ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXXV, № 4, 1982 Механика

КРУГЛАЯ ПЛАСТИНКА МИНИМАЛЬНОГО ОБЪЕМА ИЗ ИДЕАЛЬНО-ПЛАСТИЧЕСКОГО ОРТОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА, РАБОТАЮЩАЯ В ПОЛЕ ДЕЙСТВИЯ ОБЪЕМНЫХ СИЛ

МИНАСЯН В. Н.

Использованием достаточных условий Друкера-Шилда [1] определение толщины однослойной идеально-пластической ортотропной пластинки минимального объема, работающей в поле действия объемных сил, сводится к решению краевой задачи для нелинейного интегро-дифференциального уравнения относительно скорости прогиба пластинки. Отыскивается пластинка гладкой формы. Следуя А. А. Ильюшину, путем введения неизвестной постоянной и специальных обозначений эта краевая задача сводится к задаче Коши для системы трех обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка относительно безразмерных функций. Выясняется асимптотическое поведение решения вблизи центра пластинки. Приводятся примеры решения с необходимыми иллюстрациями.

1. Пусть круглая однослойная пластинка радиуса R несет равномерно распределенную поперечную нагрузку интенсивности q и находится в поле действия объемных сил плотности γ. Материал пластинки обладает свойством цилиндрической ортотропии и его поведение за пределами упругости описывается законом течения, ассоциированным с поверхностью Мизеса-Хилла [2]. Целью работы является определение толщины гладкой пластинки $2h$, которая при данной нагрузке и плотности объемных сил в предельном состоянии обеспечивает минимальный объем.

Известно [5, 6, 7, 8], что однослойная пластинка наименьшего объема без особых ограничений вырождается в систему очень тонких и высоких ребер, объем которой равен нулю. Можно путем соответствующих ограничений получить реальную ребристую конструкцию.

В настоящей статье оптимальная пластинка отыскивается в классе «безребристых» пластинок.

Начало цилиндрической системы координат r, θ, z выберем в центре срединной плоскости пластинки, а ось z направим вертикально вниз.

Основные положения классической теории изгиба упругих тонких пластин считаются справедливыми и при пластическом изгибе.

Дифференциальное уравнение равновесия элемента пластинки имеет вид [3]:

$$\frac{dM_r}{dr}+\frac{M_r-M_\theta}{r}+\frac{qr}{2}+\frac{2\gamma}{r}\int\limits_0^r hrdr=0 \qquad (1.1)$$

где

$$M_r = \int_{-h}^{h} \sigma_r z dz, \quad M_\theta = \int_{-h}^{h} \sigma_\theta z dz \tag{1.2}$$

изгибающие моменты в сечениях $r = \text{const}$ и $\theta = \text{const}$. Компоненты скоростей деформации в радиальном и кольцевом направлениях определяются формулами [3]

$$\xi_r = z\varkappa_r, \quad \xi_\theta = z\varkappa_\theta \tag{1.3}$$

где

$$\varkappa_r = -\frac{d^2 w}{dr}, \quad \varkappa_\theta = -\frac{1}{r}\frac{dw}{dr} \tag{1.4}$$

— скорости изменения радиальной и кольцевой кривизны соответственно, w — скорость прогиба пластинки.

Считая, что материал — идеально-пластический и в каждой точке пластинки имеются три главных направления анизотропии, совпадающие с направлениями координатных линий, условие текучести в пространстве изгибающих моментов представим в виде [2]

$$f = (G+H)\, M_r^2 - 2HM_r M_\theta + (F+H)\, M_\theta^2 - h^4 = 0 \tag{1.5}$$

С помощью ассоциированного закона течения и условия текучести (1.5) для скоростей кривизн и изгибающих моментов пластинки получим

$$\begin{aligned} \varkappa_r &= \mu \frac{\partial f}{\partial M_r}, & M_r &= \frac{1}{\mu}\frac{(F+H)\,\varkappa_r + H\varkappa_\theta}{FG+GH+HF} \\ \varkappa_\theta &= \mu \frac{\partial f}{\partial M_\theta}, & M_\theta &= \frac{1}{\mu}\frac{(G+H)\,\varkappa_\theta + H\varkappa_r}{FG+GH+HF} \end{aligned} \tag{1.6}$$

