

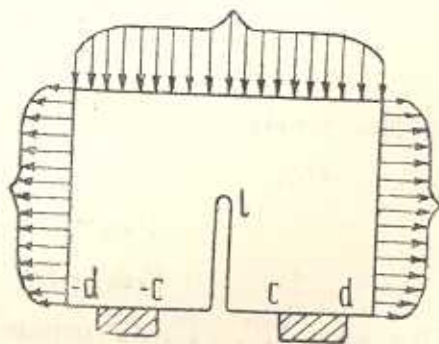
КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНИКА, ОСЛАБЛЕННОГО РАЗРЕЗОМ

ЕНГИБАРЯН А. А., МКРТЧЯН А. М.

Рассматривается плоская контактная задача для упругого однородного прямоугольника, лежащего на двух жестких опорах. Прямоугольник ослаблен разрезом, выходящим на свою границу со стороны опор. К прямоугольнику приложены нормальные нагрузки, прижимающие его к опорам, а также растягивающие нагрузки, приложенные перпендикулярно к разрезу. Задача решается методом Фурье и при помощи преобразования парных и сингулярных интегральных уравнений сводится к квазивполне регулярным системам бесконечных алгебраических уравнений. Коэффициенты этих систем представлены в удобном для вычислений виде. В формулах для напряжений выделены особенности. Приведены числовые примеры.

Контактные и смешанные задачи для прямоугольника рассмотрены авторами [1—8] и др. Наиболее близкими по методу решения к рассматриваемой здесь задаче являются работы [7, 8].

1. Упругий прямоугольник, занимающий область $-\pi \leq x \leq \pi$; $0 \leq y \leq b$ (фиг. 1), ослаблен прямолинейным разрезом длины l и на участках $(-d < x < -c)$, $(c < x < d)$ лежит на двух жестких гладких опорах. По всей границе прямоугольника вне опор заданы напряжения. Предполагается, что по всему контуру касательные напряжения отсутствуют. В силу симметрии задача решается для правой половины рассматриваемой области при граничных условиях



Фиг. 1.

$$\sigma_y(x, h) = f(x) = \frac{f_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} f_k \cos kx, \quad (0 \leq x \leq \pi)$$

$$\sigma_x(\pi, y) = t(y) = \frac{t_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} t_k \cos \beta_k y \quad (0 < y < b)$$

$$\tau_{xy}(0, y) = \tau_{xy}(\pi, y) = 0, \quad (0 < y < b)$$

$$\tau_{xy}(x, 0) = \tau_{xy}(x, b) = 0, \quad (0 < x < \pi)$$

(1.1)

$$\sigma_x(0, y) = 0, \quad (0 < y < l) \quad (1.2)$$

$$u(0, y) = 0, \quad (l \leq y \leq b)$$

$$\sigma_y(x, 0) = 0, \quad (0 < x < c), \quad (d < x < \pi) \quad (1.3a)$$

$$v(x, 0) = g(x), \quad (c \leq x \leq d) \quad (1.3b)$$

Вводится неизвестная функция $\sigma(x)$ — искомое контактное напряжение. Тогда условия (1.3a) и (1.3b) заменяются условием

$$\sigma_y(x, 0) = \begin{cases} \sigma(x) & (c < x < d) \\ 0 & (0 < x < c) \text{ и } (d < x < \pi) \end{cases} = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx \quad (1.3)$$

Функцию напряжений, удовлетворяющую бигармоническому уравнению, представим в виде [1]

$$\begin{aligned} \Phi(x, y) = & d_1 x^2 + d_2 y^2 + \sum_{k=1}^{\infty} [A_k^{(1)} \operatorname{ch} ky + B_k^{(1)} \operatorname{sh} ky + ky (C_k^{(1)} \operatorname{ch} ky + \\ & + D_k^{(1)} \operatorname{sh} ky)] \cos kx + \sum_{k=1}^{\infty} [A_k^{(2)} \operatorname{ch} \beta_k x + B_k^{(2)} \operatorname{sh} \beta_k x + \beta_k x (C_k^{(2)} \operatorname{ch} \beta_k x + \\ & + D_k^{(2)} \operatorname{sh} \beta_k x)] \cos \beta_k y \quad (1.4) \\ & \beta_k = \frac{k\pi}{b} \end{aligned}$$

