

К ТЕОРИИ ВЯЗКО-ПЛАСТИЧНОСТИ НЕОДНОРОДНО-СТАРЕЮЩИХ ТЕЛ

АРУՄՈՆՅԱՆ Ն. Խ., ԻՎԼԵՎ Դ. Ժ.

Теория идеальной пластичности [1, 2], а также современные теории изотропного и кинематического упрочнения [3—5] не учитывают изменение со временем механических свойств пластического материала, из которого изготовлены элементы конструкции. Развитию теории пластичности стареющих сплавов, которые характеризуются нестабильностью своего физико-химического состава и структуры, посвящены работы [6, 7]. Обзор литературы по вопросам механики вязко-пластических сред имеется в [8, 9]. В работах [10—12] развита теория ползучести неоднородно-ста-реющих тел.

Ниже приводятся определяющие соотношения для двух простейших моделей неоднородно-ста-реющих вязко-пластических тел. Материал для простоты предполагается несжимаемым.

Рассмотрим соотношения теории течения идеальных жесткопластиче-ских тел при условии текучести Мизеса:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \lambda s_{ij}, \quad \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} = k^2 \quad (1.1)$$

Здесь $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ — компоненты тензора скорости пластической деформации, s_{ij} — компоненты девiatora напряжения, λ — коэффициент пропорцио-нальности в ассоциированном законе течения, k — предел текучести при чистом сдвиге.

Соотношения (1.1) можно представить в следующем виде:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \sqrt{I_2} \frac{s_{ij}}{k}, \quad \frac{1}{2} \frac{s_{ij}}{k} \frac{s_{ij}}{k} = 1 \quad (1.2)$$

где $I_2 = \frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p$ — второй инвариант тензора скорости пластической деформации. Реологическое поведение тела, описываемое уравнениями (1.2), является независимым от времени и истории нагружения.

Однако, для описания напряженно-деформированного состояния кон-струкций, построенных из стареющих материалов, физико-механические свойства которых изменяются с течением времени, необходимо учитывать зависимость величины предела текучести от возраста материала. Учет это-го фактора приобретает первостепенное значение при описании деформа-

ционных процессов, протекающих медленно во времени, например, при определении длительной прочности элементов конструкций.

Простейшая модель, учитывающая изменение со временем предела текучести материала, может быть определена следующими соотношениями:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p(t) = \sqrt{I_2(t)} \frac{s_{ij}(t)}{k(t)}, \quad \frac{1}{2} \frac{s_{ij}(t)}{k(t)} \frac{s_{ij}(t)}{k(t)} = 1 \quad (1.3)$$

При формулировке краевой задачи теории вязко-пластичности определяющие уравнения для описания механического поведения рассматриваемого тела могут быть приняты в форме (1.3) при условии, что тело или конструкция были изготовлены или возведены за промежуток времени, пренебрежимо малый по сравнению с характерной продолжительностью процесса его деформирования. В этом случае говорят, что предел текучести подвержен однородному старению, то есть для любого фиксированного возраста материала он во всех точках тела имеет одинаковую величину, изменяющуюся во времени по одному и тому же закону.

Если же в процессе нагружения тело дискретно или непрерывно наращивается элементами из материала различного возраста, то модель, описываемая уравнениями (1.3), позволяет обобщить ее на случай вязко-пластического тела с неоднородно-стареющим пределом текучести.

Под неоднородностью старения здесь понимается следующее: предел текучести различных элементов рассматриваемого тела изменяется по одному и тому же временному закону, но с тем или иным запаздыванием, зависящим от возраста материала данного элемента тела.

Тогда определяющие уравнения для вязко-пластического тела с неоднородно-стареющим пределом текучести будут

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p(t) = \sqrt{I_2(t)} \frac{s_{ij}(t)}{k(t+x(r))}, \quad \frac{1}{2} \frac{s_{ij}(t)}{k(t+x(r))} \frac{s_{ij}(t)}{k(t+x(r))} = 1 \quad (1.4)$$

Здесь $r = \{x_1, x_2, x_3\}$ — радиус-вектор точки тела, $x(r)$ — функция неоднородного старения, характеризующая закон изменения возраста материала в элементах стареющего пластического тела в зависимости от пространственных координат относительно элемента с координатами $r = \{0, 0, 0\}$