где

$$\mu = \frac{1}{h^2}\sqrt{\frac{(F+H)\,\varkappa_r^2 + 2H\varkappa_r\varkappa_\theta + (G+H)\,\varkappa_\theta^2}{FG+GH+HF}} \tag{1.7}$$

Известно [1], что если при заданных нагрузках и плотности объемных сил пластинка находится в предельном состоянии и существует такое поле кинематически допустимых скоростей обобщенных деформаций, связанных с обобщенными усилиями ассоциированным законом течения, при котором производная скорости модифицированной диссипации удельной энергии по толщине принимает постоянное положительное значение во всей пластинке, то такая пластинка имеет минимальный объем.

Вышеупомянутое условие в случае осесимметричного поперечного изгиба пластинки можно записать в виде

$$\frac{1}{2}\frac{\partial D}{\partial h} - \gamma w = k = \text{const} > 0 \tag{1.8}$$

где k — положительная постоянная, D — скорость диссипации энергии единичной площади срединной плоскости пластинки

$$D = M_r \varkappa_r + M_\theta \varkappa_\theta \tag{1.9}$$

С учетом (1.6) из (1.9) можно записать

$$D = \mu [(G + H) M_r^2 - 2HM_r M_\theta + (F + H) M_\theta^2] \tag{1.10}$$

Далее, из (1.5) и (1.10) следует, что

$$D = \mu h^1 \tag{1.11}$$

Подставляя из (1.7) значение μ в (1.11), для скорости диссипации энергии получим следующее выражение через скорости кривизн $\varkappa_r$ и $\varkappa_\theta$:

$$D = h^2 \sqrt{\frac{(F + H) \varkappa_r^2 + 2H\varkappa_r \varkappa_\theta + (G + H) \varkappa_\theta^2}{FG + GH + HF}} \tag{1.12}$$

Для полутолщины пластинки h с учетом (1.8) и (1.12) получим

$$h = (k + \gamma w) \frac{\sqrt{FG + GH + HF}}{\sqrt{(F + H) \varkappa_r^2 + 2H\varkappa_r \varkappa_\theta + (G + H) \varkappa_\theta^2}} \tag{1.13}$$

Из (1.7) и (1.13) следует

$$\mu = \frac{1}{(k + \gamma w)^2} \left[\frac{(F + H) \varkappa_r^2 + 2H\varkappa_r \varkappa_\theta + (G + H) \varkappa_\theta^2}{FG + GH + HF} \right]^{3/2} \tag{1.14}$$

Введем следующие обозначения:

$$\alpha_1 = \frac{F + H}{\sqrt{FG + GH + HF}}, \qquad \alpha_2 = \frac{G + H}{\sqrt{FG + GH + HF}} \tag{1.15}$$

$$\alpha_3 = \frac{H}{\sqrt{FG + GH + HF}}, \qquad \alpha = (FG + GH + HF)^{1/4}$$

С учетом этих обозначений имеем

$$M_r = \alpha (k + \gamma w)^2 \frac{\alpha_1 \varkappa_r + \alpha_3 \varkappa_\theta}{(\alpha_1 \varkappa_r^2 + 2\alpha_3 \varkappa_r \varkappa_\theta + \alpha_2 \varkappa_\theta^2)^{3/2}}$$

$$M_\theta = \alpha (k + \gamma w)^2 \frac{\alpha_2 \varkappa_\theta + \alpha_3 \varkappa_r}{(\alpha_1 \varkappa_r^2 + 2\alpha_3 \varkappa_r \varkappa_\theta + \alpha_2 \varkappa_\theta^2)^{3/2}} \tag{1.16}$$

$$h = \alpha (k + \gamma w) \frac{1}{(\alpha_1 \varkappa_r^2 + 2\alpha_3 \varkappa_r \varkappa_\theta + \alpha_2 \varkappa_\theta^2)^{1/2}} \tag{1.17}$$