Удовлетворяя условиям (1.1), (1.3), используя известные связи функции напряжений с напряжениями и перемещениями, для определения коэффициентов разложения (1.4) получим

$$\begin{aligned} 2d_2 = \frac{t_0}{2} = \frac{1}{b} \int_0^b t(y) dy, \quad 2d_1 = \frac{a_0}{2} = \frac{f_0}{2} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) dx \\ k^2 \operatorname{sh}^2 kb A_k^{(1)} = (kb + \operatorname{sh} kb \operatorname{ch} kb) Y_k^{(1)} - (\operatorname{sh} kh + kh \operatorname{ch} kh) X_k^{(1)} \\ \beta_k^2 \operatorname{sh}^2 \beta_k \pi A_k^{(2)} = (\beta_k \pi + \operatorname{sh} \beta_k \pi \operatorname{ch} \beta_k \pi) Y_k^{(2)} - (\operatorname{sh} \beta_k \pi + \beta_k \pi \operatorname{ch} \beta_k \pi) X_k^{(2)} \\ k^2 B_k^{(1)} = -k^2 C_k^{(1)} = -Y_k^{(1)}, \quad \beta_k^2 B_k^{(2)} = -\beta_k^2 C_k^{(2)} = -Y_k^{(2)} \quad (1.5) \\ k^2 \operatorname{sh} kb D_k^{(1)} = X_k^{(1)} - Y_k^{(1)} \operatorname{ch} kb \\ \beta_k^2 \operatorname{sh} \beta_k \pi D_k^{(2)} = X_k^{(2)} - Y_k^{(2)} \operatorname{ch} \beta_k \pi \end{aligned}$$

При этом $X_k^{(1)}$, $Y_k^{(1)}$, $X_k^{(2)}$ определяются из бесконечных систем

$$\begin{aligned} X_p^{(1)} (1 + M_p^{(1)}) - Y_p^{(1)} N_p^{(1)} &= \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k a_{pk}^{(1)} [(-1)^{p+1} X_k^{(2)} + Y_k^{(2)}] + f_p \\ Y_p^{(1)} (1 + M_p^{(1)}) - X_p^{(1)} N_p^{(1)} &= \sum_{k=1}^{\infty} a_{pk}^{(1)} [(-1)^p X_k^{(2)} - Y_k^{(2)}] - a_p \quad (1.6) \\ X_p^{(2)} (1 + M_p^{(2)}) - Y_p^{(2)} N_p^{(2)} &= \sum_{k=1}^{\infty} b_{pk}^{(1)} [(-1)^{p+1} X_k^{(1)} + Y_k^{(1)}] + t_p \end{aligned}$$

Здесь использованы обозначения

$$\begin{aligned}
 a_{\rho k}^{(1)} &= \frac{4\beta_k p^2}{\pi(p^2 + \beta_k^2)^2}; & b_{\rho k}^{(1)} &= \frac{4(-1)^k k \beta_p^2}{b(k^2 + \beta_p^2)^2} \\
 N_p^{(1)} &= \frac{pb \operatorname{ch} pb + \operatorname{sh} pb}{\operatorname{sh}^2 pb}, & N_p^{(2)} &= \frac{\beta_p \pi \operatorname{ch} \beta_p \pi + \operatorname{sh} \beta_p \pi}{\operatorname{sh}^2 \beta_p \pi} \\
 M_p^{(1)} &= \frac{pb + \operatorname{sh} pb \exp(-pb)}{\operatorname{sh}^2 pb}, & M_p^{(2)} &= \frac{\beta_p \pi + \operatorname{sh} \beta_p \pi \exp(-\beta_p \pi)}{\operatorname{sh}^2 \beta_p \pi}
 \end{aligned} \quad (1.7)$$

