

ПЕРЕДАЧА НАГРУЗКИ ОТ КОЛЬЦЕОБРАЗНОГО СТРИНГЕРА
К УПРУГОЙ БЕСКОНЕЧНОЙ ПЛАСТИНЕ

МХИТАРЯН С. М., ТУМАНЯН Р. С.

Контактные задачи о передаче нагрузки от тонкостенных элементов в виде прямолинейных стрингеров к массивным деформируемым телам ввиду их практической важности стали предметом исследования многих авторов. Достаточно полный обзор основных работ и результатов этой области теории упругости содержится в [1]. Здесь укажем лишь на работы [2—10], примыкающие к приводимым ниже исследованиям.

Во всех этих работах для прямолинейного стрингера принимается модель одноосного напряженного состояния в сочетании с моделью контакта по линии, вследствие чего нормальные контактные напряжения по сравнению с тангенциальными пренебрегаются. Непосредственное перенесение этой модели на случай стрингеров с криволинейной, в частности, с круговой осью неприемлемо и противоречиво.

В настоящей работе рассматривается контактная задача о передаче нагрузки от криволинейного бруса (стрингера) с круговой осью малого поперечного сечения к упругой бесконечной пластине. При этом брус трактуется в рамках теории тонких оболочек [11—13].

На основе принятых предположений решение поставленной задачи сводится к решению сингулярного интегро-дифференциального уравнения с ядром Гильберта, совпадающего с уравнением периодической контактной задачи [4, 8]. При помощи аппарата многочленов Чебышева это уравнение в свою очередь сводится к эквивалентной регулярной бесконечной системе линейных уравнений.

Для основных механических характеристик задачи получены явные формулы и приведены числовые результаты.

1. *Постановка задачи и вывод разрешающих уравнений.* Пусть упругая бесконечная пластина высоты d_2 , модуль упругости которой E_2 , а коэффициент Пуассона ν_2 , на своей верхней грани усилена кольцеобразным стрингером с круговой осью радиуса R , имеющим высоту d , ширину h , угол раствора 2α ($0 < \alpha < \pi$), модуль упругости E_1 и коэффициент Пуассона ν_1 . Пусть, далее, стрингер на своей верхней грани загружен тангенциальными силами интенсивности $\tau_{\theta s}(0)$, сосредоточенными вдоль средней линии (дуги окружности) этой грани, а также сосредоточенными силами P_1 и P_2 , приложенными на его концах (фиг. 1). Будем считать, что $h, d \ll R$ ($h < d$). Требуется определить контактные напряжения в области соединения стрингера с пластиной.

Выведем разрешающее уравнение поставленной задачи.

С этой целью сначала обратимся к брусу. Его трактуем как тонкую цилиндрическую оболочку длины d , нагруженную по своим нижним и верхним граням, и, придерживаясь принятым в [11] обозначениям, положим

$$\alpha_1 = s, \quad \alpha_2 = z, \quad \alpha_3 = n, \quad A_1 = A_2 = 1, \quad R_1 = R, \quad R_2 = \infty, \quad s = R\theta$$

где (s, n, z) — известная ортогональная криволинейная система координат ([14], стр. 476). Далее, вследствие предположения $h, d \ll R$ примем простейшую модель для бруса, когда жесткостями бруса на изгиб в вертикальном (z) и радиальном (n) направлениях по сравнению с его жесткостью на растяжение в продольном направлении (s) можно пренебречь.

