

## ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ КОЛЬЦЕВОГО СЕКТОРА НА ЖЕСТКОМ ОСНОВАНИИ

АРУТЮНЯН Р. А., САРКИСЯН В. Г.

Рассматривается смешанная плоская задача для кольцевого сектора, покоящегося на жестком гладком основании при воздействии внешних сил.

Основная цель работы заключается в определении размера зоны контакта (отрыва) между кольцевым сектором и жестким телом в зависимости от внешних нагрузок и геометрических параметров задачи.

Контактные задачи с определением области контакта (отрыва) рассмотрены в работах [5—9] и др.

Задачи решаются методом Фурье [1, 4], при этом коэффициенты разложения и неизвестный размер зоны контакта определяются из бесконечных систем уравнений. Доказывается, что систему уравнений можно решать методом последовательных приближений.

1. Рассмотрим кольцевой сектор, где по малому радиусу ( $r = a$ ) приложена равномерно распределенная нагрузка на участке  $\varphi = \varphi_1$ , а по большому радиусу ( $r = b$ ) на участке  $\varphi = \varphi_2$  он опирается на жесткое основание.

Предполагается, что при воздействии нагрузки образуется зона отрыва на участке  $\varphi = \varphi_2 - \varphi_3$  (фиг. 1).

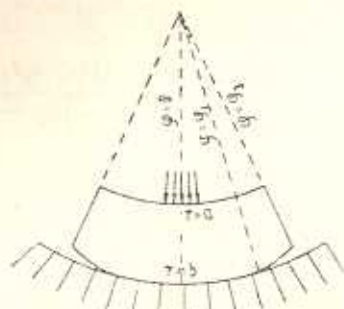
В силу симметрии рассматривается только половина сектора  $0 \leq t \leq t_1$ ,  $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$  при граничных условиях:

$$\begin{aligned} \tau_{r\varphi}(t, 0) = v(t, 0) = \tau_{r\varphi}(0, \varphi) = 0 \\ \tau_{r\varphi}(t_1, \varphi) = \tau_{r\varphi}(t, \varphi_3) = \sigma_r(t, \varphi_3) = 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$a^2 \sigma_r(0, \varphi) = d_0' + \sum_{k=1}^{\infty} d_k' \cos \alpha_k \varphi$$

$$u(t_1, \varphi) = 0, \quad 0 \leq \varphi \leq \varphi_2$$

$$\sigma_r(t_1, \varphi) = 0, \quad \varphi_2 < \varphi \leq \varphi_3$$



Фиг. 1.

Отметим, что угол  $\varphi_2$ , которым характеризуется область контакта, неизвестен и в дальнейшем подлежит определению.

Пользуясь решением [2, 5], функцию  $F(t, \varphi)$  ищем в виде

$$F(t, \varphi) = a(\varphi) + b(t) + \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k(t) \cos \alpha_k \varphi + \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_k(\varphi) \cos \beta_k t$$

$$(0 \leq \varphi \leq \varphi_3, \quad 0 \leq t \leq t_1)$$

$$\begin{aligned} \Phi_k(\varphi) &= A_k \operatorname{sh} \beta_k \varphi \sin \varphi + B_k \operatorname{sh} \beta_k \varphi \cos \varphi + C_k \operatorname{ch} \beta_k \varphi \sin \varphi + D_k \operatorname{ch} \beta_k \varphi \cos \varphi \\ \psi_k^*(t) &= E_k \operatorname{sh} \alpha_k (t_1 - t) \operatorname{sh} (t_1 - t) + G_k \operatorname{sh} \alpha_k (t_1 - t) \operatorname{sh} t + \\ &\quad + F_k \operatorname{sh} \alpha_k t \operatorname{sh} (t_1 - t) + H_k \operatorname{sh} \alpha_k t \operatorname{sh} t \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$a(\varphi) = a_0 \varphi \sin \varphi, \quad b(t) = b_0 e^t + b_1 t e^{-t}, \quad \varphi_0 = e^t$$

$$\varphi_k(t) = \sin \beta_k t + \beta_k \cos \beta_k t, \quad \beta_k = \frac{k\pi}{t_1}, \quad \alpha_k = \frac{k\pi}{\varphi_3}, \quad t = \ln \frac{r}{a}$$

Удовлетворяя условиям (1.1), получим

$$B_k = C_k = E_k = H_k = 0 \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned} &A_k (\beta_k \operatorname{ch} \beta_k \varphi_3 \sin \varphi_3 + \operatorname{sh} \beta_k \varphi_3 \cos \varphi_3) + \\ &+ D_k (\beta_k \operatorname{sh} \beta_k \varphi_3 \cos \varphi_3 - \operatorname{ch} \beta_k \varphi_3 \sin \varphi_3) = 0 \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} \beta_p (\beta_p^2 + 1) \Phi_p(\varphi_3) &= \frac{2}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \int_0^{t_1} [\psi_k^*(t) + \\ &+ \psi_k^*(t)] \varphi_p(t) dt + \frac{2}{t_1} \int_0^{t_1} [b''(t) + b'(t)] \varphi_p(t) dt \end{aligned}$$

$$b_0 (e^{2t_1} - 1) - b_1 t_1 = 0$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_k(\varphi_3) &= A_k \operatorname{sh} \beta_k \varphi_3 \cos \varphi_3 + D_k \operatorname{ch} \beta_k \varphi_3 \cos \varphi_3 \\ &\quad + \int_0^{t_1} [\psi_k^*(t) + \psi_k^*(t)] \varphi_p(t) dt = \\ &= \frac{2\beta_p (\beta_p^2 + 1) [\operatorname{ch} \alpha_k t_1 + (-1)^{p+1} \operatorname{ch} t_1] [G_k + (-1)^{p+1} F_k]}{[\beta_p^2 + (\alpha_k + 1)^2] [\beta_p^2 + (\alpha_k - 1)^2]} \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\varphi_3} [\Phi_k''(\varphi) + \Phi_k(\varphi)] \cos \alpha_p \varphi d\varphi &= \frac{2(-1)^{p+1} (\alpha_p^2 - 1) \beta_k (\beta_k^2 + 1)}{[\beta_k^2 + (\alpha_p + 1)^2] [\beta_k^2 + (\alpha_p - 1)^2]} \times \\ &\quad \times [A_k \operatorname{ch} \beta_k \varphi_3 \sin \varphi_3 + D_k \operatorname{sh} \beta_k \varphi_3 \cos \varphi_3] \end{aligned}$$

Удовлетворяя смешанным условиям (1.1), получим

$$\begin{aligned} &-\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_k^2 - 1} |G_k \alpha_k [(1 - 2\nu) \operatorname{sh} t_1 + 2(1 - \nu) \operatorname{ch} t_1] + \\ &+ F_k [2(1 - \nu) \alpha_k \operatorname{ch} \alpha_k t_1 - (1 - 2\nu) \operatorname{sh} \alpha_k t_1]| \cos \alpha_k \varphi + \\ &+ (1 - 2\nu) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \Phi_k(\varphi) + [J_2(\tau)] = 0 \quad 0 \leq \varphi < \varphi_3 \end{aligned}$$

$$|J_2(\varphi)| = 2(1-\nu) a_0 t_1 \cos \varphi + (1-2\nu) a_0 \varphi \cos \varphi + 2(1-2\nu) b_0 e^{t_1} - b_1 e^{-t_1}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \operatorname{sh} t_1 G_k - F_k \operatorname{sh} \alpha_k t_1] \cos \alpha_k \varphi + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k [\Phi_k''(\varphi) + \Phi_k(\varphi)] + \quad (1.6)$$

$$+ 2a_0 \cos \varphi + 2b_0 e^{t_1} + b_1 e^{-t_1} = 0 \quad \varphi_2 < \varphi \leq \varphi_3$$

Введем новые неизвестные

$$G_k \operatorname{sh} \alpha_k t_1 - a_k \operatorname{sh} t_1 F_k = X'_k$$

$$G_k a_k \operatorname{sh} t_1 - \operatorname{sh} \alpha_k t_1 F_k = Y'_k \quad (1.7)$$

$$A_k \operatorname{ch} \beta_k \varphi_3 \sin \varphi_3 + D_k \operatorname{sh} \beta_k \varphi_3 \cos \varphi_3 = \frac{m_1 Z'_k}{\beta_k^2 + 1}$$

Произведя замену неизвестных (1.7) в формулах (1.3), (1.4) и (1.6), используя решение парных рядов уравнений [3], после некоторых преобразований получим следующие бесконечные системы алгебраических уравнений:

$$Z'_p = \sum_{k=1}^{\infty} a_{kp1} X'_k + \sum_{k=1}^{\infty} a_{kp2} Y'_k + a_p$$

$$X'_p = \sum_{k=1}^{\infty} b_{kp} X'_k + \sum_{k=1}^{\infty} b_{kp1} Y'_k + \sum_{k=1}^{\infty} b_{kp2} Z'_k + b_p \quad (1.8)$$

$$Y'_p = \sum_{k=1}^{\infty} c_{kp1} Y'_k + \sum_{k=1}^{\infty} c_{kp2} X'_k + \sum_{k=1}^{\infty} c_{kp3} Z'_k + c_{p1}$$

где

$$a_{kp1} = \frac{4\pi(\beta_p^2 + 1)(\operatorname{ch}^2 \beta_p \varphi_3 - \cos^2 \varphi_3)(-1)^k a_k [\operatorname{ch} \alpha_k t_1 + (-1)^{p+1} \operatorname{ch} t_1]}{m_1 t_1^2 (\operatorname{ch} \beta_p \varphi_3 \operatorname{sh} \beta_p \varphi_3 + \beta_p \cos \varphi_3 \sin \varphi_3) [\beta_p^2 + (\alpha_k^2 + 1)^2]} \times$$

$$\times \frac{[\operatorname{sh} \alpha_k t_1 + (-1)^{p+1} \sigma_k \operatorname{sh} t_1]}{[\beta_p^2 + (\alpha_k - 1)^2] (\operatorname{sh}^2 \alpha_k t_1 - \alpha_k^2 \operatorname{sh} t_1)}$$

$$a_{kp2} = -a_{kp1}, \quad c_{kp1} = \frac{1}{2} p N_k I_{pk}, \quad c_{kp2} = \frac{1}{2} p M_k I_{pk}$$

$$c_{kp3} = \frac{1}{2} p (-1)^k (\sigma_0 \nu_{pk} + F_{pk}), \quad b_{kp} = -c_{kp2}, \quad b_{kp1} = -c_{kp1}$$

$$b_{kp2} + c_{kp3} = \frac{4m_1 t_1 (-1)^{p+1} (\alpha_p^2 - 1) (\operatorname{sh} \alpha_p t_1 + \alpha_p \operatorname{sh} t_1) \beta_k}{\pi^2 \operatorname{sh} \alpha_p t_1 [\beta_k^2 + (\alpha_p + 1)^2] [\beta_k^2 + (\alpha_p - 1)^2]} \quad (1.9)$$

$$\alpha_p = -\frac{4\pi [1 - (-1)^p e^{-t_1}] [x_0 e^{t_1} - y_0]}{2t_1^2 (\beta_p^2 + 1) \operatorname{sh} t_1}, \quad c_{p1} = (a_0 c_0 + Y_0) Y_p (\cos \beta) -$$

$$-a_0 p \sum_{k=1}^{\infty} c_k \tilde{I}_{\rho k}, \quad b_p = -\frac{\varphi_3 (\operatorname{sh} \alpha_p t_1 + \alpha_p \operatorname{sh} t_1)}{\pi \operatorname{sh} \alpha_p t_1} \times$$

$$\times \left[ \frac{4(-1)^{p+1} a_0 \sin \varphi_3}{\varphi_3 (\alpha_p^2 - 1)} + \alpha_p d_p \right] - c_{p1}$$

$$N_k = 1 + \frac{\alpha_0 \alpha_k (\operatorname{sh}^2 \alpha_k t_1 - \alpha_k^2 \operatorname{sh} t_1) - 1/2 \alpha_k^2 (\operatorname{sh} 2\alpha_k t_1 + \operatorname{sh} 2t_1)}{(\alpha_k^2 + 1) (\operatorname{sh}^2 \alpha_k t_2 - \alpha_k^2 \operatorname{sh} t_1)}$$

$$M_k = \frac{\alpha_k^2}{\alpha_k^2 - 1} \frac{\operatorname{sh} \alpha_k t_1 \operatorname{ch} t_1 + \alpha_k \operatorname{ch} \alpha_k t_1 \operatorname{sh} t_1}{\operatorname{sh}^2 \alpha_k t_1 - \alpha_k^2 \operatorname{sh} t_1}, \quad \sigma_0 = \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)}$$

$$I_{\rho k} = \int_0^{\theta} Z_k(\cos \theta) Z_p(\cos \theta) \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} d\theta$$

$$\tilde{I}_{\rho k} = \int_{\beta}^{\pi} Z_k(\cos \theta) Z_p(\cos \theta) \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} d\theta$$

$$v_{\rho k} = \int_0^{\beta} u_k(\cos \theta) Z_p(\cos \theta) \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} d\theta$$

$$F_{\rho k} = \int_{\beta}^{\pi} U_k(\cos \theta) Z_p(\cos \theta) \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} d\theta$$

$$Y_k(\cos \theta) = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \int_0^{\beta} \frac{\cos mx \cos x/2}{\sqrt{\cos x - \cos \theta}} dx = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \int_{\beta}^{\pi} \frac{\sin mx \cos x/2}{\sqrt{\cos \theta - \cos x}} dx$$

$$Z_k(\cos \theta) = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \int_0^{\beta} \frac{\sin mx \sin x/2}{\sqrt{\cos x - \cos \theta}} dx = -\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \int_{\beta}^{\pi} \frac{\cos mx \sin x/2}{\sqrt{\cos \theta - \cos x}} dx$$

$$U_k(\cos \theta) = U_{k1}(\cos \theta) + U_{k2}(\cos \theta)$$

$$U_{k1}(\cos \theta) = -\frac{2\sqrt{2} m_1 \operatorname{sh} \beta_k \varphi_3 \cos \varphi_3}{\pi \beta_k (\operatorname{ch}^2 \beta_k \varphi_3 - \cos^2 \varphi_3)} \int_0^{\beta} \frac{\operatorname{ch} \beta_k mx \sin mx \sin x/2}{\sqrt{\cos x - \cos \theta}} dx$$

$$U_{k2}(\cos \theta) = \frac{2\sqrt{2} m_1 \operatorname{ch} \beta_k \varphi_3 \sin \varphi_3}{\pi \beta_k (\operatorname{ch}^2 \beta_k \varphi_3 - \cos^2 \varphi_3)} \int_0^{\beta} \frac{\operatorname{sh} \beta_k mx \cos mx \sin x/2}{\sqrt{\cos x - \cos \theta}} dx$$

Для определения значения  $Y_0$ , подставляя  $Y_p$  в (1.6), получим

$$\begin{aligned}
Y_0 \left( \lambda - 2 \ln \sin \frac{\theta}{2} \right) - \mu x_0 &= \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{\infty} N_p Y_p (\cos \beta) \frac{Y'_p}{p} + \\
+ \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{\infty} M_p Y_p (\cos \beta) \frac{X'_p}{p} + \frac{\sigma_0}{2} \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p p Z'_p &\left[ \int_0^{\frac{\pi}{2}} U_p (\cos \theta) \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} d\theta + \right. \\
+ \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p p Z'_p &\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} H_p (\cos \theta) \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} d\theta - \frac{\sigma_0}{2} \frac{\beta_p Q_{p2} - Q_{p1}}{\beta_p^2 + 1} \left. \right] - \\
- \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} G_2 (\cos \theta) \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} d\theta &+ \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} G_1 (\cos \theta) \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} d\theta - \frac{a_0}{m} t_1 \quad (1.10)
\end{aligned}$$

$$G_2 (\cos \theta) = \frac{2 \sqrt{2}}{\pi} a_0 \int_0^{\theta} \frac{t_1 \sin mx - \sigma_0 \cos mx + \sigma_0 mx \sin x}{\sqrt{\cos x - \cos \theta}} \sin \frac{x}{2} dx$$

$$G_1 (\cos \theta) = \frac{4 \sqrt{2}}{\pi} a_0 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos mx \sin x/2}{\sqrt{\cos \theta - \cos x}} dx$$

2. Покажем, что полученные бесконечные системы уравнений (1.8) квазивполне регулярны.

Для этого достаточно воспользоваться следующими асимптотическими оценками [2, 3]:

$$U_k (\cos \theta) = O(k^{-3/2}), \quad H_k (\cos \theta) = O(k^{-1/2}) \quad (2.1)$$

$$Y_k (x) = O(k^{-1/2}), \quad Z_k (x) = O(k^{-1/2})$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} |a_{kp1}| + \sum_{k=1}^{\infty} |a_{kp2}| \ll$$

$$\ll \frac{8\pi (\alpha_p^2 - 1)}{m_1 t_1^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k}{[\beta_p^2 + (\alpha_k + 1)^2][\beta_p^2 + (\alpha_k - 1)^2]} < O(\beta_p^{-1/2}) \quad (2.2)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} |b_{kp}| + \sum_{k=1}^{\infty} |b_{kp1}| + \sum_{k=1}^{\infty} |b_{kp2}| \ll$$

$$\ll \frac{4m t_1 (\alpha_p^2 - 1) (\operatorname{sh} \alpha_p t_1 + \alpha_p \operatorname{sh} t_1)}{\pi^2 \operatorname{sh} \alpha_p t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k}{[\beta_k^2 + (\alpha_p + 1)^2][\beta_k^2 + (\alpha_p - 1)^2]} < \\
< O(\alpha_p^{-1/2})$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} |c_{kp1}| = \frac{1}{2} p \sum_{k=1}^{\infty} M_k |I_{pk}|$$

Учитывая, что

$$I_{pk}(\cos \beta) = \frac{k Y_k(\cos \beta) Z_p(\cos \beta) - p Y_p(\cos \beta) Z_k(\cos \beta)}{p^2 - k^2}$$

при  $k \neq p$  и

$$I_{pp} = \frac{1}{2p} [2 - 2P_{p-1}(\cos \beta) P_p(\cos \beta) + P_p^2(\cos \beta) - P_{p-1}^2(\cos \beta)] - 4 \sin^2 \beta \sum_{n=1}^{p-1} \frac{P_n(\cos \beta) P_n(\cos \beta)}{n+1}$$

получим

$$\frac{1}{2} p \sum_{k=1}^{\infty} M_k |I_{pk}| \leq \frac{p}{2} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq p}}^{\infty} \frac{1}{k} \left| \frac{\sqrt{k} / \sqrt{p} - \sqrt{p} / \sqrt{k}}{p^2 - k^2} \right| \leq \frac{B}{\sqrt{p}}$$

$$\frac{1}{2} p \sum_{k=1}^{\infty} |x_{0\nu pk} + F_{pk}| \leq \frac{1}{2} p \left[ \frac{A}{p^{3/2}} + \frac{B_1}{p^{3/2}} \right] < \frac{C}{\sqrt{p}} \quad (2.3)$$

где  $A, B, B_1, C$  — постоянные.

Неравенства (2.1) — (2.3) показывают, что, начиная с некоторого значения  $p = p_0$ , суммы модулей коэффициентов при неизвестных  $X_k, Y_k, Z_k$  в системах уравнений (1.8) станут меньше единицы, то есть бесконечные системы квазивполне регулярны. Легко видеть из (1.9), что свободные члены системы ограничены сверху и при  $p \rightarrow \infty$  стремятся к нулю.

Приведем выражение для нормального контактного напряжения

$$a^2 e^{t_1 \tau} (t_1, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} Y_k \cos \alpha_k \varphi +$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k m_1 \beta_k Z_k}{(\beta_k^2 + 1) (\operatorname{ch}^2 \beta_k \varphi_3 - \cos^2 \varphi_3)} [\beta_k^2 (\operatorname{ch} \beta_k \varphi_3 \operatorname{ch} \beta_k \varphi \sin \varphi_3 \cos \varphi -$$

$$- \operatorname{sh} \beta_k \varphi_3 \operatorname{sh} \beta_k \varphi \cos \varphi_3 \sin \varphi) - \beta_k (\operatorname{ch} \beta_k \varphi_3 \operatorname{sh} \beta_k \varphi \sin \varphi_3 \sin \varphi +$$

$$+ \operatorname{sh} \beta_k \varphi_3 \operatorname{ch} \beta_k \varphi \cos \varphi_3 \cos \varphi) + 2 (\operatorname{ch} \beta_k \varphi_3 \operatorname{ch} \beta_k \varphi \sin \varphi_3 \cos \varphi -$$

$$- \operatorname{sh} \beta_k \varphi_3 \operatorname{sh} \beta_k \varphi \cos \varphi_3 \sin \varphi)] + 2a_0 \cos \varphi + 2b_0 e^{t_1} + b_1 e^{-t_1} \quad (2.4)$$

В окрестности зоны контакта некоторые ряды, входящие в выражения напряжений, сходятся медленно. Улучшив сходимость этих рядов и выделив при этом соответствующие особенности, получим

$$a^2 t_1 \tau (t_1, \varphi) = \frac{\sqrt{2} \cos x / 2 R}{2 \sqrt{\cos x - \cos \beta}} + f(r_1, \varphi) \quad (2.5)$$

где  $f(r_1, \varphi)$  — регулярная функция, а коэффициент при особенности имеет вид

$$\begin{aligned}
R = & \sum_{p=1}^{\infty} (N_p Y_p + M_p X_p) Z_p(\cos \beta) - \sigma_0 \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p p U_p(\cos \beta) Z_p + \\
& + \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p p H_p(\cos \beta) Z_p + 2(a_0 c_0 + Y_0) - \\
& - 2a_0 \sum_{p=1}^{\infty} c_p Z_p(\cos \beta) + \frac{a_0}{m} \sum_{p=1}^{\infty} e_p Z_p(\cos \beta) \\
& x = \frac{\varphi \pi}{\varphi_2}, \quad \beta = \frac{\varphi_0 \pi}{\varphi_1}
\end{aligned} \tag{2.6}$$

До сих пор в проделанных выкладках принималось, что длина зоны контакта  $\varphi_2$  произвольна и известна. Это привело к тому, что в полученном решении контактное напряжение неограниченно возрастает при приближении к концу зоны контакта. Но из физических соображений ясно, что в данном случае контактное напряжение должно быть непрерывным и ограниченным.

Следовательно, принимая, что при  $\varphi = \varphi_2$   $\sigma_r(t_1, \varphi)$  ограничено, из формулы (2.5) получим уравнение для определения размера зоны контакта  $\varphi_2$ , то есть

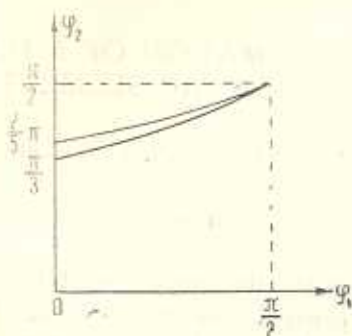
$$R = 0 \tag{2.7}$$

Таким образом, для получения окончательного решения рассматриваемой задачи необходимо совместно решать уравнения (2.7) и (1.8).

3. Бесконечная система решена методом редукции путем замены ее конечной системой. Для достоверности полученных результатов система была решена при  $p = 40$  и  $p = 50$ . При этом значения неизвестных фактически совпадают, а размеры контакта отличаются не более 2%.

В качестве численного примера рассмотрим случай, когда  $\nu = 0,3$ ,  $\varphi_2 = \pi/2$ ,  $-\varphi_1 < \varphi < \varphi_1$  и кольцевой сектор прижимается к жесткому основанию нормальным давлением

$$a^2 \sigma_r(0, \varphi) = \begin{cases} -p & \text{при } 0 \leq \varphi \leq \varphi_1 \\ 0 & \text{при } \varphi_1 \leq \varphi \leq \pi/2 \end{cases} \tag{3.1}$$



Фиг. 2

Таблица 1

	$\varphi_1$	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5}{12}\pi$	$\frac{\pi}{2}$
$a = \frac{7}{8}b$	$\varphi_2$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{11}{30}\pi$	$\frac{2}{5}\pi$	$\frac{13}{30}\pi$	$\frac{9}{20}\pi$	$\frac{17}{30}\pi$	$\frac{\pi}{2}$
$a = \frac{5}{6}b$	$\varphi_2$	$\frac{2}{5}\pi$	$\frac{5}{12}\pi$	$\frac{13}{30}\pi$	$\frac{4}{9}\pi$	$\frac{7}{15}\pi$	$\frac{22}{45}\pi$	$\frac{\pi}{2}$

На фиг. 2 и в табл. 1 приведены зависимость размера контакта от длины участка распределения нагрузки  $\varphi_1$  для двух  $\varphi_2$  значений толщины кольцевых секторов. Из графиков видно, что с увеличением участка распределения нагрузки размер контакта увеличивается почти линейно.

### ԿՈՇՏ ՀԻՄՔԻ ՎՐԱ ՕՂԱԿԱՅԻՆ ՍԵԿՏՈՐԻ ՀԱՐՔ ԽՆԴԻՐԸ

Ռ. Ա. ՀԱՐՈՒՆԻԱՆԻԱՆ, Վ. Դ. ՍԱՐԿԻՍԻԱՆ

#### Ա մ փ ո փ ո ս մ

Գիտարկվում է առածղական օղակային սեկտորի հարթ կոնտակտային խնդիրը, երբ օղակային սեկտորը սեղմվում է կոշտ գոգավոր մարմնին: Ենթադրվում է, որ արտաքին ուժերի ազդեցության տակ հնարավոր է կոնտակտի տիրույթում օղակային սեկտորի ծայրերի հեռացումը կոշտ հիմքից:

Խնդիրը լուծվում է ֆուրյեի մեթոդով: Վերլուծության գործակիցները որոշվում են զծային հավասարումների անվերջ սխտեմաներից: Ապացուցվում է, որ բացվածքի ցանկացած շափերի համար անվերջ սխտեմաները ընդհանուր դեպքում կվազի-լիովին ռեզուլյար են:

Բացվածքի շափը որոշելու համար ստացված է տրանսցենդենտ հավասարում: Երկրաչափական պարամետրերի որոշակի հարաբերության դեպքում գիտարկված է թվային օրինակ: Բերված է աղյուսակ և գրաֆիկ, որոնք ցույց են տալիս բացվածքի շափի և արտաքին ընդհանուր միջև եղած կապերը:

### PLANE DEFORMATION OF A HARD BASED CIRCULAR SEGMENT

R. A. HARUTUNIAN, V. G. SARKISIAN

#### S u m m a r y

This paper deals with the contact problem of an elastic solid when its circular segment presses the hard curve body. The possibility of separating the ends of the circular segment in the contact region from its hard base under the action of external forces is assumed.



The problem is solved by the help of the Fourier method. The coefficients of the decomposition are determined from the infinite systems of linear equations. It is proved that the infinite systems are quasi-regular in the general case for any separation.

A transcendental equation is derived to determine the size of the separation. A numerical example is considered for a certain relation between geometric parameters. A table and a graph showing the dependence of the separation size from external load factors are presented.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Абрамян Б. А.* К плоской задаче теории упругости для прямоугольника.— ПММ, 1957, т. 21, вып. 1.
2. *Арутюнян Р. А.* Плоская деформация кольцевого сектора с одной заделанной радиальной стороной.— Изв. АН Арм.ССР, Механика, 1973, т. 24, № 6.
3. *Баблюян А. А.* Решение некоторых парных уравнений, встречающихся в задачах теории упругости.— ПММ, 1967, т. 31, вып. 4.
4. *Баблюян А. А.* Решение плоской задачи теории упругости для кольцевого сектора в напряжениях.— Изв. АН Арм.ССР, серия физ.-мат. наук, 1962, т. 15, № 1.
5. *Вейцман.* О контакте без сцепления между пластинкой и упругим полупространством.— ПМ, 1969, т. 36, № 2.
6. *Кир, Дандерс, Цвай.* Контактная задача для слоя, лежащего на полупространстве.— ПМ, 1972, т. 39, № 4.
7. *Пу, Хусейн.* К вопросу о контакте без сцепления между пластинкой и упругим полупространством.— ПМ, 1970, т. 37, № 3.
8. *Абрамян Б. А., Макарян В. С.* Осесимметричная задача о контакте между двумя слоями из различных материалов с учетом трения между слоями.— Изв. АН Арм.ССР, Механика, 1976, т. 29, № 5.
9. *Мелконян М. Т., Мкртчян А. М.* Об одной контактной задаче для двух прямоугольников.— Изв. АН Арм.ССР, Механика, 1975, т. 23, № 3.

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса  
АрмНИИ строительства и архитектуры

Поступила в редакцию  
2. X. 1981