Условие (1.2) сводится к парному тригонометрическому уравнению

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^{\infty} [(1 + M_k^{(2)}) Y_k^{(2)} - N_k^{(2)} X_k^{(2)}] \cos \beta_k y = 2d_2 + \\
 & + \sum_{k=1}^{\infty} [X_k^{(1)} \varphi_k(y) - Y_k^{(1)} \varphi_k(b-y)] \quad (0 < y < a) \\
 & Eu_0 + \sum_{k=1}^{\infty} k^{-1} Y_k^{(2)} \cos \beta_k y = 0, \quad (a < y < \pi)
 \end{aligned} \quad (1.8)$$

где

$$\varphi_k(y) = \frac{1}{\operatorname{sh} kb} \left[\operatorname{ch} ky - \frac{kb \operatorname{ch} k(b-y)}{\operatorname{sh} kb} - k(b-y) \operatorname{sh} ky \right] \quad (1.9)$$

Решение уравнений (1.8), следуя [3, 4], сводится к системе алгебраических уравнений для определения $Y_k^{(2)}$

$$\begin{aligned}
 Y_k^{(2)} &= \sum_{p=1}^{\infty} [a_{\rho k}^{(2)} Y_p^{(2)} + b_{\rho k}^{(2)} X_p^{(2)} + C_{\rho k}^{(2)} X_p^{(1)} + C_{\rho k}^{(3)} Y_p^{(1)}] + 2d_2 z_k (\cos \gamma) \\
 \frac{EU_0}{2} + 4d_2 \ln \left(\cos \frac{\gamma}{2} \right) &= \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{\infty} p^{-1} [X_p^{(2)} N_p^{(2)} - Y_p^{(2)} M_p^{(2)}] Z_p (\cos \gamma) + \\
 + \frac{2b}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} p^{-1} \{ X_p^{(1)} [\bar{M}_i (\cos \gamma) - \bar{K}_i (\cos \gamma)] - Y_p^{(1)} [\bar{N}_i (\cos \gamma) - \bar{P}_i (\cos \gamma)] \}
 \end{aligned} \quad (1.11)$$

Здесь

$$\begin{aligned}
 a_{\rho k}^{(2)} &= -\frac{k}{2} M_p^{(2)} I_{\rho k}(\gamma), & b_{\rho k}^{(2)} &= \frac{k}{2} N_p^{(2)} I_{\rho k}(\gamma), & C_{\rho k}^{(2)} &= \frac{k}{2} K_{i:k}^{(2)}(\gamma) \\
 C_{\rho k}^{(3)} &= -\frac{k}{2} k_{i:k}^{(3)}(\gamma), & I_{\rho k}(\gamma) &= \int_0^{\gamma} y_k(\cos \theta) y_p(\cos \theta) \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} d\theta \\
 K_{i:k}^{(2)}(\gamma) &= \int_0^{\gamma} \bar{L}_i(d\theta) y_k(\cos \theta) \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} d\theta
 \end{aligned} \quad (1.12)$$

$$K_{\xi k}^{(3)}(\gamma) = \int_0^{\gamma} \bar{H}_{\xi}(\cos \theta) y_k(\cos \theta) \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} d\theta$$

$$\xi = p \frac{b}{\pi}; \quad \gamma = \frac{\pi}{b} l, \quad y_k(\cos \theta) = P_{k-1}(\cos \theta) + P_k(\cos \theta)$$

$$z_k(\cos \theta) = P_{k-1}(\cos \theta) - P_k(\cos \theta)$$

$P_k(\cos \theta)$ — полиномы Лежандра, а $\bar{L}_{\xi}(\cos \theta)$, $\bar{H}_{\xi}(\cos \theta)$ и другие специальные функции исследованы в [3, 4]. Они имеют следующие интегральные представления:

$$\begin{aligned} \bar{L}_{\xi}(\cos \theta) &= \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \int_0^{\theta} \frac{\varphi_{\xi}(x) \cos(x/2) dx}{\sqrt{\cos x - \cos \theta}} \\ \bar{H}_{\xi}(\cos \theta) &= \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \int_0^{\theta} \frac{\varphi_{\xi}(\pi - x) \cos(x/2) dx}{\sqrt{\cos x - \cos \theta}} \\ \bar{M}_{\xi}(\cos \theta) &= \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \int_0^{\theta} \frac{\psi_{\xi}(x) \sin(x/2) dx}{\sqrt{\cos x - \cos \theta}} \\ \bar{K}_{\xi}(\cos \theta) &= \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \int_0^{\theta} \frac{\operatorname{sh} \xi x \sin(x/2) dx}{\sqrt{\cos x - \cos \theta}} \\ \bar{N}_{\xi}(\cos \theta) &= \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \int_0^{\theta} \frac{\psi_{\xi}(\pi - x) \sin(x/2) dx}{\sqrt{\cos x - \cos \theta}} \\ \bar{P}_{\xi}(\cos \theta) &= \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \int_0^{\theta} \frac{\sin \xi(\pi - x) \sin(x/2) dx}{\sqrt{\cos x - \cos \theta}} \\ \psi_{\xi}(x) &= \frac{1}{\operatorname{sh} \xi \pi} \left[\operatorname{sh} \xi x + \frac{\xi \pi \operatorname{sh} \xi(\pi - x)}{\operatorname{sh} \xi \pi} - \xi(\pi - x) \operatorname{ch} \xi x \right] \end{aligned} \quad (1.13)$$

Полученные бесконечные системы (1.6) и (1.11) аналогичны по структуре системам, исследованным в работах [3, 4], где, исходя из асимптотических поведений при больших ξ функций (1.13) и полиномов Лежандра, показана квазивполне регулярность совокупности бесконечных систем при свободных членах, стремящихся к нулю.

Вторая система (1.6) в качестве свободного члена содержит коэффициенты Фурье a_k пока еще неизвестной функции $\sigma(x)$.

Для определения $\sigma(x)$ удовлетворим условию (1.36).

$$v(x, 0) = g(x); \quad (c < x < d) \quad (1.14)$$

Подставляя (1.5) и (1.6) в выражение $\varphi(x, 0)$, после преобразований получим следующее сингулярное уравнение:

$$\frac{2 \sin x}{\pi} \int_c^d \frac{\varphi(y) dy}{\cos y - \cos x} = E g'(x) + \theta'(x), \quad (c < x < d) \quad (1.15)$$

где

$$\theta(x) = -2 \sum_{k=1}^{\infty} (\alpha_k + Y_k^{(1)}) \frac{\cos kx}{k} \quad (1.16)$$

Решение уравнения (1.15) при помощи формул обращения [9] приводится к виду

$$\varphi(y) = \frac{\sin y}{V(\cos y - \cos d)(\cos c - \cos y)} \times \\ \times \left\{ -\frac{1}{2\pi} \int_c^d \frac{V(\cos c - \cos t)(\cos t - \cos d)}{\cos t - \cos y} [E g'(t) + \theta'(t)] dt + A_0 \right\} \quad (1.17)$$

Из (1.3) следует, что

$$\alpha_k = \frac{2}{\pi} \int_c^d \varphi(x) \cos kx dx, \quad \frac{\alpha_0}{2} = A_0 = \frac{1}{\pi} \int_c^d \varphi(x) dx \quad (1.18)$$

Подставляя (1.17) в (1.18), с учетом (1.16) получим бесконечную систему для определения α_k

$$\alpha_k = \sum_{p=1}^{\infty} (Y_p^{(1)} + \alpha_p) A_{pk} + 2A_0 \Gamma_k + G_k \quad (1.19)$$

где

$$A_{pk} = \frac{2}{\pi^2} \int_{\beta}^{\alpha} V(\alpha - t)(t - \beta) \frac{\sin(p \arccos t)}{\sin(\arccos t)} J_k(t) dt \\ J_k(t) = \int_{\beta}^{\alpha} \frac{[\cos(k \arccos v) - \cos(k \arccos t)] dv}{V(\alpha - v)(v - \beta)(v - t)} \\ G_k = \frac{E}{\pi^2} \int_{\beta}^{\alpha} \frac{V(\alpha - t)(t - \beta) g'(\arccos t) J_k(t) dt}{\sin(\arccos t)} \\ \Gamma_k = \frac{1}{\pi} \int_{\beta}^{\alpha} \frac{\cos(k \arccos v) dv}{V(\alpha - v)(v - \beta)}, \quad \alpha = \cos c, \quad \beta = \cos d \quad (1.20)$$

Система (1.19) квазивполне регулярна, так как

$$\sum_{p=1}^{\infty} |A_{pk}|, \quad \Gamma_k, \quad G_k$$

при возрастании номера k стремятся к нулю, как $k^{-1,2}$. Следовательно, совокупность бесконечных систем квазивполне регулярна.