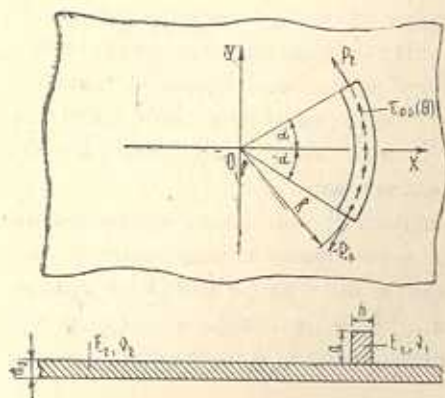
Тогда [11, 12] упругие соотношения сводятся к следующему:

$$T_1 = E_1 h \varepsilon_1 \quad (1.1)$$

а уравнения равновесия бруса — к следующим:

$$\frac{1}{R} \frac{dT_1}{d\theta} + \frac{\tau_{\alpha s}(\theta) - \bar{\tau}_s(\theta)}{d} = 0 \quad (1.2)$$

$$\bar{q}_s(\theta) = -\frac{d}{R} T_1(\theta)$$



Фиг. 1.

Здесь $T_1(\theta)$ и $\varepsilon_1(\theta)$ — осредненные по координате n , то есть по ширине бруса значения продольных (в направлении s) усилий и деформаций цилиндрической оболочки соответственно, а $\bar{\tau}_s(\theta)$ и $\bar{q}_s(\theta)$ — осредненные таким же образом значения неизвестных пока тангенциальных и радиальных контактных напряжений.

Интегрируя первое уравнение (1.2), получим

$$T_1(\theta) = \frac{R}{d} \int_{-\alpha}^{\theta} [\bar{\tau}_s(u) - \tau_{\alpha s}(u)] du + C$$

Теперь примем во внимание очевидные граничные условия

$$T_1(-\alpha) = \frac{P_1}{d}, \quad T_1(\alpha) = \frac{P_2}{d} \quad (1.3)$$

откуда непосредственно обнаружим, что $C = P_1/d$ и, следовательно,

$$T_1(\theta) = \frac{R}{d} \int_{-\alpha}^{\theta} [\bar{\tau}_s(u) - \tau_{\alpha s}(u)] du + \frac{P_1}{d} \quad (-\alpha \leq \theta \leq \alpha) \quad (1.4)$$

При этом второе граничное условие (1.3) эквивалентно, как покажем ниже, моментному условию равновесия кругового бруса

$$R \int_{-\alpha}^{\alpha} \bar{\tau}_s(u) du = P \quad (1.5)$$

где

$$P = P_2 - P_1 + T_0, \quad T_0 = R \int_{-\alpha}^{\alpha} \tau_{os}(u) du$$

Заметим, что второе уравнение (1.2) можно записать также в виде

$$\frac{d\bar{q}_s}{d\theta} = \tau_{os}(\theta) - \bar{\tau}_s(\theta) \quad (-\alpha < \theta < \alpha) \quad (1.6)$$

или, с учетом (1.4), в виде

$$\bar{q}_s(\theta) = -\frac{P_1}{R} - \int_{-\alpha}^{\theta} [\bar{\tau}_s(u) - \tau_{os}(u)] du \quad (-\alpha \leq \theta \leq \alpha) \quad (1.7)$$

Далее, из (1.1) и (1.4) для осевой деформации ε_1 бруса получим следующее выражение:

$$\varepsilon_1(\theta) = \frac{1}{A_S E_1} \left\{ P_1 + R \int_{-\alpha}^{\theta} [\bar{\tau}_s(u) - \tau_{os}(u)] du \right\} \quad (-\alpha < \theta < \alpha) \quad (1.8)$$

где $A_S = hd$ — площадь поперечного сечения бруса.

Теперь запишем уравнения равновесия кругового бруса как абсолютно жесткого тела. Они имеют вид

$$\begin{aligned} R \int_{-\alpha}^{\alpha} \{ \bar{q}_s(\theta) \cos \theta + [\tau_{os}(\theta) - \bar{\tau}_s(\theta)] \sin \theta \} d\theta &= -(P_1 + P_2) \sin \alpha \\ R \int_{-\alpha}^{\alpha} \{ \bar{q}_s(\theta) \sin \theta - [\tau_{os}(\theta) - \bar{\tau}_s(\theta)] \cos \theta \} d\theta &= (P_2 - P_1) \cos \alpha \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$R^2 \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{\tau_{os}(\theta) - \bar{\tau}_s(\theta)}{d} d\theta + R \frac{P_2}{d} - R \frac{P_1}{d} = 0$$

Интегрированием по частям и при помощи (1.6) можно показать, что первые два уравнения (1.9) удовлетворяются тождественно. Третье же уравнение (1.9), выражающее условие равенства нулю главного момента, как легко видеть, сводится к (1.5).

