

КОНТАКТНАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОРТОТРОПНОГО БЕСКОНЕЧНОГО ЦИЛИНДРА

ВАТУЛЯН А. О., ОВСЕПЯН В. В., ПРЯХИНА О. Д.

В настоящее время хорошо изучены динамические контактные задачи для изотропных полуграниченных тел типа слоя и бесконечного цилиндра [2—4]. Подобные задачи для анизотропных тел практически не исследованы.

В данной работе изучена динамическая контактная задача для бесконечного анизотропного цилиндра.

1. Рассматривается осесимметричная задача о колебаниях ортотропного неограниченного цилиндра радиуса d под действием колеблющегося штампа ширины $2l$, жестко сцепленного с цилиндром.

Полагая в этом случае, что $U_\theta = 0$ и U_r, U_z не зависят от θ , из общих определяющих соотношений для ортотропного материала [1] получим

$$\begin{aligned} \sigma_r &= A_{11}\varepsilon_r + A_{12}\varepsilon_\theta + A_{13}\varepsilon_z \\ \sigma_\theta &= A_{12}\varepsilon_r + A_{22}\varepsilon_\theta + A_{23}\varepsilon_z \\ \sigma_z &= A_{13}\varepsilon_r + A_{23}\varepsilon_\theta + A_{33}\varepsilon_z \\ \tau_{rz} &= A_{35}\gamma_{rz} \\ \tau_{\theta z} &= \tau_{z\theta} = 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \gamma_{rz} &= \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z}, \quad \gamma_{\theta z} = \gamma_{z\theta} = 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

где A_{ij} — упругие постоянные материала.

Граничные условия зададим в форме

$$\begin{aligned} \tau_{rz} = \sigma_r = 0 \quad |z| > l \\ r = d \quad u_r = f_1(z) e^{-i\omega t} \\ u_z = f_2(z) e^{-i\omega t} \quad |z| \leq l \end{aligned} \quad (1.3)$$

Будем искать установившийся режим колебаний и перемещения представим в виде:

$$\begin{aligned} u_r &= u_r^0(r, z) \exp(-i\omega t) \\ u_z &= u_z^0(r, z) \exp(-i\omega t) \end{aligned} \quad (1.4)$$

Подставляя соотношения (1.1) и (1.2) в уравнения движения в напряжениях в цилиндрической системе координат и учитывая (1.4), получим уравнения движения для амплитуд перемещений u_r^0, u_z^0

$$\begin{aligned} &A_{11} \frac{\partial^2 u_r^0}{\partial r^2} + A_{11} \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^0}{\partial r} - A_{22} \frac{1}{r^2} u_r^0 + (A_{13} + A_{55}) \times \\ &\times \frac{\partial^2 u_z^0}{\partial r \partial z} + A_{55} \frac{\partial^2 u_r^0}{\partial z^2} + (A_{13} - A_{23}) \frac{1}{r} \frac{\partial u_z^0}{\partial z} = -\rho \omega^2 u_r^0 \\ &A_{55} \frac{\partial^2 u_z^0}{\partial r^2} + A_{55} \frac{1}{r} \frac{\partial u_z^0}{\partial r} + (A_{13} + A_{55}) \frac{\partial^2 u_r^0}{\partial r \partial z} + \\ &+ (A_{23} + A_{55}) \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^0}{\partial z} + A_{33} \frac{\partial^2 u_z^0}{\partial z^2} = -\rho \omega^2 u_z^0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

Замыкают постановку задачи об установившихся колебаниях условия излучения на бесконечности. При их выводе используется принцип предельного поглощения [2], для чего в (1.5) достаточно положить $\omega^2 = \omega_0^2$, $\omega_0^2 = \omega^2 + i\omega\varepsilon$, построить решение задачи, убывающее на бесконечности и в полученном решении осуществить равномерный предельный переход при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Сведем решение поставленной краевой задачи к системе интегральных уравнений.