Коэффициенты бесконечных систем (1.6) вычисляются элементарно, а коэффициенты системы (1.10) представляют собой интегралы Ломеля [4] от специальных функций, причем эти функции вычисляются по рекуррентным соотношениям или из быстро сходящихся рядов.

Для вычисления интегралов, входящих в (1.19), удобно представить полиномы Чебышева $\cos(n \arccos x)$ и $\frac{\sin(n \arccos x)}{\sin(\arccos x)}$ в следующем виде [10]:

$$\begin{aligned} \cos(n \arccos x) &= \cos \frac{n}{2} \pi F\left(-\frac{n}{2}, \frac{n}{2}, \frac{1}{2}, x^2\right) + \\ &+ xn \sin \frac{n}{2} \pi F\left(-\frac{n-1}{2}, \frac{n+1}{2}, \frac{3}{2}, x^2\right) \end{aligned} \quad (1.21)$$

и пользоваться значениями интегралов

$$\begin{aligned} \int_{\beta}^{\alpha} (x-\beta)^{\theta-1} (x-\alpha)^{\lambda-1} x^m dx &= (x-\beta)^{\theta+\lambda-1} B(\theta, \lambda) \beta^m \times \\ &\times F\left(-m, \theta, \theta+\lambda, \frac{x-\beta}{\beta}\right) \end{aligned} \quad (1.22)$$

В нашем случае $\alpha, \beta, \theta, \lambda$ — вещественные параметры

$$-1 < \alpha, \beta < 1; \quad \theta, \lambda = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Таким образом, вычисление A_{pk} и Γ_k приводится к вычислению конечных сумм от полиномов вида (1.22). Например,

$$\Gamma_{2k} = (-1)^k \sum_{m=0}^k \frac{(-k)_m (k)_m}{m! (1/2)_m} \beta^{2m} F\left(-2m, \frac{1}{2}, 1, \frac{\alpha-\beta}{\beta}\right) \quad (1.23)$$

Контактные напряжения представлены в виде выражений (1.17) с выделенными особенностями (1.17). Нормальное напряжение на линии $x=0$ вне разреза преобразуется к виду

$$\sigma_x(0, \gamma) = \frac{\sqrt{2} R \sin \gamma/2}{2 \sqrt{\cos \gamma_1 - \cos \gamma}} + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \Phi(\gamma), \quad (\gamma_1 < \gamma < \pi) \quad (1.24)$$

где

$$\begin{aligned}
R &= 4d_0 + \sum_{\rho=1}^{\infty} \{ [N_{\rho}^{(2)} X_{\rho}^{(2)} - M_{\rho}^{(2)} Y_{\rho}^{(2)}] y_{\rho} (\cos \eta_1) + \\
&\quad + X_{\rho}^{(1)} \bar{L}_{\rho} (\cos \eta_1) - Y_{\rho}^{(1)} \bar{H}_{\rho} (\cos \eta_1) \} \\
\Phi(\eta) &= \sum_{\rho=1}^{\infty} \int_{\eta_1}^{\eta} \{ p [M_{\rho}^{(2)} Y_{\rho}^{(2)} - N_{\rho}^{(2)} X_{\rho}^{(2)}] z_{\rho} (\cos \theta) + \\
&\quad + \xi [\bar{M}_{\rho} (\cos \theta) + \bar{K}_{\rho} (\cos \theta)] X_{\rho}^{(1)} - \xi [\bar{N}_{\rho} (\cos \theta) + \\
&\quad + \bar{P}_{\rho} (\cos \theta)] Y_{\rho}^{(1)} \} \frac{\operatorname{ctg}(\theta/2) d\theta}{\sqrt{\cos \theta - \cos \eta}} \\
\eta &= \frac{\pi y}{b}
\end{aligned} \tag{1.25}$$

В качестве числового примера вычислен R -коэффициент при особенности у конца трещины для одного случая геометрических параметров рассматриваемой области, то есть

$$g(x) = 0, \quad b = \pi, \quad l = \frac{\pi}{2}, \quad c = \frac{\pi}{2}, \quad d = \frac{2\pi}{3}$$

и пяти случаев приложения нагрузки:

1. На прямоугольник действует нормальная сжимающая нагрузка постоянной интенсивности p_2 на участке $-a < x < a$.