Таким образом, разрешающими уравнениями бруса будут уравнения (1.4)–(1.7). В эти уравнения в отличие от соответствующих уравнений для прямолинейных стрингеров помимо тангенциальных контактных на-

пряжений $\bar{\tau}_s(\theta)$ входят также поперечные, то есть радиальные контактные напряжения $\bar{q}_s(\theta)$, которыми нельзя пренебрегать.

Отметим, что при больших R , как вытекает из второго уравнения (1.2), можно считать $\bar{q}_s(\theta) \approx 0$.

Обратимся теперь к упругой бесконечной пластине.

Приняв во внимание (1.6), при помощи известных результатов из [15] после простых выкладок для деформации в окружном направлении $\varepsilon_0^{(2)}$ от сосредоточенных вдоль круговой дуги радиуса R и раствора 2α тангенциальных и радиальных сил интенсивностей $\bar{\tau}_s(\theta)$ и $\bar{q}_s(\theta)$ соответственно получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \varepsilon_0^{(2)} = & \frac{(1 + \nu_2)(3 - \nu_2)}{8\pi E_2 d_2} \int_{-\alpha}^{\alpha} \operatorname{ctg} \frac{u - \theta}{2} \bar{\tau}_s(u) du - \\ & - \frac{1 - \nu_2^2}{4\pi E_2 d_2} \left[\frac{\alpha}{R} (P_1 + P_2) - \int_{-\alpha}^{\alpha} u \bar{\tau}_s(u) du + \int_{-\alpha}^{\alpha} u \bar{q}_s(u) du \right] - \\ & - \frac{(1 + \nu_2)(3 - \nu_2)}{8\pi E_2 d_2} \left\{ \frac{1}{R} [P_1 \sin(\alpha + \theta) + P_2 \sin(\alpha - \theta)] + \right. \\ & \left. + \int_{-\alpha}^{\alpha} \sin(u - \theta) \bar{q}_s(u) du \right\} \end{aligned} \quad (1.10)$$

Далее запишем условие контакта в окружных деформациях

$$\varepsilon_0^{(2)} = \varepsilon_1(\theta) \quad (-\alpha < \theta < \alpha)$$

которое, конечно, неэквивалентно условию контакта в перемещениях и, тем самым, обуславливает приближенность постановки обсуждаемой задачи. Это условие с учетом (1.8) и (1.10) решение поставленной задачи окончательно сводит к решению следующего интегро-дифференциального уравнения:

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} \operatorname{ctg} \frac{u - \theta}{2} \varphi'(u) du = \lambda \varphi(\theta) + f(\theta) - \nu_0 C \quad (-\alpha < \theta < \alpha) \quad (1.11)$$

при граничных условиях

$$\varphi(-\alpha) = 0, \quad \varphi(\alpha) = 1 \quad (1.12)$$

вытекающих из (1.5).