Если неоднородно-стареющее вязко-пластическое тело обладает «памятью», то в соотношения (1.4) аналогично тому, как это сделано в работе [11], необходимо включить линейный наследственный оператор, позволяющий учесть эффект последствия в процессе деформирования. Определяющие соотношения теории идеальной вязко-пластичности для неоднородно-стареющих тел с «памятью» можно представить в форме

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p(t) = \sqrt{I_2(t)} \left\{ \frac{s_{ij}(t)}{k(t+x(r))} + \int_{\tau_0}^t s_{ij}(\tau) Q(t+x(r), \tau+x(r)) d\tau \right\} \quad (1.5)$$

$$\frac{1}{2} \left\{ \frac{s_{ij}(t)}{k(t+x(r))} + \int_{\tau_0}^t s_{ij}(\tau) Q(t+x(r), \tau+x(r)) d\tau \right\}^2 = 1$$

где τ_0 — момент приложения напряжений к телу, $Q(t, \tau)$ — ядро наследственного оператора. В частном случае можно принять:

$$Q(t+x(r), \tau+x(r)) = \frac{d}{d\tau} \left[\frac{1}{k(\tau+x(r))} \right]$$

Заметим, что здесь, как и в предыдущей модели, предел текучести материала зависит как от момента наблюдения, так и от пространственных координат, поскольку процесс естественного или искусственного старения в рассматриваемом теле протекает неодинаково во всех его элементах.

В работе [4] предложена теория пластичности с трансляционным механизмом упрочнения. Представим исходные соотношения этой теории в виде

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{\sqrt{I_2}}{k} (s_{ij} - \alpha \varepsilon_{ij}^p), \quad \frac{1}{2} (s_{ij} - \alpha \varepsilon_{ij}^p)^2 = k^2 \quad (1.6)$$

где α — постоянная, характеризующая величину линейного упрочнения в модели А. Ю. Ишлинского, ε_{ij}^p — компоненты тензора пластической деформации.

Вводя в соотношениях (1.6) величину $h = \alpha/k$, запишем их следующим образом:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \sqrt{I_2} \left(\frac{s_{ij}}{k} - h \varepsilon_{ij}^p \right), \quad \frac{1}{2} \left(\frac{s_{ij}}{k} - h \varepsilon_{ij}^p \right)^2 = 1 \quad (1.7)$$

Полагая, что деформируемое тело изготовлено из однородно-старяющегося вязко-пластического материала, для описания его механического поведения будем иметь следующие определяющие соотношения:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{ij}^p(t) &= \sqrt{I_2(t)} \left[\frac{s_{ij}(t)}{k(t)} - h(t) \varepsilon_{ij}^p(t) \right] \\ \frac{1}{2} \left[\frac{s_{ij}(t)}{k(t)} - h(t) \varepsilon_{ij}^p(t) \right]^2 &= 1 \end{aligned} \quad (1.8)$$

А для вязко-пластического тела с трансляционным упрочнением, изготовленного из неоднородно-старяющегося материала, определяющие соотношения будут:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{ij}^p(t) &= \sqrt{I_2(t)} \left[\frac{s_{ij}(t)}{k(t+x(r))} - h(t+x(r)) \varepsilon_{ij}^p(t) \right] \\ \frac{1}{2} \left[\frac{s_{ij}(t)}{k(t+x(r))} - h(t+x(r)) \varepsilon_{ij}^p(t) \right]^2 &= 1 \end{aligned} \quad (1.9)$$

Если неоднородно-старяющееся трансляционно-упрочняющееся вязко-пластическое тело обладает еще и «памятью», то определяющие уравнения для такого тела, позволяющие учесть влияние истории его деформирования на напряженное состояние этого тела, можно представить в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}^P(t) = & \sqrt{I_2(t)} \left\{ \frac{s_{ij}(t)}{k(t+x(r))} - h(t+x(r)) \varepsilon_{ij}^P(t) + \right. \\ & \left. + \int_{\tau}^t [s_{ij}(\tau) Q(t+x(r), \tau+x(r)) - \varepsilon_{ij}^P(\tau) P(t+x(r), \tau+x(r))] d\tau \right\} \\ & \frac{1}{2} \left\{ \frac{s_{ij}(t)}{k(t+x(r))} - h(t+x(r)) \varepsilon_{ij}^P(t) \right\} + \\ & + \int_{\tau}^t [s_{ij}(\tau) Q(t+x(r), \tau+x(r)) - \varepsilon_{ij}^P(t) P(t+x(r), \tau+x(r))] d\tau \Big|_{\tau}^{\infty} = 1 \end{aligned} \quad (1.10)$$

Ядро $P(t, \tau)$ в этих соотношениях в частном случае может быть выбрано так:

$$P(t+x(r), \tau+x(r)) = \frac{d}{d\tau} h(\tau+x(r))$$

Уравнения (1.10) можно рассматривать как определяющие соотношения наследственной теории вязко-пластичности для неоднородно-стареющих тел с трансляционным механизмом упрочнения.