Для этого рассмотрим вспомогательную задачу, которая описывается уравнением (1.5) и граничными условиями вида

$$\begin{aligned} r = d \quad \begin{cases} \dot{u}_r^0 = \dot{u}_r^*(z) \\ \dot{u}_{rz}^0 = \dot{u}_{rz}^*(z) \end{cases} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Для решения вспомогательной задачи применим интегральное преобразование Фурье по z к уравнениям (1.5) и к граничным условиям (1.6)

$$\begin{aligned} &A_{11} \frac{d^2 \bar{u}_r}{dr^2} + A_{11} \frac{1}{r} \frac{d\bar{u}_r}{dr} - A_{22} \frac{1}{r^2} \bar{u}_r - i\alpha (A_{13} + A_{55}) \times \\ &\times \frac{d\bar{u}_z}{dr} - \alpha^2 A_{55} \bar{u}_r - i\alpha (A_{13} - A_{23}) \frac{1}{r} \bar{u}_z + \rho \omega^2 \bar{u}_r = 0 \\ &A_{55} \frac{d^2 \bar{u}_z}{dr^2} + A_{55} \frac{1}{r} \frac{d\bar{u}_z}{dr} - i\alpha (A_{13} + A_{55}) \frac{d\bar{u}_r}{dr} - \\ &- i\alpha (A_{23} + A_{55}) \frac{1}{r} \bar{u}_r - \alpha^2 A_{33} \bar{u}_z + \rho \omega^2 \bar{u}_z = 0 \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$A_{11} \frac{d\bar{u}_r}{dr} + A_{12} \frac{1}{r} \bar{u}_r - i\alpha A_{13} \bar{u}_z \Big|_{r=d} = \bar{\sigma}_r^*$$

$$A_{35} \left(\frac{d\bar{u}_z}{dr} - i\alpha \bar{u}_r \right) \Big|_{r=d} = \bar{\tau}_{rz}^*$$
(1.8)

где \bar{u}_r , \bar{u}_z — преобразования Фурье соответственно u_r^0 , u_z^0 .

2. Соотношения (1.1) необходимо дополнить условиями, вытекающими из того, что цилиндр сплошной [1], то есть

$$A_{11} = A_{22}, \quad A_{13} = A_{23}$$

после чего соответствующая краевая задача примет вид (2.1), (2.2)

$$A_{11} \left(\frac{d^2 \bar{u}_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\bar{u}_r}{dr} - \frac{\bar{u}_r}{r^2} \right) + (\rho \omega^2 - A_{35} \alpha^2) \bar{u}_r - i\alpha (A_{13} + A_{55}) \frac{d\bar{u}_z}{dr} = 0$$
(2.1)

$$A_{55} \left(\frac{d^2 \bar{u}_z}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\bar{u}_z}{dr} \right) + (\rho \omega^2 - A_{33} \alpha^2) \bar{u}_z - i\alpha (A_{13} + A_{55}) \left(\frac{d\bar{u}_r}{dr} + \frac{\bar{u}_r}{r} \right) = 0$$

$$A_{11} \frac{d\bar{u}_r}{dr} + A_{12} \frac{1}{r} \bar{u}_r - i\alpha A_{13} \bar{u}_z \Big|_{r=d} = \bar{\sigma}_r^*$$
(2.2)

$$A_{55} \left(\frac{d\bar{u}_z}{dr} - i\alpha \bar{u}_r \right) \Big|_{r=d} = \bar{\tau}_{rz}^*$$

Решив эту задачу и применяя обратное преобразование Фурье, получим окончательный вид для перемещений u_r^0 и u_z^0 при $r = d$

$$u_r^0 = \frac{\gamma_2 + \gamma_3}{A_{33} \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (K_{11} \bar{\sigma}_r^* + iK_{12} \bar{\tau}_{rz}^*) \exp(-iux) du$$
(2.3)

$$u_z^0 = \frac{\gamma_2 + \gamma_3}{A_{33} \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (iK_{21} \bar{\sigma}_r^* + K_{22} \bar{\tau}_{rz}^*) \exp(-iux) du$$