Здесь введены обозначения

$$\lambda = \frac{8\pi R d_2 E_2}{(1 + \nu_2)(3 - \nu_2) h d E_1}, \quad \nu_0 = \frac{2(1 - \nu_2)}{3 - \nu_2}$$

$$\varphi(\theta) = \int_{-\alpha}^{\theta} \tau(u) du, \quad C = \int_{-\alpha}^{\alpha} u \tau(u) du$$

$$f(\theta) = \lambda \left[P_1 - \int_{-\alpha}^{\theta} \tau_0(u) du \right] + \gamma_0 \left[\alpha(P_1 + P_2) + \int_{-\alpha}^{\alpha} u \tau_0(u) du \right] +$$

$$+ P_1 \sin(\alpha + \theta) + P_2 \sin(\alpha - \theta) + \int_{-\alpha}^{\alpha} \sin(u - \theta) \tau_0(u) du \quad (1.13)$$

$$\tau(u) = \frac{R^-}{P} \tau_s(u), \quad \tau_0(u) = \frac{R}{P} \tau_{os}(u), \quad p_1 = \frac{P_1}{P}, \quad p_2 = \frac{P_2}{P}$$

При этом радиальные напряжения будут определяться по формуле

$$q(\theta) = -p_1 - \varphi(\theta) + \int_{-\alpha}^{\theta} \tau_0(u) du, \quad q(\theta) = \frac{R^-}{P} q_s(\theta) \quad (1.14)$$

Отметим, что интеграл в (1.11) следует понимать в смысле главного значения по Коши.

2. Сведение разрешающего интегро-дифференциального уравнения к бесконечной системе линейных уравнений. Решение уравнения (1.11) представим в виде

$$\tau(\theta) = \varphi'(\theta) = \frac{\sec \theta/2}{\sqrt{2(\cos \theta - \cos \alpha)}} \sum_{n=0}^{\infty} X_n T_n \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) \quad (2.1)$$

$$(-\alpha < \theta < \alpha)$$

где $T_n(x)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) — многочлены Чебышева первого рода. Отсюда после простых выкладок получим

$$\varphi(\theta) = \sec \frac{\alpha}{2} \left\{ X_0 \left[\pi - \arccos \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) \right] - \right.$$

$$\left. - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{X_n}{n} \sin \left[n \arccos \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) \right] \right\} \quad (-\alpha \leq \theta \leq \alpha) \quad (2.2)$$

притом для вычисления интегралов от многочленов Чебышева положено

$$\cos t = \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$$

Из граничных условий (1.12) непосредственно находим

$$X_0 = \frac{1}{\pi} \cos \frac{\alpha}{2}$$

Далее, следуя известной процедуре [6, 8], для определения неизвестных коэффициентов $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ получим следующую бесконечную систему уравнений:

$$X_m + \sum_{n=1}^{\infty} K_{m,n} X_n = f_m - \gamma_0 Ch_m \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (2.3)$$

где введены обозначения

$$K_{m,n} = \frac{1}{n} \frac{2\lambda}{\pi^2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \int_0^{\pi} \frac{\sin \varphi \sin m\varphi \sin n\varphi}{1 + \cos^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha/2} d\varphi \quad (m, n = 1, 2, \dots)$$

$$f_m = \frac{1}{2\pi^2 \operatorname{tg} \alpha/2} \int_{-\alpha}^{\alpha} f(\theta) \frac{\sqrt{2(\cos \theta - \cos \alpha)}}{\cos \theta/2} U_{m-1} \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) d\theta +$$

$$+ \frac{2\lambda}{\pi^2} X_0 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \int_0^{\pi} \frac{(\pi - \varphi) \sin \varphi \sin m\varphi}{1 + \cos^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha/2} d\varphi + g_m \quad (2.4)$$

$$h_m = \begin{cases} \frac{2}{\pi} (-1)^{k-1} \cos \frac{\alpha}{2} \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} \right)^{2k-1}, & m = 2k - 1 \\ 0, & m = 2k \end{cases} \quad (k = 1, 2, \dots)$$

$$g_m = \begin{cases} \frac{2}{\pi} (-1)^k \cos \frac{\alpha}{2} \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} \right)^{2k}, & m = 2k \\ 0, & m = 2k - 1 \end{cases} \quad (k = 1, 2, \dots)$$

Здесь $U_{m-1}(x)$ ($m = 1, 2, \dots$) — многочлены Чебышева второго рода.