Подставляя выражения изгибающих моментов (1.16) и толщины пластинки (1.17) в дифференциальное уравнение равновесия (1.1), после некоторых выкладок получим

$$
\left[(\alpha_1\alpha_2 - 3\alpha_3^2)\varkappa_\theta^2 - 4\alpha_1\alpha_3\varkappa_r\varkappa_\theta - 2\alpha_1^2\varkappa_r^2\right]\frac{d\varkappa_r}{dr} - \left[2\alpha_1\alpha_3\varkappa_r^2 + (\alpha_3^2 + 3\alpha_1\alpha_2)\varkappa_r\varkappa_\theta + \right.
$$

$$
\left. + 2\alpha_2\alpha_3\varkappa_\theta^2\right]\frac{d\varkappa_\theta}{dr} + \frac{1}{r}\left[(\alpha_1 - \alpha_3)\varkappa_r + (\alpha_3 - \alpha_2)\varkappa_\theta\right](\alpha_1\varkappa_r^2 + 2\alpha_3\varkappa_r\varkappa_\theta + \alpha_2\varkappa_\theta^2) -
$$

$$
- \frac{2\gamma r\varkappa_\theta}{k + \gamma w}(\alpha_1\varkappa_r + \alpha_3\varkappa_\theta)(\alpha_1\varkappa_r^2 + 2\alpha_3\varkappa_r\varkappa_\theta + \alpha_2\varkappa_\theta^2) + \tag{1.18}
$$

$$
+ \frac{(\alpha_1\varkappa_r^2 + 2\alpha_3\varkappa_r\varkappa_\theta + \alpha_2\varkappa_\theta^2)^{5/2}}{(k + \gamma w)^2}\left[\frac{qr}{2} + \frac{2\gamma}{r}\int_0^r \frac{(k + \gamma w)\,r\,dr}{\sqrt{\alpha_1\varkappa_r^2 + 2\alpha_3\varkappa_r\varkappa_\theta + \alpha_2\varkappa_\theta^2}}\right] = 0
$$

К этому уравнению следует добавить ограниченность скорости прогиба в центре пластинки и граничные условия, которые имеют вид:

а) при шарнирном опирании

$$
w\big|_{r=R} = M_r\big|_{r=R} = 0 \tag{1.19}
$$

б) при защемлении

$$
w\big|_{r=R} = \frac{dw}{dr}\bigg|_{r=R} = 0 \tag{1.20}
$$

Таким образом, задача определения толщины ортотропной идеально-пластической однослойной пластинки минимального объема, работающей в поле действия объемных сил, при гладкой поверхности текучести материала свелась к краевой задаче для нелинейного интегро-дифференциального уравнения третьего порядка относительно скорости прогиба (1.18) с соответствующими граничными условиями (1.19) или (1.20).

2. Решение полученной выше краевой задачи связано с большими трудностями. Пользуясь осесимметричностью, можно задачу свести к задаче Коши, которая решается существенно проще. С этой целью, следуя [3], введем обозначения

$$
r = ce^{\rho}, \quad \overline{w} = \frac{w}{\alpha kR}, \quad \overline{q} = \frac{\alpha q}{2}\frac{R^2}{c^2}, \quad \overline{\gamma} = \alpha R\gamma \tag{2.1}
$$

где ρ — новая безразмерная переменная, c — неизвестная постоянная.

С учетом (2.1) уравнение (1.18) запишем в виде системы

$$
\frac{d\overline{w}}{d\rho} = \varkappa, \quad \frac{d\varkappa}{d\rho} = v
$$

$$
\frac{dv}{d\rho} = -2\varkappa - 3v + \frac{1}{\alpha_1 B - 3B_1^2}\left\{\frac{2\overline{\gamma}BB_1\varkappa}{1 + \overline{\gamma}\overline{w}} + B(B_2 - B_1) + \right. \tag{2.2}
$$

$$
\left. + (\alpha_3 B - 3B_1B_2)(2\varkappa + v) - \frac{B^{5/2}e^{2\rho}}{(1 + \overline{\gamma}\overline{w})^2}\left[\overline{q} - 2\overline{\gamma}e^{2\rho}\int_{-\infty}^{\rho}\frac{(1 + \overline{\gamma}\overline{w})e^{-4\rho}}{B^{1/2}}\,d\rho\right]\right\}
$$