2. На участках $-l < x < -b_1$ и $b_1 < x < l$ действует нагрузка $\sigma_y = -p_2$.

3. На участках $-b_1 < x < -a_1$ и $a_1 < x < b_1$ действует нагрузка $\sigma_y = -p_2$.

4. Прямоугольник растягивается постоянной нагрузкой $\sigma_x = Q_2$, приложенной на участке $0 < y < l_1$.

5. На участке $l_2 < y < b$ действует нагрузка $\sigma_x = Q_2$.

Значение R для каждого случая в зависимости от длины участка приложения нагрузки приведено в табл. 1—5.

Случай одновременного действия прижимающих и растягивающих сил получается простым наложением. Соответствующим выбором интенсивностей и местом приложения нагрузок можно получить растягивающее или сжимающее напряжение у корня разреза.

Например, как видно из табл. 1, в случае прижимающей нагрузки $-p_2$ у корня разреза получаются растягивающие напряжения $R > 0$ при $\pi/8 \leq a \leq 5\pi/6$. При сжимающих нагрузках $Q_2 < 0$, действующих на боковой поверхности $|x| = \pi$, $R < 0$ (табл. 3). При одновременном их действии суммарный коэффициент R при любом $|Q_2| = |p_2|$ отрицателен. При различных p_2 и Q_2 возможно как растяжение, так и сжатие.

$$\begin{aligned}
\text{Когда} \quad \alpha = \frac{2\pi}{3}, \quad l = \frac{2\pi}{3}, \quad R > 0 \text{ при } p_2 > 2,4 Q_2 \\
R = 0 \text{ при } p_2 = 2,4 Q_2 \\
R < 0 \text{ при } p_2 < 2,4 Q_2
\end{aligned}$$

Таблица 1

α	R/P_0	P_0
$\pi/8$	3,5105	$P_2/8$
$\pi/4$	3,0879	$P_2/4$
$\pi/2$	1,9770	$P_2/2$
$2\pi/3$	1,2039	$2P_2/3$
$5\pi/6$	0,4974	$5P_2/6$
π	-0,0356	P_2

Таблица 2

b_1	R/P_0	P_0
$\pi/8$	-0,5434	$7P_3/8$
$\pi/4$	-1,0783	$3P_3/4$
$\pi/2$	-2,0482	$P_3/2$
$2\pi/3$	-2,5146	$P_3/3$
$5\pi/6$	-2,7001	$P_3/6$

Таблица 3

l_1	R/Q_0	Q_0
$\pi/8$	3,6053	$Q_2/8$
$\pi/4$	3,5169	$Q_2/4$
$\pi/2$	3,1929	$Q_2/2$
$2\pi/3$	2,9097	$2Q_2/3$
$5\pi/6$	2,6192	$5Q_2/6$
π	2,3659	Q_2

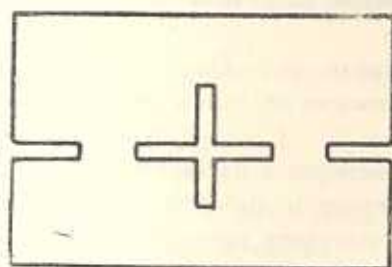
Таблица 4

l_1	R/Q_0	Q_0
$\pi/8$	2,1888	$7Q_3/8$
$\pi/4$	1,9822	$3Q_3/4$
$\pi/2$	1,5384	$Q_3/2$
$2\pi/3$	1,2784	$Q_3/3$
$5\pi/6$	1,0990	$Q_3/6$