3. *Исследование бесконечной системы линейных уравнений.* Покажем, что для любого значения физического параметра λ ($0 \leq \lambda < \infty$) бесконечная система уравнений (2.3) квазивполне регулярна. С этой целью оценим суммы

$$S_m = \sum_{n=1}^{\infty} |K_{m,n}| \quad (m = 1, 2, \dots)$$

Из (2.4) можем записать

$$K_{m,n} = \frac{1}{n} R_{m,n} \quad (m, n = 1, 2, \dots)$$

где

$$R_{m,n} = \frac{2\lambda}{\pi^2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \int_0^{\pi} \frac{\sin \varphi \sin m\varphi \sin n\varphi}{1 + \cos^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha/2} d\varphi$$

После простых преобразований получим

$$S_m \leq \frac{\lambda \operatorname{tg} \alpha/2}{2\pi^2} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|M_{m+n-1}|}{n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|M_{m-n+1}|}{n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|M_{m+n+1}|}{n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|M_{m-n-1}|}{n} \right]$$

Здесь

$$|M_p| = \int_0^{\pi} \frac{|\sin p\varphi|}{1 + \cos^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha/2} d\varphi \leq \frac{B}{|p|}; \quad B = \frac{2 + \pi \operatorname{tg}^2 \alpha/2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha/2}$$

Оценив каждую сумму в выражении S_m , окончательно будем иметь

$$\begin{aligned} S_m \leq & \frac{\lambda \operatorname{tg} \alpha/2}{2\pi^2} \left\{ \frac{B}{m-1} \left[c + \ln(m-1) + \frac{1}{2(m-1)} - \varkappa(m-1) \right] + B_m + \right. \\ & + B \left[\frac{1}{(m+1)^2} + \frac{3}{m+1} \left(c + \ln m + \frac{1}{2m} - \varkappa(m) \right) \right] + \\ & + \frac{B}{m+1} \left[c + \ln(m+1) + \frac{1}{2(m+1)} - \varkappa(m+1) + B'_m + \right. \\ & \left. \left. + \frac{B}{m-1} \left[3c + \ln(m-1)(m-2)^2 + \frac{1}{2(m-1)} - \varkappa(m-1) - 2\varkappa(m-2) \right] \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь c — постоянная Эйлера, а функция

$$\varkappa(m) = \sum_{k=2}^{\infty} \frac{A_k}{m(m+1)\dots(m+k-1)}$$

где

$$A_k = \frac{1}{k} \int_0^1 x(1-x)(2-x)\dots(k-1-x) dx \quad (k=2, 3, \dots)$$

$$B_m = \begin{cases} B\pi^2/6 & \text{при } m=1 \\ 0 & \text{при } m=2, 3, \dots \end{cases} \quad B'_m = \begin{cases} B\pi^2/6 & \text{при } m=1 \\ B & \text{при } m=2, 3, \dots \end{cases}$$

Отсюда видно, что, по крайней мере,

$$\varkappa(m) = O\left(\frac{1}{m}\right) \text{ при } m \rightarrow \infty$$

Из неравенства (3.1) следует, что

$$S_m = O\left(\frac{1}{m^{1-\varepsilon}}\right) \text{ при } m \rightarrow \infty$$

где ε — сколь угодно малое положительное фиксированное число. Полученное равенство показывает, что бесконечная система (2.3) при любом значении параметра λ ($0 \leq \lambda < \infty$) квазивполне регулярна.

Далее, можно показать, что бесконечная система (2.3) при определенных значениях параметра λ вполне регулярна. Условие полной регулярности имеет вид

$$\lambda < \sqrt{\frac{3\pi}{a} \operatorname{ctg} \frac{a}{2}}$$

Далее, можно показать, что свободные члены бесконечной системы (2.3) стремятся к нулю при $m \rightarrow \infty$ со скоростью не менее, чем $(m^{-1/2})$.