причем

$$K_{11} = \gamma_1 \gamma_2 J_1(\sigma_1) J_1(\sigma_2) \sigma_1 \sigma_2 (\sigma_2^2 - \sigma_1^2) K_0^{-1}$$

$$K_{12} = -K_{21} = \{ \sigma_1 J_0(\sigma_2) J_1(\sigma_1) [\gamma_1 \gamma_2 \sigma_2^2 + \gamma_3 (x^2 - \gamma_2 u^2)] - \sigma_2 J_0(\sigma_1) J_1(\sigma_2) [\gamma_1 \gamma_2 \sigma_1^2 + \gamma_3 (x^2 - \gamma_2 u^2)] \} u K_0^{-1}$$

$$K_{22} = [\sigma_2 J_1(\sigma_2) J_0(\sigma_1) (\gamma_4 - \gamma_1) (\gamma_1 \sigma_1^2 - x^2 + \gamma_2 u^2) - \sigma_1 J_1(\sigma_1) J_0(\sigma_2) \times$$

$$\times (\gamma_4 - \gamma_1) (\gamma_1 \sigma_2^2 - x^2 + \gamma_2 u^2) - \gamma_1 (\gamma_2 u^2 - x^2) J_0(\sigma_1) J_0(\sigma_2) (\sigma_1^2 - \sigma_2^2)] K_0^{-1}$$

$$K_0 = \sigma_2 J_0(\sigma_1) J_1(\sigma_2) [\gamma_1 \gamma_2 \sigma_1^2 + \gamma_3 (x^2 - \gamma_2 u^2)] [\gamma_1 \gamma_2 \sigma_2^2 - \gamma_2 (x^2 + \gamma_3 u^2)] -$$

$$- \sigma_1 J_0(\sigma_2) J_1(\sigma_1) [\gamma_1 \gamma_2 \sigma_2^2 + \gamma_3 (x^2 - \gamma_2 u^2)] [\gamma_1 \gamma_2 \sigma_1^2 - \gamma_2 (x^2 + \gamma_3 u^2)] +$$

$$+ \gamma_1 \gamma_2 (\gamma_4 - \gamma_1) (\gamma_2 + \gamma_3) J_1(\sigma_1) J_1(\sigma_2) \sigma_1 \sigma_2 (\sigma_2^2 - \sigma_1^2)$$
(2.4)

Здесь $J_k(t)$ — функции Бесселя первого рода и введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 &= \gamma_1^2 d^2, & \sigma_2^2 &= \gamma_2^2 d^2, & u^2 &= z^2 d^2 \\ x^2 &= \frac{\rho_{13}^2 d^2}{A_{23}}, & \gamma_1 &= \frac{A_{11}}{A_{23}}, & \gamma_2 &= \frac{A_{33}}{A_{23}} \\ \gamma_3 &= \frac{A_{12}}{A_{23}}, & \gamma_4 &= \frac{A_{12}}{A_{23}}, & x &= \frac{z}{d} \end{aligned} \quad (2.5)$$

а σ_k ($k=1, 2$), ($\text{Im } \sigma_k > 0$) есть корни следующего характеристического уравнения

$$\gamma_1 \gamma_3 \sigma^4 - [(\gamma_1 + \gamma_2) x^2 + (\gamma_2 + 2\gamma_2 \gamma_3 - \gamma_{11}) u^2] \sigma^2 + (x^2 - \gamma_2 u^2)(x^2 - u^2) = 0 \quad (2.6)$$

Если $d \gg 1$, то уравнение $K_0 = 0$ вырождается в уравнение Рэлея для анизотропного полупространства (при $\sigma_1^2, \sigma_2^2 < 0$).

Используя представление (2.3) и учитывая принцип предельного поглощения, получим систему интегральных уравнений первого рода с разностными ядрами относительно неизвестных контактных напряжений следующего вида:

$$\int_{-a}^a \underline{k}(\xi - x) \underline{q}(\xi) d\xi = 2\pi \underline{f}(x) \quad |x| \leq a \quad (2.7)$$

$$\underline{k}(t) = \int_{\sigma}^{\sigma} \underline{K}(u) \exp(iut) du \quad (2.8)$$