Ե. Խ. ՆԱՐԱՌՅՈՒՆՅԱՆ, Գ. Գ. ԽՎԵՎ

ԱՆՀԱՄԱՍՆՈՒ ԾԵՐԱՅՈՂ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ՄԱՆՈՒՑԻԿՈՂԱՍՏԻԿՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ա մ փ ո փ ու մ

Իդեալական պլաստիկության տեսությունը [1,2], ինչպես նաև իդոտրոպ և կինեմատիկական ամրապնդման ժամանակակից տեսությունները [3—5], հաշվի չեն առնում ժամանակի ընթացքում այն պլաստիկական նյութի մեխանիկական հատկությունների փոփոխությունը, որից պատրաստված են կոնստրուկցիայի էլեմենտները:

Իրենց ֆիզիկա-քիմիական բաղադրության և կառուցվածքի անկայունությամբ բնորոշվող ձերացող համաձուլվածքների պլաստիկության տեսության զարգացման հարցերին են նվիրված [6,7] աշխատանքները:

Պլաստիկական միջավայրերի մեխանիկայի հարցերին նվիրված գրականության քննարկումները բերվում են [8,9] աշխատանքներում, իսկ անհամասեռ ձերացող մարմինների սողքի տեսությունը զարգացվել է [10—12] աշխատանքներում:

Ներկա աշխատանքում բերվում են անհամասեռ ձերացող մածուցիկ-պլաստիկական մարմինների երկու սարղագույն մոդելների համար որոշիչ հավասարումները: Պարզության համար նյութը ենթադրվում է շահված:

ON THE THEORY OF PLASTICITY OF HETEROGENEOUSLY AGEING BODIES

N. CH. ARUTUNIAN, D. D. IVLEV

S u m m a r y

The theory of ideal plasticity [1, 2] as well as the modern theories of isotropic and kinematic hardening [3—5] neglect the time change of mechanical properties of plastic material from which constructions elements are made. The papers [6, 7] are devoted to the development of the theory of plasticity of ageing alloys, which are characterized for their nonstability of physico-chemical composition and structure. Survey of literature concerning the mechanics of plastic medium is given in [8, 9]. The theory of creep of heterogeneously ageing bodies is developed in papers [10—12].

In the present paper certain correlations for two simple models of heterogeneously ageing plastic bodies are adduced. For simplicity the material is proposed as uncompressed.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прагер В., Ходж Ф. Теория идеально пластических тел. М.: ИЛ, 1956.
2. Ивлев Д. Д. Теория идеальной пластичности. М.: Наука, 1966.
3. Ильюшин А. А. Пластичность. М.: Изд-во АН СССР, 1963.
4. Ишлинский А. Ю. Общая теория пластичности с линейным упрочнением.— Укр. матем. ж., 1954, № 3.
5. Ивлев Д. Д., Быковцев Г. И. Теория упрочняющегося пластического тела. М.: Наука, 1971.
6. Арутюнян Р. А. К теории пластичности стареющих сплавов.— В сб.: Исследования по упругости и пластичности, вып. 12, Изд-во АГУ, 1978, № 4.
7. Арутюнян Р. А., Каменцева Э. П. Упрочнение стареющих сплавов.— Изв. АН СССР, МТТ, 1976, № 4.
8. Пэжина П. Основные вопросы вязкопластичности. М.: Мир, 1968.
9. Коларов Д., Балтов А., Бончева Н. Механика пластических сред. М.: Мир, 1979.
10. Арутюнян Н. Х. Некоторые задачи теории ползучести для неоднородно-стареющих тел. Изв. АН СССР, МТТ, 1976, № 3.
11. Арутюнян Н. Х. О теории ползучести для неоднородно наследственно-стареющих сред. Докл. АН СССР, 1976, т. 229, № 3.
12. Арутюнян Н. Х. Теория ползучести неоднородно-стареющих тел. Препринт ИПМ АН СССР, № 170, 1981.

Институт механики АН Армянской ССР
Всесоюзный заочный политехнический
институт

Поступила в редакцию
1. IX. 1981