Займемся определением постоянной C . Пусть $\{X_m^{(f)}\}_{m=1}^{\infty}$ и $\{X_m^{(h)}\}_{m=1}^{\infty}$ будут решениями бесконечной системы (2.3) при правых частях, равных $\{f_m\}_{m=1}^{\infty}$ и $\{h_m\}_{m=1}^{\infty}$ соответственно. Тогда решение $\{X_m\}_{m=1}^{\infty}$ системы (2.3) будет даваться формулой

$$X_m = X_m^{(f)} - \nu_0 C X_m^{(h)} \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (3.2)$$

С другой стороны, из (1.13) и (2.1) получим

$$C = \frac{X_0 C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n X_n^{(f)}}{1 + \nu_0 \sum_{n=1}^{\infty} C_n X_n^{(h)}} \quad (3.3)$$

где

$$C_n = 2 \sec \frac{a}{2} \int_0^{\pi} \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \frac{a}{2} \cos \varphi \right) \cos n\varphi d\varphi \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (3.4)$$

Отметим, что исходя из (2.1), для коэффициентов интенсивностей тангенциальных контактных напряжений в концевых точках накладки получим

$$\begin{aligned} A_1 &= \lim_{\theta \rightarrow \pi} \sqrt{a - \theta} \tau(\theta) = \frac{1}{2} \sec^2 \frac{a}{2} \sqrt{\operatorname{ctg} \frac{a}{2}} \left(X_0 + \sum_{n=1}^{\infty} X_n \right) \\ A_2 &= \lim_{\theta \rightarrow \pi} \sqrt{a + \theta} \tau(\theta) = \frac{1}{2} \sec^2 \frac{a}{2} \sqrt{\operatorname{ctg} \frac{a}{2}} \left[X_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n X_n \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

4. Числовой пример. При числовых расчетах было положено $\tau_{0s}(\theta) \equiv 0$ и рассмотрены два случая нагружения стрингера. В первом случае (симметричное нагружение) $P_1 = P_2$, тогда $P = 0$ и в качестве P формально можно принять P_1 , что даст $p_1 = p_2 = 1$. Поскольку в разбираемом случае распределение $\tau(\theta)$ нечетное, то вместо (2.1) будем иметь

$$\tau(\theta) = \frac{\sec \theta/2}{\sqrt{2}(\cos \theta - \cos \alpha)} \sum_{n=1}^{\infty} X_{2n-1} T_{2n-1} \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{a}{2} \right) \quad (4.1)$$

$(-\alpha < \theta < \alpha)$

а вместо (1.14)

$$q(\theta) = -1 + \sec \frac{\alpha}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{X_{2n-1}}{2n-1} \sin \left[(2n-1) \arccos \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) \right] \quad (4.2)$$

$$(-\alpha \leq \theta \leq \alpha)$$

Соответствующая (2.3) бесконечная система имеет вид

$$X_{2m-1} + \sum_{n=1}^{\infty} K_{2m-1, 2n-1} X_{2n-1} = f_{2m-1} - \nu_0 C h_{2m-1} \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (4.3)$$

где

$$f_{2m-1} = (-1)^{m-1} \frac{1}{\pi} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} \right)^{2m-1} \left[2(\lambda + 2\alpha\nu_0) \sin \frac{\alpha}{2} + \right. \\ \left. + 2(2m-1) \sin^2 \alpha \right] \quad (m = 1, 2, \dots)$$

$$h_{2m-1} = (-1)^{m-1} \frac{2}{\pi} \cos \frac{\alpha}{2} \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} \right)^{2m-1}$$

а выражение $K_{2m-1, 2n-1}$ дается формулой (2.4). Отметим, что из (4.2)

$$q(\alpha) = -1$$

а из (3.3)

$$C = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} C_{2n-1} X_{2n-1}^{(f)}}{1 + \nu_0 \sum_{n=1}^{\infty} C_{2n-1} X_{2n-1}^{(h)}}$$