где приняты обозначения

$$
\begin{gathered}
B=\alpha_1(\varkappa+v)^2-2\alpha_3\varkappa(\varkappa+v)+\alpha_2\varkappa^2 \\
B_1=\alpha_3\varkappa-\alpha_1(\varkappa+v), \quad B_2=\alpha_2\varkappa-\alpha_3(\varkappa+v)
\end{gathered} \tag{2.3}
$$

Граничные условия в новых обозначениях примут вид:

а) при шарнирном опирании

$$
\left.\overline{w}\right|_{\rho=\rho_a}=0, \qquad \left.B_1B^{-3/2}\right|_{\rho=\rho_a}=0 \tag{2.4}
$$

б) при защемлении

$$
\left.\overline{w}\right|_{\rho=\rho_a}=0, \qquad \left.\frac{d\overline{w}}{d\rho}\right|_{\rho=\rho_a}=0 \tag{2.5}
$$

Полутолщина и объем пластинки определяются формулами

$$
\frac{h}{R}=\frac{1+\overline{\gamma}\overline{w}}{B^{1/2}}\,e^{2(\rho_a-\rho)}, \qquad \frac{V}{4\pi R^3}=e^{4\rho_a}\int_{\rho_a}^{\infty}(1+\overline{\gamma}\overline{w})B^{-1/2}e^{-4\rho}\,d\rho \tag{2.6}
$$

где ρ_a — значение аргумента, при котором удовлетворяются соответствующие граничные условия.

Так как в силу введения неизвестной постоянной c внешняя кромка пластинки становится неизвестной, то для системы (2.2) можно решить задачу Коши. В качестве начальных условий служат значения искомых функций в центре пластинки $\overline{w}$, $\varkappa$ и v. Численное интегрирование системы (2.2) продолжается до того значения аргумента ρ_a, при котором одновременно удовлетворяются соответствующие граничные условия. В отличие от случая отсутствия объемных сил для этого необходимо повторить численное интегрирование при разных начальных значениях для $\overline{w}$. Так как безразмерная нагрузка $\overline{q}$ в себе содержит неизвестную постоянную $c=Re^{\rho_a}$, то после определения ρ_a можно вычислить значения действительной нагрузки q. Так как центру пластинки соответствует бесконечно большое значение аргумента $\rho=\infty$, то для реализации численного интегрирования необходимо предварительно выяснить асимптотическое поведение решения при стремлении ρ к бесконечности и определить значения $\overline{w}$, $\varkappa$ и v для конечного, достаточно большого ρ_0. Безразмерную скорость прогиба $\overline{w}$ для больших ρ ищем в виде

$$
\overline{w}=\overline{w}_0(1-e^{-x\rho}) \tag{2.7}
$$

Подставляя это выражение в систему уравнений (2.2), замечаем, что для ее удовлетворения при $\rho\to\infty$ необходимо выполнение неравенства

$$
1<x<\frac{7}{3} \tag{2.8}
$$

Имея ввиду это условие, приходим к следующему алгебраическому уравнению четвертой степени относительно x:

$$
\begin{gathered}
2\alpha_1^2x^4+(7\alpha_1\alpha_3-11\alpha_1^2)\,x^3+(21\alpha_1^2+6\alpha_3^2+3\alpha_1\alpha_2-30\alpha_1\alpha_3)\,x^2+\\
+(39\,\alpha_1\alpha_3+5\alpha_2\alpha_3-9\,\alpha_1\alpha_2-17\,\alpha_1^2-18\,\alpha_3^2)\,x+\\
+5\alpha_1^2+\alpha_2^2+12\,\alpha_3^2+6\,\alpha_1\alpha_2-16\,\alpha_1\alpha_3-8\,\alpha_2\alpha_3=0
\end{gathered}
\tag{2.9}
$$

Следует заметить, что в это уравнение не входит плотность объемных сил γ, в результате чего асимптотическое поведение решения вблизи центра пластинки зависит только от характера анизотропии материала. Система уравнений (2.2) удовлетворяется для любого значения $\overline{w}_0$. Это естественно, так как значение $\overline{w}_0$ зависит также от граничных условий.

С целью определения $\overline{w}_0$ необходимо повторить численное интегрирование для разных $\overline{w}_0$ пока одновременно не удовлетворятся граничные условия задачи.