Таблица 5

α_1	b_1	R/P_0	P_0
$\pi/8$	$\pi/4$	2,6559	$P_4/8$
	$\pi/2$	1,4630	$3P_4/8$
	$2\pi/3$	0,6674	$13P_4/24$
	$5\pi/6$	-0,3500	$17P_4/24$
$\pi/4$	$\pi/2$	0,8657	$P_4/4$
	$2\pi/3$	0,0735	$5P_4/12$
	$5\pi/6$	-0,6179	$7P_4/12$
$\pi/2$	$2\pi/3$	-1,1154	$P_4/6$
	$5\pi/6$	-1,6677	$P_4/3$
$2\pi/3$	$5\pi/6$	-2,3317	$P_4/6$

В случае, когда сжимающие напряжения приложены по краям горизонтальной кромки, $R < 0$ (табл. 2). Складывая это значение R со значением R для случая растяжения по боковым краям (табл. 4), заметим, что когда $\pi/8 < l_1 < 5\pi/6$ и $p_1 = Q_3$,



Фиг. 2.

$$R > 0 \text{ при } b_1 = \frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{4}$$

$$R < 0 \text{ при } b_1 = \frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}$$

При различных p_3 и Q_3 нетрудно установить соответствующее соотношение p_3/Q_3 , при котором $R = 0$.

При численных расчетах в бесконечных системах сохранено пятнадцать неизвестных.

Отметим, что при $g(x) = 0$ получаем решение задачи для прямоугольника, ослабленного внутренним крестообразным и двумя выходящими на кромки разрезами (фиг. 2).

По-видимому, такая задача рассматривается впервые.

При частных значениях геометрических параметров $c = 0$ и $s = 0$, $d = \pi$ получаются решения задач, ранее рассмотренных в работах [7, 8].

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Դիտարկվում է երկու կոշտ հիմքերի վրա դրված առաձգական ուղղանկյան համար հարթ կոնտակտային խնդիր:

Ուղղանկյունն ունի ներքին կողմի վրա կարվածք և բեռնավորված է նորմալ ուժերով:

Հույզ և սինգուլյար հավասարումների օգտագործմամբ խնդիրը բերվում է գծային հանրահաշվական հավասարումների քվադրիտիկն սեգուլյար համակարգի:

Դիտարկված է թվային օրինակ:

CONTACT PROBLEM OF A RECTANGLE WEAKENED WITH SLIT

A. A. ENGIBARIAN, A. M. MKRTCHIAN

S u m m a r y

The plane contact problem for an elastic rectangle laying on two rigid supports is considered. The rectangle has a slit on the supporting edge. Given normal loads act on the rectangle.

By means of transformation of dual and singular equations the problem is reduced to quasi quite regular infinite systems of linear equations. Numerical example are presented.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамян Б. А. К плоской задаче теории упругости для прямоугольника.— ПММ, 1957, т. 21, вып. 1.
2. Чобанян К. С., Галфакян П. О. Решение одной контактной задачи для упругого прямоугольника.— ПММ, 1966, т. 30, вып. 3.
3. Баблоян А. А., Гулкянц Н. О. Об одной смешанной задаче для прямоугольника.— Изв. АН АрмССР, Механика, 1969, т. 22, № 1.
4. Баблоян А. А., Мкртчян А. М. Смешанная задача для прямоугольника.— Изв. АН АрмССР, Механика, 1972, т. 25, № 2.
5. Бози О., Нил Д. Растяжение прямоугольной пластинки с трещиной на кромке.— ПМ, 1965, т. 32, № 3.
6. Нахмейн Е. А., Нуллер Б. М. Об одном методе решения задач теории упругости для полосы, полуплоскости и плоскости, ослабленных периодической системой щелей.— Изв. ВНИИГ, 1975, т. 107.
7. Баблоян А. А., Мкртчян А. М. Равновесие прямоугольника, ослабленного крестообразными разрезами.— Изв. АН АрмССР, Механика, 1974, т. 27, № 4.
8. Енибарян А. А., Мкртчян А. М. Некоторые плоские смешанные задачи для прямоугольников с трещинами и со штампами.— Изв. АН АрмССР, Механика, 1979, т. 32, № 4.
9. Гихов Д. Ф. Краевые задачи. М.: Физматгиз, 1963.
10. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1962.