Численная реализация (4.1) — (4.3) была осуществлена при

$$\alpha = \frac{\pi}{8}, \quad \frac{\pi}{4}, \quad \frac{3\pi}{8}, \quad \frac{\pi}{2}, \quad \frac{3\pi}{4}$$

$$\lambda = 0; 2; 6; \quad \nu_2 = 0, 3$$

причем каждое значение λ сочеталось со всеми заданными значениями α . Сначала на ЭВМ «ЕС-1022» была решена соответствующая (4.3) укороченная система. Затем вычисления производились по формулам (4.1) и (4.2). Коэффициенты интенсивности A_1 и A_2 ($A_2 = -A_1$) считались по формуле (3.5). Значения $\tau(\theta)$ и $q(\theta)$, вычисленные с точностью до 10^{-4} , приведены на графиках (фиг. 2—4), а значения A_1 — в табл. 1.

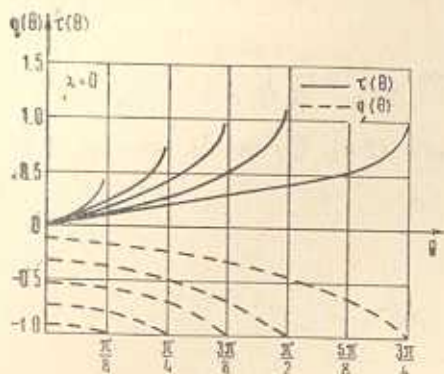
Анализ этих результатов показывает, что по мере возрастания размеров контактной зоны напряжения $\tau(\theta)$ и $q(\theta)$ (по абсолютной величине) заметно падают. Такую же закономерность можно обнаружить при возрастании λ , то есть при уменьшении жесткости системы стрингер-основание. Из табл. же 1 видно, что по мере возрастания α и λ коэффициент A_1 , вообще

говоря, заметно увеличивается. Последнее обстоятельство указывает на то, что при возрастании этих параметров нагрузка, в основном, поглощается в концевых зонах стрингера.

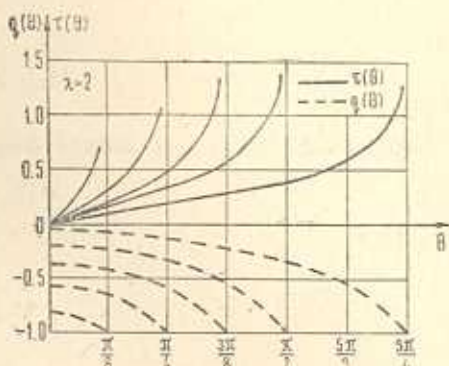
Таблица 1

$\alpha \backslash \lambda$	0,0	2,0	6,0
$\pi/8$	0,07952	0,20298	0,40701
$\pi/4$	0,18999	0,33055	0,54036
$3\pi/8$	0,26552	0,40041	0,59572
$\pi/2$	0,28523	0,41314	0,59863
$3\pi/4$	0,27247	0,39740	0,58322

Во втором случае (кососимметрическое нагружение) $P_2 = -P_1$. В этом случае $P = 2P_2$ и соответствующие (4.1) — (4.3) формулы будут



Фиг. 2.



Фиг. 3.

$$\tau(\theta) = \frac{\sec \theta/2}{\sqrt{2(\cos \theta - \cos \alpha)}} \left[\frac{1}{\pi} \cos \frac{\alpha}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} X_{2n} T_{2n} \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) \right] \quad (-\alpha < \theta < \alpha)$$

$$q(\theta) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sec \frac{\alpha}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{X_{2n}}{n} \sin \left[2n \arccos \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) \right] + \frac{1}{\pi} \arccos \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) \quad (-\alpha \leq \theta \leq \alpha) \quad (4.4)$$