3. Рассмотрим следующие конкретные примеры:

а) $\sigma_{zr}/\sigma_{zz}=3/2,\ \sigma_{z\theta}/\sigma_{zz}=2/3$

б) изотропный материал

в) $\sigma_{zr}/\sigma_{zz}=2/3,\ \sigma_{z\theta}/\sigma_{zz}=1$

Вычисляя из (1.15) α_1, α_2, α_3 и подставляя их значения в характеристическое уравнение (2.9), получим

$$\text{а) } x=2.2951;\quad \text{б) } x=2;\quad \text{в) } x=1.6621$$

Остальные три корня для всех перечисленных случаев не удовлетворяют условию (2.8), поэтому отбрасываются. Из (2.7) для поведения решений системы (2.2) в окрестности центра пластинки имеем

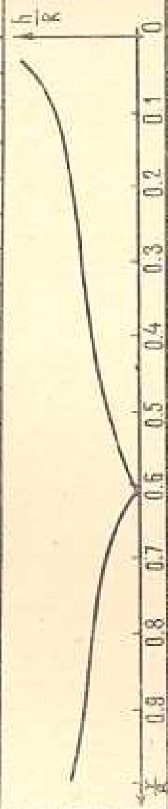
$$
\begin{aligned}
&\text{а)}\quad \overline{w}=\overline{w}_0(1-e^{-2.2951\rho}),\quad \varkappa=2.2951\,\overline{w}_0e^{-2.2951\rho},\quad v=-2.2951\,\varkappa\\
&\text{б)}\quad \overline{w}=\overline{w}_0(1-e^{-2\rho}),\quad \varkappa=2\overline{w}_0e^{-2\rho},\quad v=-4\overline{w}_0e^{-2\rho}\\
&\text{в)}\quad \overline{w}=\overline{w}_0(1-e^{-1.6621\rho}),\quad \varkappa=1.6621\overline{w}_0e^{-1.6621\rho},\quad v=-1.6621\,\varkappa
\end{aligned}
\tag{3.1}
$$

Имея в виду (2.7), (3.1) и (2.6), заметим, что в случае а) толщина пластинки в центре становится бесконечно большой, в случае б) принимает определенное ограниченное значение, а в случае в) превращается в нуль.

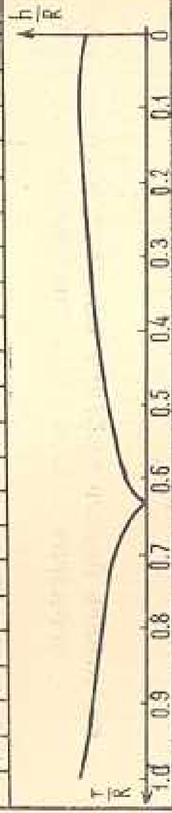
В табл. 1 приведены некоторые результаты решения задачи защемленной по контуру пластинки, несущей равномерно распределенную нагрузку и находящейся под действием объемных сил данной плотности. В последних столбцах таблицы представлены соответствующие графики изменения безразмерной полутолщины пластинки.

Вычисления были проведены также для случая отсутствия объемных сил. Результаты совпали с ранее полученными результатами [4]. В табл. 2

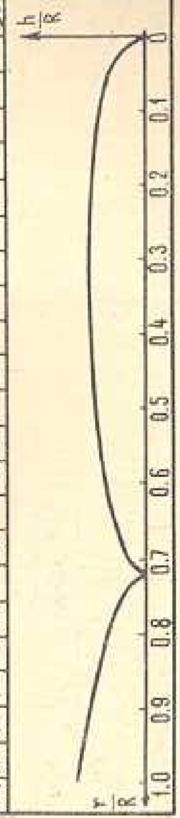
$\sigma_{sR}/\sigma_{sz}=\frac{3}{2}$, $\sigma_{s\theta}/\sigma_{sz}=\frac{2}{3}$; $\gamma R/\sigma_{sz}=0.05$, $q/\sigma_{sz}=0.1495$; $V/4\pi R^3=0.02806$				
r/R	$\bar{W}$	χ	V	$10^2 h/R$
0	1.51	0	0	∞
0.05	1.51	0.006	-0.01	13.16
0.1	1.5	0.03	-0.06	10.71
0.15	1.48	0.07	-0.17	9.42
0.2	1.45	0.14	-0.33	8.52
0.25	1.41	0.24	-0.55	7.78
0.3	1.36	0.36	-0.86	7.11
0.35	1.29	0.53	-1.28	6.46
0.4	1.2	0.73	-1.85	5.79
0.45	1.1	0.99	-2.63	5.05
0.5	0.98	1.33	-3.82	4.18
0.55	0.84	1.78	-6.04	3.06
0.6	0.65	2.59	-18.3	1.07
0.607	0.62	2.93	$-\infty$ / $+\infty$	0
0.65	0.46	2.11	6.38	2.71
0.7	0.32	1.7	4.94	4.0
0.75	0.21	1.37	4.64	5.0
0.8	0.13	1.07	4.65	5.87
0.85	0.08	0.79	4.8	6.65
0.9	0.04	0.51	5.03	7.37
0.95	0.02	0.23	5.3	8.06
1.0	0	0	5.55	8.61