где

$$\begin{aligned} \underline{K} &= \begin{vmatrix} K_{11} & iK_{12} \\ -iK_{12} & K_{22} \end{vmatrix}, & \underline{f} &= \frac{1}{d} \begin{vmatrix} f_1 \\ f_2 \end{vmatrix}, & a &= \frac{l}{d} \\ \underline{q} &= \begin{vmatrix} q_1 \\ q_2 \end{vmatrix}, & q_1 &= \frac{\gamma_2 + \gamma_3}{A_{23}} \sigma, & q_2 &= \frac{\gamma_2 + \gamma_3}{A_{23}} \tau_{12} \end{aligned}$$

Здесь контур σ выбирается, как указано в [2]. Общая теория систем уравнений вида (2.7) подробно освещена в [2].

Решение системы (2.7) строится методом фиктивного поглощения [4] с некоторой модификацией в части факторизации матрицы $\underline{S}(u)$ ($\underline{K}(u) = \underline{S}(u) \underline{\Pi}(u)$, $\underline{\Pi}(u) = \underline{I} + \underline{O}(u - \varepsilon)$, $u \rightarrow \infty$, $\varepsilon > 0$, \underline{I} — единичная матрица), которая в данном случае не вырождается при $|u| \rightarrow \infty$ в функционально-коммутативную, а именно:

$$\begin{aligned} s_{11} &= C_1 |u|^{-1} (1 + O(u^{-1})) \\ s_{22} &= C_2 |u|^{-1} (1 + O(u^{-1})) \\ s_{12} &= -s_{21} = iB |u|^{-1} (1 + O(u^{-1})) \text{ sign } u \end{aligned}$$

$$C_1 = \frac{\sqrt{-\frac{\gamma_1 - \gamma_3(\gamma_3 + 2\gamma_2)}{\gamma_2} + \frac{2}{V\gamma_1}}}{\gamma_1\gamma_2 - \gamma_3[\gamma_1 - \gamma_3(\gamma_3 + 2\gamma_2)] + \gamma_2\gamma_3^2}$$

$$C_2 = \frac{\sqrt{-\frac{\gamma_1[\gamma_1 - \gamma_3(\gamma_3 + 2\gamma_2)]}{\gamma_2} + 2\gamma_1^{3/2}}}{\gamma_1\gamma_2 - \gamma_3[\gamma_1 - \gamma_3(\gamma_3 + 2\gamma_2)] + \gamma_2\gamma_3^2}$$

$$B = \frac{\gamma_3 - V\gamma_1}{\gamma_1\gamma_2 - \gamma_3[\gamma_1 - \gamma_3(\gamma_3 + 2\gamma_2)] + \gamma_2\gamma_3^2}$$

Введем в рассмотрение диагональные матрицы $\underline{\Lambda}_-$ и $\underline{\Lambda}_+$

$$\underline{\Lambda}_- = \begin{vmatrix} C_1^{-1/2} & 0 \\ 0 & C_2^{-1/2} \end{vmatrix}, \quad \underline{\Lambda}_+ = \begin{vmatrix} C_2^{1/2} & 0 \\ 0 & C_1^{1/2} \end{vmatrix}$$

Тогда матрица $\underline{S}^* = \underline{\Lambda}_- \underline{S} \underline{\Lambda}_+$ вырождается в функционально-коммутативную на бесконечности и для факторизации матрицы в методе фиктивного поглощения достаточно использовать формулы из [4], полагая $c = \sqrt{C_1 C_2}$. После чего можно легко факторизовать матрицу $\underline{S}(u)$, элементы которой имеют вид

$$s_{11} = C_2^{-1/2} C_1^{1/2} \beta^2 (u^2 + b^2)^{-1/2} \operatorname{ch} 2\alpha\varphi$$

$$s_{22} = C_1^{-1/2} C_2^{1/2} \beta^2 (u^2 + b^2)^{-1/2} \operatorname{ch} 2\alpha\varphi$$

$$s_{12} = -s_{21} = i\beta^2 (u^2 + b^2)^{-1/2} \operatorname{sh} 2\alpha\varphi$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{u}{b}, \quad \alpha = \pi^{-1} \operatorname{arth} \frac{B}{\sqrt{C_1 C_2}}, \quad \beta^2 = C_1 C_2 - B, \quad b > 0$$

