\frac{3}{4}\gamma a^2\alpha^4\right)-m\omega^2(1+r^2\alpha^2)\right]-b\cdot 2\Omega mr^2\alpha^2\omega=0$$

$$b\left[EI\alpha^4\left(1+\frac{3}{4}\gamma a^2\alpha^4\right)-m\omega^2(1+r^2\alpha^2)\right]-a\cdot 2\Omega mr^2\alpha^2\omega=0$$

Отсюда следует, что $a=b$ и

$$\omega=\omega_0+\left(\frac{\partial\omega}{\partial a^2}\right)_0 a^2 \tag{5.4}$$

где

$$\omega_0=\frac{-2\Omega mr^2\alpha^2+\sqrt{4m^2\Omega^2r^4\alpha^4+4EIm\alpha^4(1+r^2\alpha^2)}}{2m(1+r^2\alpha^2)}$$

$$\left(\frac{\partial\omega}{\partial a^2}\right)_0=\frac{3\gamma EI\alpha^6}{8}\,\frac{1}{\sqrt{m^2\Omega^2r^4+EIm(1+r^2\alpha^2)}}$$

Как видно из (3.4), $(\partial\omega/\partial a^2)_0<0$ и $d^2\omega_0/dk^2>0$ для длинноволновых приближений $(r\alpha\ll 1)$

$$\omega_0=\Omega r^2\alpha^2(E_1-1), \quad E_1=\sqrt{1-\frac{EI}{\Omega^2mr^4}} \tag{5.5}$$

Таким образом, имеется продольная неустойчивость в адиабатическом приближении. Однако, если учесть (1.2), можно получить устойчивость для амплитуд

$$a^2<-\frac{\Omega r^2(E_1-1)}{2\left(\dfrac{\partial\omega}{\partial a^2}\right)_0}k^2$$

Приближенно $\left(\dfrac{\partial\omega}{\partial a^2}\right)_0=\dfrac{3\gamma EI\alpha^6}{8m\Omega r^2E_1}$ и для амплитуды получим

$$a^2<-\frac{4\Omega^2r^4(E_1-1)mE_1}{3\gamma EI\alpha^6}k^2 \tag{5.6}$$

Как видно из (5.6), для не слишком массивных валов и больших угловых скоростей допустимые амплитуды, при которых имеется устойчивость, невелики.

ՈՉ-ԳԾԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՏԱՐԱԾՄԱՆ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՄԻ ՔԱՆԻ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

Ա. Գ. ԲԱԳԴՈԵՎ, Լ. Ա. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ

Ա մ փ ո փ ու մ

Հետևյալ չորս խնդիրների համար ստացված են դիսպերսիոն հավասարումներ և քվազիմոնոքրոմատիկ ալիքների տարածման համար կայունության և անկայունության պայմանները։

1. Շրջանային գլանային թաղանթի,

2. Հեղուկ կիսատարածության վրա առաձգական սալի,

3. Եռաշերտ սալի,

4. Հաստատուն արագությամբ պտտվող լիսեռի։

Բոլոր դեպքերում էլ ընդունվում է նյութի ոչ-գծային առաձգականություն, իսկ առաջին խնդրում հաշվի են առնվում նաև մեծ տեղափոխությունները։

SOME PROBLEMS OF STABILITY OF PROPAGATION OF NONLINEAR WAVES

A. G. BAGDOEV, L. A. MOVSISIAN

S u m m a r y

The problems of stability of propagation of modulation of waves in cylindrical shells, in a plate on fluid, a sandwich plate and along a rotating shaft made from nonlinear elastic material are investigated.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977.
2. *Карпман В. И.* Нелинейные волны в диспергирующих средах. М.: Наука, 1973.
3. *Багдоев А. Г., Мовсисян Л. А.* Уравнение модуляции в нелинейных диспергирующих средах и их применение к волнам в тонких телах.— Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1980, т. 33, № 3.
4. *Каудерер Г.* Нелинейная механика. М.: ИЛ, 1961.
5. *Багдоев А. Г., Мовсисян Л. А.* Некоторые вопросы распространения квазимонохроматических нелинейных волн в пластинах и оболочках.— Тр. XII Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. Изд. ЕГУ, 1980, т. 1.
6. *Вольмир А. С.* Устойчивость деформированных систем. М.: Наука, 1967.
7. *Диментберг Ф. М.* Изгибные колебания вращающихся валов. М.: Изд. АН СССР, 1959.

Институт механики
АН Армянской ССР

Поступила в редакцию
19. IV. 1982