Изотропная пластинка; $\gamma R/\sigma_s=0.05$, $q/\sigma_s=0.0592$; $V/4\pi R^3=0.02797$				
r/R	$\bar{W}$	χ	V	$10^2 h/R$
0	2.84	0	0	7.36
0.05	2.83	0.02	-0.04	8.31
0.1	2.81	0.07	-0.15	8.24
0.15	2.76	0.17	-0.34	8.08
0.2	2.7	0.3	-0.61	7.87
0.25	2.61	0.47	0.99	7.59
0.3	2.51	0.7	-1.49	7.23
0.35	2.38	0.97	-2.15	6.8
0.4	2.23	1.32	-3.02	6.27
0.45	2.05	1.73	-4.21	5.64
0.5	1.84	2.26	-5.95	4.85
0.55	1.59	2.95	-8.89	3.86
0.6	1.3	3.98	-16.2	2.43
0.632	1.06	5.46	$-\infty$ / $+\infty$	0
0.65	0.92	4.52	19.8	1.83
0.7	0.63	3.49	11.1	3.55
0.75	0.41	2.78	9.72	4.69
0.8	0.26	2.16	9.47	5.62
0.85	0.14	1.59	9.62	6.44
0.9	0.07	1.03	9.94	7.21
0.95	0.03	0.48	10.3	7.94
1.0	0	0	10.7	8.57



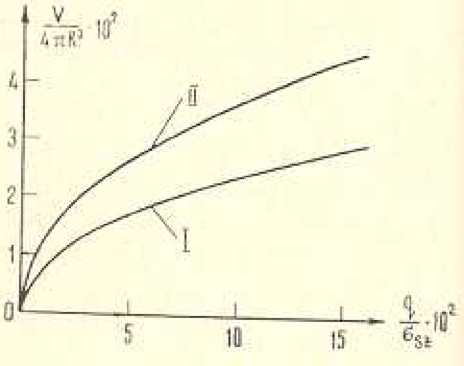
$\sigma_{sR}/\sigma_{sz}=\frac{2}{3}$; $\sigma_{s\theta}/\sigma_{sz}=1$; $\gamma R/\sigma_{sz}=0.05$; $q/\sigma_{sz}=0.06085$; $V/4\pi R^3=0.02927$				
r/R	$\bar{W}$	χ	V	$10^2 h/R$
0	2.5	0	0	0
0.05	2.49	0.03	-0.05	5.03
0.1	2.45	0.09	-0.15	6.21
0.15	2.4	0.17	-0.3	6.9
0.2	2.33	0.29	-0.5	7.32
0.25	2.26	0.42	-0.76	7.56
0.3	2.16	0.59	-1.09	7.63
0.35	2.06	0.79	-1.5	7.57
0.4	1.94	1.02	-2.01	7.38
0.45	1.8	1.29	-2.68	7.05
0.5	1.65	1.62	-3.57	6.58
0.55	1.48	2.01	-4.82	5.94
0.6	1.28	2.51	-6.76	5.08
0.65	1.06	3.18	-10.5	3.9
0.7	0.79	4.32	-25.4	1.93
0.715	0.69	5.19	$-\infty$ / $+\infty$	0
0.75	0.48	3.65	19.3	2.99
0.8	0.28	2.62	13.9	4.67
0.85	0.15	1.83	12.3	5.94
0.9	0.05	1.15	11.6	7.04
0.95	0.02	0.53	11.2	8.04
1.0	0	0	11.1	8.95



представлены некоторые значения объема пластинки в зависимости от нагрузки при фиксированном значении $\gamma R/\sigma_{sz}$. На основе этих данных на фиг. 1 построены графики зависимости безразмерного объема пластинки $V/4\pi R^3$ от величины безразмерной интенсивности нагрузки q/σ_{sz}, где I кривая соответствует случаю а), II — случаю б).