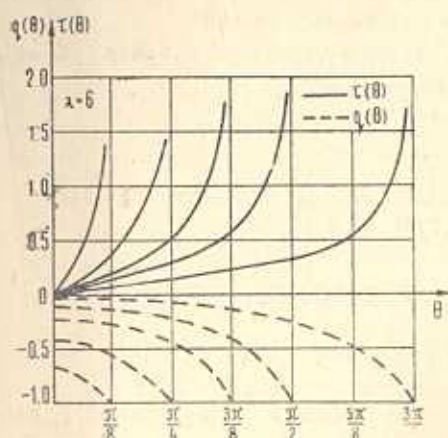
$$X_{2m} + \sum_{n=1}^{\infty} K_{2m, 2n} X_{2n} = f_{2m} \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (4.5)$$

где

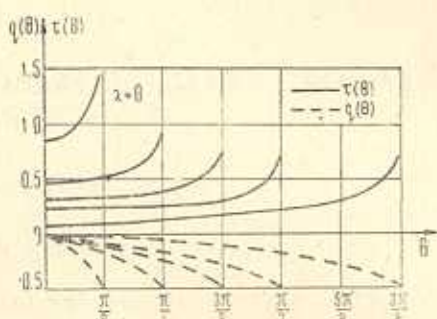
$$f_{2m} = (-1)^m \frac{1}{\pi} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} \right)^{2m} \left(m \sin 2\alpha + 2 \sin \frac{\alpha}{2} \right) \quad (m = 1, 2, \dots)$$

а $K_{2m, 2n}$, как ранее, дается формулой (2.4), причем $q(\alpha) = -1/2$.

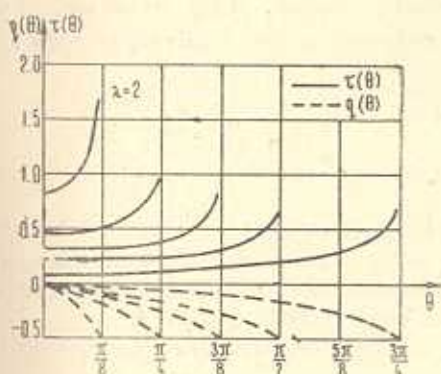
Ход изменения $\tau(\theta)$ и $q(\theta)$ при указанных выше значениях параметров α и λ показан на графиках (фиг. 5—7). Закономерности их изменения



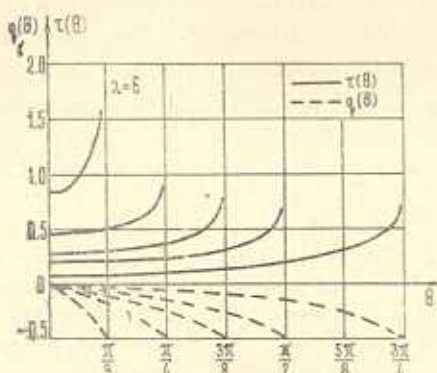
Фиг. 4.



Фиг. 5.



Фиг. 6.



Фиг. 7.

те же, что и в первом случае. Вдобавок здесь можно утверждать, что при $2\alpha < \pi/4$ напряжениями $q(\theta)$ (по абсолютной величине) можно пренебрегать по сравнению с $\tau(\theta)$.

**ՌԻԺԻ ՓՈԽԱՆՅՈՒՄԸ ՕՂԱԿԱՋԵՎ ՎԵՐԱԳԻՐԻՑ
ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ԱՆՎԵՐՁ ՍԱԼԻՆ**

Ս. Մ. ՄԻՔԱՐՅԱՆ, Ռ. Ս. ԹՈՒՄԱՆՅԱՆ

Ա մ փ ո փ ո մ

Աշխատանքում դիտարկվում է առաձգական անվերջ սալի համար հարթ կոնտակտային խնդիր, երբ վերջինս ուժեղացված է փոքր հաստություն ունեցող առաձգական շրջանային վերադիրով: