ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXXVI, № 2, 1983 Механика

К ВОПРОСУ УСТОЙЧИВОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН В ВЯЗКОУПРУГОЙ ПЛАСТИНЕ

БАГДОЕВ А. Г., МОВСИСЯН Л. А.

Получены уравнения модуляций квазимонохроматических изгибных волн в нелинейно упругой пластинке с большими прогибами с учетом наследственных свойств материала. Последнее учитывается согласно гипотезе Фохта в предположении малости диссипации материала. Изучены вопросы устойчивости распространения волн. В основу положена классическая теория пластин.

Уравнения движения пластинки берем в виде [1]

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (i,\ j = 1,\ 2)$$

$$\frac{\partial^2 M_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(T_{ij}\frac{\partial u_3}{\partial x_j}\right) = \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \tag{1.1}$$

где суммирование проводится по повторяющимся индексам.

Связь между компонентами напряжений и деформаций берется по [2], прибавив при этом линейные вязкие члены [3] —

$$\sigma_{ij} = 3K\varepsilon_0\delta_{ij} + 2G(1+\gamma_2\psi_0^2)(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_0\delta_{ij}) - \\ - \frac{2}{3}\mu \operatorname{div}\vec{V}\delta_{ij} + \mu\left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i}\right) \tag{1.2}$$

Здесь $K = E/3(1-2\nu)$ — модуль объемного сжатия, G — модуль сдвига, γ_2 — коэффициент, характеризующий нелинейность,

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{3}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33})$$

$$\psi_0^2 = \frac{4}{3}\left[\frac{2}{3}(\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2 + \varepsilon_{33}^2 - \varepsilon_{11}\varepsilon_{22} - \varepsilon_{11}\varepsilon_{33} - \varepsilon_{22}\varepsilon_{33}) + \frac{1}{2}\varepsilon_{12}^2\right] \tag{1.3}$$

$\vec{V} = \dfrac{\partial \vec{U}}{\partial t}$ — вектор скорости, μ — коэффициент вязкости, δ_{ij} — символы Кронекера,

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) + \frac{1}{2}\frac{\partial u_3}{\partial x_i}\frac{\partial u_3}{\partial x_j} - x_3\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_i \partial x_j} \tag{1.4}$$

$u_{1,2}$ — перемещения срединной поверхности, u_3 — прогиб.

Усилия и моменты выражаются через напряжения обычным образом [1].

При получении соотношений упругости принимается:

а) в законе упругости $\sigma_{33}=0$;

б) пренебрегается нелинейными членами от перемещений u_1, u_2, поскольку они при изгибных колебаниях на порядок выше, чем u_3;

в) плоская волна распространяется так, что нормаль совпадает с осью x_1 (в нелинейных членах производные по x_2 удерживаются в основных порядках).

Тогда получим следующие соотношения:

$$T_{11}=\frac{Eh}{1-\nu^2}\left\{\frac{\partial u_1}{\partial x_1}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right)^2+\nu\left[\frac{\partial u_2}{\partial x_2}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_2}\right)^2\right]\right\}+$$

$$+\frac{\mu}{3}\frac{\partial}{\partial t}\left(4\frac{\partial u_1}{\partial x_1}+\frac{\partial u_2}{\partial x_2}\right) \tag{1.5}$$

$$T_{22}=\frac{Eh}{1-\nu^2}\left\{\frac{\partial u_2}{\partial x_2}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_2}\right)^2+\nu\left[\frac{\partial u_1}{\partial x_1}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right)^2\right]\right\}+$$

$$+\frac{\mu}{3}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}+4\frac{\partial u_2}{\partial x_2}\right)$$

$$T_{12}=\frac{Eh}{2(1+\nu)}\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1}+\frac{\partial u_1}{\partial x_2}+\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\frac{\partial u_3}{\partial x_2}\right)+\frac{\mu}{2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2}+\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)$$

$$M_{11}=-D\left[\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2}+\nu\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2}+\frac{4h^2}{45}\gamma_2\nu_1\left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2}\right)^3\right]- \tag{1.6}$$

$$-\frac{\mu h^3}{9}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2}-\frac{1}{2}\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2}\right)$$

$$M_{22}=-D\left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2}+\nu\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2}\right)-\frac{\mu h^3}{9}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2}-\frac{1}{2}\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2}\right)$$

$$M_{12}=-D(1-\nu)\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1\partial x_2}-\frac{\mu h^3}{9}\frac{\partial^3 u_3}{\partial t\partial x_1\partial x_2}$$

$$D=\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)},\qquad \nu_1=\frac{(1-\nu+\nu^2)^2}{(1-\nu)^3}$$

Подставляя (1.6) в (1.1), получим нелинейные уравнения движения пластинки в перемещениях, которые из-за громоздкости не приводятся. Нашей целью является получить из этой системы уравнения для амплитуды и фазы изгибных квазимонохроматических волн, поэтому перемещения пластинки будем искать в виде разложения Стокса

$$u_j=u_j^0+C_je^{2i\tau}+\overline{C}_je^{-2i\tau},\quad j=1,2$$

$$u_3=Ae^{i\tau}+\overline{A}e^{-i\tau} \tag{1.7}$$

$$\tau=\alpha x_1+\beta x_2-\omega t$$

Вид (1.7) обусловлен тем, что перемещения u_1, u_2 при изгибных колебаниях на порядок выше, чем u_3 [4]. Здесь u_j^0 — так называемое среднее течение, которое отсутствует, если задачу рассматривать только в физически нелинейной постановке [1], C_j, $\overline{C}_j$, A, $\overline{A}$ — медленно изменяющиеся функции.

Подставляя (1.5) и (1.7) в (1.1), из первых двух уравнений движения для u_j^0 получим

$$\frac{\partial^2 u_1^0}{\partial x_1^2}+\frac{1-\nu}{2}\frac{\partial^2 u_1^0}{\partial x_2^2}+\frac{1+\nu}{2}\frac{\partial^2 u_2^0}{\partial x_1 \partial x_2}+\alpha^2\frac{\partial}{\partial x_1}|A|^2=\frac{\rho(1-\nu^2)}{E}\frac{\partial^2 u_1^0}{\partial t^2}$$
$$\frac{1+\nu}{2}\frac{\partial^2 u_1^0}{\partial x_1 \partial x_2}+\frac{\partial^2 u_2^0}{\partial x_2^2}+\frac{1-\nu}{2}\frac{\partial^2 u_2^0}{\partial x_1^2}+\nu\alpha^2\frac{\partial}{\partial x_2}|A|^2=\frac{\rho(1-\nu^2)}{E}\frac{\partial^2 u_2^0}{\partial t^2} \tag{1.8}$$

Кроме того, из указанных уравнений также следует, что

$$4\left(1-\frac{h^2\alpha^2}{12}\right)C_1=-i\alpha A^2, \quad C_2=0 \tag{1.9}$$

Уравнение для прогиба будет следующим:

$$D\left[\Delta\Delta u_3+\frac{4h^2}{45}\gamma_2\nu_1\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2}\right)^3\right]+\frac{\mu h^3}{9}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^4 u_3}{\partial x_1^4}+2\frac{\partial^4 u_3}{\partial x_1^2 \partial x_2^2}\right)-$$
$$-\frac{\partial}{\partial x_1}\left(T_{11}\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right)-\frac{\partial}{\partial x_2}\left(T_{12}\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right)+\rho h\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}=0 \tag{1.10}$$

Для упрощения анализа решения (1.8) рассматриваются два класса типичных задач.

I. В задачах стационарной дифракции $\partial/\partial t=0$, $\partial/\partial x_1 \ll \partial/\partial x_2$, следовательно, из (1.8) имеем

$$\frac{\partial u_2^0}{\partial x_2}=-\nu\alpha^2|A|^2, \quad \frac{\partial^2 u_1^0}{\partial x_2^2}=-\alpha^2\frac{\partial}{\partial x_1}|A|^2 \tag{1.11}$$

II. В одномерных по x_1 задачах [4, 5]

$$\frac{\partial}{\partial x_2}=0, \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2}\sim C^2\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}, \quad C=2G_1 k$$

$$G_1=\sqrt{\frac{E}{12\rho(1-\nu^2)}}\,h, \quad k=\alpha, \quad \beta=0$$

и из (1.8) получим

$$u_2^0=0, \quad \frac{\partial u_1^0}{\partial x_1}=-\alpha^2|A|^2\left(1+\frac{h^2\alpha^2}{3}\right) \tag{1.12}$$

На основании (1.5), (1.7), (1.11) и (1.12) для усилий T_{11} и T_{12} соответственно для первого и второго классов задач получим

$$T_{11} = \frac{Eh}{1-\nu^2}\left[\frac{\alpha^4 h^2}{24}\left(A^2 e^{2i\varepsilon} + \overline{A}^2 e^{-2i\varepsilon}\right) + (1-\nu^2)\alpha^2 |A|^2\right]$$

$$T_{12} = \frac{Eh}{2(1+\nu)}\left(\frac{\partial u_1^0}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2^0}{\partial x_1}\right) \tag{1.13}$$

$$T_{11} = \frac{Eh}{1-\nu^2}\left[\frac{\alpha^4 h^2}{24}\left(A^2 e^{2i\varepsilon} + \overline{A}^2 e^{-2i\varepsilon}\right) - |A|^2 \frac{h^2\alpha^4}{3}\right]$$

$$T_{12} = 0 \tag{1.14}$$

Для получения уравнения относительно A (1.7) подставляется в (1.10) с учетом (1.13) и (1.14), при этом удерживаются производные от A по x_1 только до третьего порядка.

Если решение полученного уравнения искать в виде

$$A = \Psi e^{-\omega' t}, \quad \omega' = \frac{\mu h^2 \alpha^4}{18\rho} \tag{1.15}$$

то для комплексной амплитуды Ψ получим

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \left(\frac{d\omega_0}{dk} - i\frac{\mu}{3\rho} h^2 k^3\right)\frac{\partial \Psi}{\partial x_1} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\frac{\mu k^2 h^2}{\rho} + i\frac{d^2\omega_0}{dk^2}\right)\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_1^2} -$$

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu h^2 k^2}{3\rho} - i\frac{d\omega_0}{kdk}\right)\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_2^2} + \frac{3}{\rho h}\varkappa\left(\frac{\mu}{9}h^2 k^4 + 2i\omega_0\rho\right)\Psi|\Psi|^2 e^{-2\omega' t} = 0 \tag{1.16}$$

здесь

$$\omega_0 = G_1 k^2, \quad k = \alpha, \quad \varkappa = \xi + \frac{1}{45}\gamma_2\nu_1 k^4 h^4$$

Для задач первого класса в уравнении (1.16) вместо ξ надо подставить $1-\nu^2$ и отбросить вторые производные по x_1 и производную по t.

Для задач второго класса полагается $\xi = -3/8\, h^2 k^2$ и отбрасываются производные по x_2.

Чтобы получить уравнения модуляций, следует искать Ψ в виде $\Psi = ae^{i\varphi}$, где a — амплитуда и φ — фаза волны. Тогда из (1.16) получим

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{d\omega_0}{dk}\frac{\partial a}{\partial x_1} + \frac{\mu}{3\rho}h^2 k^3 a\frac{\partial \varphi}{\partial x_1} - \frac{1}{6\rho}\mu h^2 k^2\left[\frac{\partial^2 a}{\partial x_1^2} - a\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_1}\right)^2\right] +$$

$$+\frac{1}{2}\frac{d^2\omega_0}{dk^2}\left(2\frac{\partial a}{\partial x_1}\frac{\partial \varphi}{\partial x_1} + a\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2}\right) - \frac{\mu h^2 k^2}{6\rho}\left[\frac{\partial^2 a}{\partial x_2^2} - a\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_2}\right)^2\right] +$$

$$+\frac{1}{2k}\frac{d\omega_0}{dk}\left(2\frac{\partial a}{\partial x_1}\frac{\partial \varphi}{\partial x_2} + a\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2}\right) + \frac{\mu h^2}{3\rho}\varkappa k^4 a^3 e^{-2\omega' t} = 0 \tag{1.17}$$

$$a\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{d\omega_0}{dk}a\frac{\partial \varphi}{\partial x_1} - \frac{\mu h^2 k^3}{3\rho}\frac{\partial a}{\partial x_1} - \frac{1}{2}\frac{d^2\omega_0}{dk^2}\left[\frac{\partial^2 a}{\partial x_1^2} - a\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_1}\right)^2\right] -$$

$$-\frac{\mu k^2 h^2}{6\rho}\left(2\frac{\partial a}{\partial x_1}\frac{\partial \varphi}{\partial x_1} + a\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2}\right) - \frac{\mu h^2 k^2}{6\rho}\left(2\frac{\partial a}{\partial x_2}\frac{\partial \varphi}{\partial x_2} + a\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2}\right) -$$

$$-\frac{1}{2k}\frac{d\omega_0}{dk}\left[\frac{\partial^2 a}{\partial x_2^2} - a\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_2}\right)^2\right] + \frac{6}{h^2}\varkappa a^3\omega e^{-2\omega' t} = 0$$

При исследовании устойчивости квазимонохроматических волн дается возмущение основной волны с амплитудой a_0 и фазой φ_0

$$a = a_0(t) + a', \quad \varphi = \varphi_0(t) + \varphi' \tag{1.18}$$

Тогда из (1.17) получим

$$\begin{gathered}\frac{\partial a_0}{\partial t} + \frac{\varkappa}{3\rho}\mu k^4 a_0^3 e^{-2\omega' t} = 0\\ \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{6}{h^2}\varkappa\omega a_0^2 e^{-2\omega' t} = 0\end{gathered} \tag{1.19}$$

а для возмущенного движения

$$\begin{gathered}\frac{\partial a'}{\partial t} + \frac{d\omega^0}{dk}\frac{\partial a'}{\partial x_1} + \frac{\mu}{3\rho}h^2k^3a_0\frac{\partial \varphi'}{\partial x_1} - \frac{\mu}{6\rho}h^2k^2\frac{\partial^2 a'}{\partial x_1^2} + \frac{1}{2}\frac{d^2\omega_0}{dk^2}a_0\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial x_1^2} -\\ - \frac{\mu}{6\rho}h^2k^2\frac{\partial^2 a'}{\partial x_2^2} + \frac{1}{2k}\frac{d\omega_0}{dk}a_0\frac{\partial^2\varphi'}{\partial x_2^2} + \frac{\mu}{\rho}\varkappa k^4 a_0^2 a' e^{-2\omega' t} = 0\\ a_0\frac{\partial\varphi'}{\partial t} + a'\frac{\partial\varphi_0}{\partial t} + \frac{d\omega_0}{dk}a_0\frac{\partial\varphi'}{\partial x_1} - \frac{\mu}{3\rho}h^2k^3\frac{\partial a'}{\partial x_1} - \frac{1}{2}\frac{d^2\omega_0}{dk^2}\frac{\partial^2 a'}{\partial x_1^2} -\\ - \frac{\mu}{6\rho}k^2h^2a_0\frac{\partial^2\varphi'}{\partial x_1^2} - \frac{\mu}{6\rho}h^2k^2a_0\frac{\partial^2\varphi'}{\partial x_2^2} - \frac{1}{2k}\frac{d\omega_0}{dk}\frac{\partial a'}{\partial x_2^2} +\\ + \frac{18}{h^2}\varkappa\omega a_0^2 a' e^{-2\omega' t} = 0\end{gathered} \tag{1.20}$$

В (1.20) хотя коэффициенты и зависят от t, однако в силу малости диссипации их можно считать медленно меняющимися по длине волны возмущения, поэтому решение можно искать в виде

$$\begin{gathered}a' = F\exp[i(\alpha' x_1 + \beta' x_2 - \Omega t)]\\ \varphi' = \Phi\exp[i(\alpha' x_1 + \beta' x_2 - \Omega t)]\end{gathered} \tag{1.21}$$

Из (1.20) и (1.21) получается следующее дисперсионное уравнение:

$$z^2 - 2Mz - N = 0 \tag{1.22}$$

где

$$z = -i\Omega + i\beta'\frac{d\omega_0}{dk} + \frac{\mu}{6\rho}h^2k^2k_1^2, \quad k_1^2 = (\alpha')^2 + (\beta')^2$$

$$M = \frac{1}{2\rho}\mu\varkappa k^4 a_0^2 e^{-2\omega' t}, \qquad N = N_1 + iN_2$$

$$N_1 = -\frac{\omega_0^2 k_1^2}{k^2}\left[\frac{k_1^2}{k^2} + \frac{12\varkappa}{h^2}a_0^2 e^{-2\omega' t}\right]$$

$$N_2 = \frac{2\mu h^2 k^3}{3\rho}\omega_0\alpha'\left[\frac{k_1^2}{k^2} + \frac{6\varkappa}{h^2}a_0^2 e^{-2\omega' t}\right]$$

Об устойчивости движения будем судить, исходя из (1.22). Движение устойчивое, если $\operatorname{Im}\Omega \leqslant 0$. При отсутствии диссипации ($\mu = 0$) имеем $M = N_1 = 0$ и в адиабатическом приближении условие действительности Ω имеет место для жидкоподобных сред. Для обычных упругих материалов устойчивость будет при такой геометрической нелинейности, при которой $\varkappa > 0$.

Более точное условие устойчивости дает

$$a_0 < -\frac{h^2 k_1^2}{12\varkappa k^2} \tag{1.23}$$

В силу того, что огибающие являются относительно длинноволновыми ($k_1 \ll k$), неравенство (1.23) выполняется лишь для малых a_0.

При выполнении (1.23) или при $N_1 < 0$ условие устойчивости в диссипативной задаче при удержании первых степеней μ дает

$$k_1^3 > \frac{k^2\alpha'\left|\frac{2k_1^2}{k^2} + \frac{12}{h^2}\varkappa a_0^2 e^{-2\omega' t}\right|}{\sqrt{\frac{k_1^2}{k^2} + \frac{12}{h^2}\varkappa a_0^2 e^{-2\omega' t}}} \tag{1.24}$$

При обратном знаке неравенства получится условие неустойчивости. Усиленное условие неустойчивости имеет вид

$$k_1^6 < 4(\alpha')^2 k^4\left[\frac{k_1^2}{k^2} + \frac{12}{h^2}\varkappa a_0^2\right] \tag{1.25}$$

В силу того, что $k_1 \ll k$, из (1.25) можно получить при $\alpha' = 0$ (то есть при наличии продольных возмущений)

$$\left(\frac{k_1}{k}\right)^2 > -\frac{12\varkappa a_0^2}{h^2} \tag{1.26}$$

что совпадает с (1.23), то есть при наличии устойчивости недиссипативных волн будет неустойчивым волновое движение диссипативной задачи.

Рассмотрим теперь случай, когда (1.23) не выполняется, то есть $N_1 > 0$. Условие устойчивости в диссипативной задаче $\operatorname{Im}\Omega \leqslant 0$

$$\mu h^2 k^2 k_1^2 > 6\rho\sqrt{N_1} \tag{1.27}$$

что для малых μ не выполняется, то есть снова волна будет неустойчивой.

Рассматриваемые условия имеют место при $\alpha' \neq 0$. При $\alpha' = 0$, то есть для поперечных возмущений, волны устойчивы, если выполняется (1.23).

Таким образом, для чисто поперечных возмущений условие устойчивости диссипативных и недиссипативных волн одинаковы.

Исследование устойчивости стационарных волн ($\partial/\partial t = \partial^2/\partial x_2^2 = 0$) показывает, что движение всегда неустойчивое.

ԱՌԱՁԳԱՄԱԾՈՒՑԻԿ ՍԱԼՈՒՄ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՏԱՐԱԾՄԱՆ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՀԱՐՑԻ ՄԱՍԻՆ

Ա. Գ. ԲԱԳԴՈԵՎ, Լ. Ա. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ

Ամփոփում

Մեծ ճկվածքներով ոչ գծային նյութից սալի համար դուրս են բերվում քվազիմոնոխրոմատիկ ծռման ալիքների մոդուլյացիաների հավասարումները։ Դիսիպացիան հաշվի է առնվում Ֆոխտի վարկածի համաձայն։ Հիմքում դրվում է սալերի դասական տեսությունը։

Ուսումնասիրված են ալիքների տարածման կայունության պայմանները։ Երկայնական գրգռումների ալիքների համար ստացվում է, որ դիսիպացիայի առկայության դեպքում միշտ տեղի ունի անկայունություն, իսկ լայնական կայունության պայմանները դիսիպացիայի առկայության և բացակայության դեպքում միևնույնն են։

ON THE QUESTION OF STABILITY OF PROPAGATION OF NONLINEAR WAVES IN THE VISCOELASTIC PLATE

A. G. BAGDOEV, L. A. MOVSISIAN

Summary

The modulation equations for quasi-monochromatic bending waves in the plate from nonlinear elastic material with large flexures are derived. The dissipation is taken into account according to Voigt's hypothesis. The classical theory of plates is at it's foundation.

The stability conditions of wave propagation are studied. For longitudinal wave disturbance it becomes clear that in the presence of dissipation instability always exists and the transversal stability conditions in the presence or absence of dissipation are the same.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вольмир А. С.* Нелинейная динамика пластинок и оболочек. М.: Наука, 1972.
2. *Каудерер Г.* Нелинейная механика. М.: ИЛ, 1961.
3. *Ландау Л. Д. и Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М.: ГИТТЛ, 1954.
4. *Багдоев А. Г., Мовсисян Л. А.* Уравнение модуляций в нелинейных диспергирующих средах и их применение к волнам в тонких телах.— Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1980, т. 33, № 3.
5. *Багдоев А. Г., Мовсисян Л. А.* Некоторые вопросы распространения квазимонохроматических нелинейных волн в пластинках и оболочках. Тр. XII Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин, т. 1, Ереван, 1980.

Институт механики
АН Армянской ССР

Поступила в редакцию
8.IX.1981