Таблица 2

$\sigma_{sr}/\sigma_{sz}=3/2$, $\sigma_{s\theta}/\sigma_{sz}=2/3$, $\gamma R/\sigma_{sz}=0.05$		Изотропная пластинка $\gamma R/\sigma_s=0.05$	
$10^2 q/\sigma_{sz}$	$10^2 V/4\pi R^3$	$10^2 q/\sigma_s$	$10^2 V/4\pi R^3$
0	0	0	0
0.98	0.79	1.09	1.32
4.39	1.60	4.40	2.49
7.39	2.05	7.45	3.20
11.92	2.60	12.05	4.01
14.95	2.89	15.13	4.49



Фиг. 1.

ԾԱՎԱԼԱՅԻՆ ՈՒԺԵՐԻ ԴԱՇՏՈՒՄ ԱՇԽԱՏՈՂ ԻԴԵԱԼԱԿԱՆ-ՊԼԱՍՏԻԿ ՕՐԹՈՏՐՈՊ ՆՅՈՒԹԻՑ ՄԻՆԻՄԱԼ ԾԱՎԱԼԻ ԿԼՈՐ ՍԱԼԸ

Վ. Ն. ՄԻՆԱՍՅԱՆ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Որոշվում է ծավալային ուժերի դաշտում աշխատող, իդեալական-պլաստիկ օրթոտրոպ նյութից պատրաստված, մինիմալ ծավալի կլոր սալի հաստությունը։

Խնդիրը բերվում է սալի ճկվածքի փոփոխման արագության նկատմամբ ոչ գծային ինտեգրո-դիֆերենցիալ հավասարման համար եզրային խնդրի լուծմանը։

ROUND PLATE OF MINIMUM VOLUME MADE OF AN IDEAL PLASTIC ORTHOTROPIC MATERIAL OPERATING IN THE FIELD OF ACTION OF VOLUMETRIC FORCES

V. N. MINASIAN

S u m m a r y

The variable thickness of a minimum volume round plate, made of an ideal plastic orthotropic material, operating in the field of volumetric force is defined.

The problem is reduced to the solution of boundary problem for the nonlinear integrodifferential equation in relation to the velocity of deflection of the plate.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шилд Р.* Методы оптимального проектирования конструкций.— Сб. Механика, 1962, 2 (72), с. 148—159.
2. *Хилл Р.* Математическая теория пластичности. М.: ГИТТЛ, 1967.
3. *Ильюшин А. А.* Пластичность. М.—Л.: Гостехиздат, 1948.
4. *Киракосян Р. М., Минасян В. Н., Саркисян М. С.* О проектировании однослойной круглой ортотропной пластинки наименьшего объема в стадии предельного равновесия. Всесоюзная конференция «Проблемы оптимизации и надежности в строительной механике», Тезисы докладов, Вильнюс, май 1979, с. 70—71.
5. *Лурье К. А., Черкаев А. В.* О применении теоремы Прагера к задаче оптимального проектирования тонких пластин.— Изв. АН СССР, МТТ, 1976, № 6, с. 157—159.
6. *Рейтман М. И., Шапиро Г. С.* Оптимальное проектирование деформируемых твердых тел. Итоги науки и техники. Механика деформируемого твердого тела, № 12, М.: ВИНИТИ, 1978.
7. *Арман Ж.-Л. П.* Приложения теории оптимального управления системами с распределенными параметрами к задачам оптимизации конструкций. М.: Мир, 1977.
8. *Megarefs G. J.* Method for minimal design of axisymmetric plates.— ASCE, 1966, v. 92, No. 6, p. 79—99.

Институт механики
АН Армянской ССР

Поступила в редакцию
25. VI. 1981