Запишем окончательный вид факторизации матрицы $\underline{S}(u)$

$$\underline{S}(u) = \underline{C}_-(u) \underline{D}_+(u) = \underline{M}_+(u) \underline{N}_-(u)$$

где элементы матриц $\underline{C}_-(u)$, $\underline{D}_+(u)$, $\underline{M}_+(u)$, $\underline{N}_-(u)$ имеют вид

$$\begin{aligned} d_{11} &= C_2^{-1/2} (b - iu)^{\gamma_1} & 2c_{11}\beta^{-2} &= C_1^{1/2} (b + iu)^{\gamma_1} \\ -id_{12} &= C_1^{-1/2} (b - iu)^{\gamma_1} & -2ic_{12}\beta^{-2} &= C_1^{1/2} (b + iu)^{\gamma_1} \\ id_{21} &= C_2^{-1/2} (b - iu)^{\gamma_1} & 2ic_{21}\beta^{-2} &= C_2^{1/2} (b + iu)^{\gamma_1} \\ -d_{22} &= C_1^{-1/2} (b - iu)^{\gamma_1} & -2c_{22}\beta^{-2} &= C_2^{1/2} (b + iu)^{\gamma_2} \\ 2m_{11}\beta^{-2} &= C_1^{1/2} (b - iu)^{\gamma_1} & n_{11} &= C_2^{-1/2} (b + iu)^{\gamma_1} \\ -2im_{12}\beta^{-2} &= C_1^{1/2} (b - iu)^{\gamma_1} & in_{12} &= C_1^{-1/2} (b + iu)^{\gamma_1} \\ -2im_{21}\beta^{-2} &= C_2^{1/2} (b - iu)^{\gamma_1} & in_{21} &= C_2^{-1/2} (b + iu)^{\gamma_1} \\ 2m_{22}\beta^{-2} &= C_2^{1/2} (b - iu)^{\gamma_1} & n_{22} &= C_1^{-1/2} (b + iu)^{\gamma_1} \end{aligned}$$

$$\gamma_{1,2} = -1/2 \mp i\alpha$$

3. В случае гладкого контакта краевая задача сводится к одному интегральному уравнению вида (2.7), а в представлении ядра (2.8) вместо матрицы $\underline{K}(u)$ достаточно подставить $K_{11}(u)$

$$\int_{-a}^a k(\xi - x) q_1(\xi) d\xi = 2\pi J_1(x) \quad |x| \leq a \quad (3.1)$$

$$k(t) = \int_{\gamma} K_{11}(u) \exp(iut) du$$

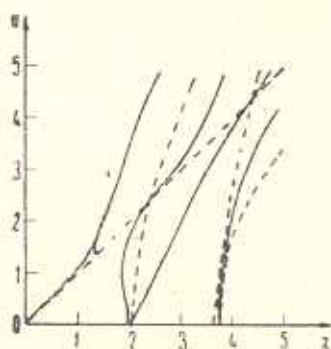
Изучим детально распределение нулей и полюсов функции $K_{11}(u)$.

Функция $K_{11}(u)$ при переходе к изотропному случаю совпадает с известной [3].

Распределение нулей и полюсов функции $K_{11}(u)$ представлено на фиг. 1, где сплошными линиями обозначены полюса, а прерывистыми — линии нулей для материала со следующими упругими постоянными [5]:

$$A_{11} = 16,8, \quad A_{12} = 7,10, \quad A_{33} = 18,9, \\ A_{55} = 5,46, \quad A_{12} = 7,82, \quad (10^{11} \text{ дн/см}^2)$$

Из вида этих кривых можно сделать заключение о разрешимости и единственности решения уравнения (3.1) [2], а также сделать некоторые



Фиг. 1.

выводы относительно характера волнового поля вне штампа. В частности, на фиг. 1 для $x \in [1, 9, 1, 97]$ имеется волна с отрицательной групповой скоростью.

Для решения интегрального уравнения (3.1) используется метод фиктивного поглощения, детально описанный в [6].

Функция $K_{11}(u)$ удовлетворяет всем условиям, позволяющим применить этот метод, именно, она является четной мероморфной функцией, имеющей конечное число нулей Z_s ($s = 1, 2, \dots, n_1$) и полюсов P_l ($l = 1, 2, \dots, n_2$) $n_2 \geq n_1$ на вещественной оси и убывающая на бесконечности.

$$K_{11}(u) = C_1 |u|^{-1} (1 + O(u^{-1})) \quad |u| \rightarrow \infty$$

Аппроксимируем функцию $K_{11}(u)$ функцией

$$K_*(u) = (u^2 + b^2)^{-1/2} H(u) \quad (3.2)$$

$$H(u) = C_1 \prod_{k=1}^n (u^2 - Z_k^2) (u^2 - P_k^2)^{-1}$$

Z_k ($k = n - n_1, \dots, n$), P_k ($k = n - n_2, \dots, n$) — соответственно комплексные нули и полюса $H(u)$, которые находятся в процессе аппроксимации функции полиномами Бернштейна или Лагранжа.

Имеет место теорема [7].

Пусть ядра интегральных уравнений $Kq = f$, $K_*q_* = f$ подчинены условию

$$|K(u) - K_*(u)|(1+u)^\alpha < \delta, \quad \delta > 0, \quad \alpha > 1,5, \quad 0 \leq u \leq \infty$$

Тогда при достаточно малых δ справедливо

$$\| (q - q_*) (a^2 - x^2)^{1/2} \|_C < \varepsilon \| q (a^2 - x^2)^{1/2} \|_C$$

причем $\varepsilon \rightarrow 0$, если $\delta \rightarrow 0$.

Приближенное решение уравнения (3.1) имеет вид

$$\begin{aligned} q_1(x) = & \frac{\exp(-i\tau x)}{K_{11}(\tau)} + \frac{\sqrt{b-i\tau}}{2\pi i} \exp(-ia\tau) \int_a^\infty \frac{\sqrt{b+iu}}{H(u)(u-\tau)} \times \\ & \times \exp(i(a-x)u) du - \frac{\sqrt{b+i\tau}}{2\pi i} \exp(ia\tau) \int_a^\infty \frac{\sqrt{b-iu}}{H(u)(u-\tau)} \times \\ & \times \exp(-i(a+x)u) du - \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{2n} c_k \int_a^\infty \frac{\sqrt{b-iu}}{H(u)} [F(u, x_k) \times \\ & \times \exp(-i(a+x)u) + F(u, -x_k) \exp(-i(a-x)u)] du \end{aligned}$$

где

$$F(u, x_k) = \sum_{m=1}^n \frac{D_m \exp(i(a+x_k)P_m)}{\sqrt{b-iP_m}(P_m-a)}, \quad D_m = \operatorname{Res} H(u)_{u=P_m}$$

$x_k = \pm y_k$, y_k — точки, делящие интервал $(0, a)$ на равные отрезки, а c_k есть решения линейной алгебраической системы [6]

$$\sum_{k=1}^{2n} A_{lk} c_k = B_l^+, \quad l = 1, 2, \dots, n$$

причем интегралы в (3.3) легко вычисляются по теории вычетов.

В решении (3.3) первое слагаемое есть вырожденное решение, соответствующее бесконечному штампу, второй и третий интегралы описывают влияние краев штампов и имеют характерную корневую особенность.

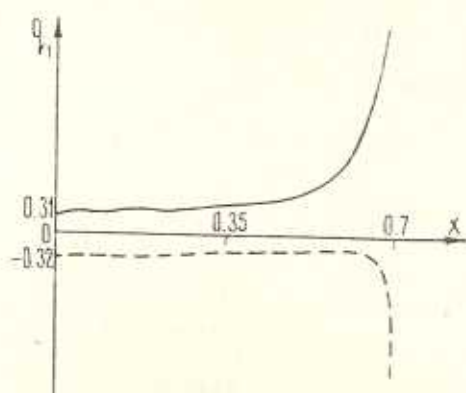
Последний интеграл представляет собой осциллирующую составляющую контактных напряжений под штампом, причем число волн напряжений равно числу вещественных нулей функции $K_{11}(u)$.

4. Численный пример. В качестве примера рассмотрена задача для материала с упругими константами, описанными в п. 3. Вычислено значение C_1 , $C_1 = 3,882723$.

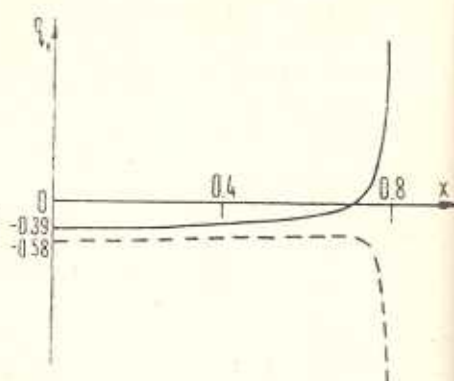
В процессе построения функции $K_*(u)$ в (3.2) использованы полиномы Лагранжа.

Эффективное приближение получено при аппроксимации полиномами Лагранжа порядка 8, при $b = 10$ для $\alpha = 1,6$ (для $\alpha = 2,2$ порядка — 6, $b = 10$). Погрешность аппроксимации не превышала 8—10%.

На фиг. 2 и на фиг. 3 приведены графики действительной (сплошная линия) и мнимой (штриховая линия) частей $q_1(x)$ соответственно для $\kappa = 1,6, \eta = 0, a = 0,7$ и $\kappa = 2,2, \eta = 0, a = 0,8$.



Фиг. 2



Фиг. 3

Расчеты проведены на ЭВМ ЕС-1022 и БЭСМ-6.

Авторы выражают благодарность В. А. Бабешко за постановку задачи и обсуждение результатов.

ՕՐԹՈՏՐՈՊ ԱՆՎԵՐՉ ԳԼՆԵՆ ԶԱՄԱՐ ԿՈՆՏԱԿՏԱՍՅՈՒՆ ԳԻՆՍՄԻԿԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐ

Ա. Շ. ՎԱՏՈՒԼՅԱՆ, Վ. Վ. ՀՈՎՍԵՓՅԱՆ, Օ. Գ. ՊՐՅԱԿԻՆԱ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Գիտարկվում է առաձգական օրթոտրոպ անվերջ գլանի մակերևույթի վրա շտամպի տատանման դինամիկական խնդիրը: Ընդհանուր դեպքում խնդիրը լրիվում է կոնտակտային լարումների նկատմամբ առաջին սեռի ինտեգրալ հավասարումների սխեմայի: Առաջարկված է մոտավոր լուծման կառուցման մեթոդ: Բերված է թվային օրինակ:

A CONTACT DYNAMICAL PROBLEM FOR AN INFINITE ORTHOTROPIC CYLINDER

A. O. VATULIAN, V. V. HOVSEPIAN, O. D. PRIAKHINA

S u m m a r y

A contact problem of vibration of the stamp on the surface of an infinite orthotropic elastic cylinder is considered. In the general case the problem is reduced to the system of the first type of integrals.

equations relative to the contact stresses. A method for the construction of the approximate solution is proposed. A numerical example has been presented.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977. 416 с.
2. Ворович И. И., Бабешко В. А. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979. 320 с.
3. Калинин В. В. Об одной динамической задаче для бесконечного цилиндра.— ПММ, 1975, т. 39, № 3.
4. Бабешко В. А., Пряхина О. Д. Метод фиктивного поглощения в плоских контактных задачах теории упругости при наличии сцепления.— ПММ, 1981, т. 45, вып. 4.
5. Хантингтон Г. Упругие постоянные кристаллов. УФН, 1961, т. 74, вып. 2—3.
6. Бабешко В. А., Пряхина О. Д. Метод фиктивного поглощения в плоских динамических задачах.— ПММ, 1980, т. 44, вып. 3.
7. Бабешко В. А. Новый эффективный метод решения динамических контактных задач.— Докл. АН СССР, 1974, т. 217, № 4.

Институт механики и прикладной
математики РГУ

Поступила в редакцию
10. III. 1982