

А. Г. БАГДОЕВ, А. А. ВАНЦЯН

ПРОНИКАНИЕ ТОНКОГО ТЕЛА В МЕТАЛЛЫ И ГРУНТЫ

Проникание тел в пластические и сыпучие среды рассматривалось в [1—5]. Проникание тонких тел в сжимаемую жидкость исследовалось в [6—8]. Проникание тонких тел в первоначально упругие среды с образованием фронта пластических разрушений или фронта меридиональных трещин [9] рассмотрено в [10—12]. В настоящей статье рассматривается проникание тонких тел в металлы и грунты. Показано, что решение в основном порядке, использованное в работах [10—12], для идеально пластической среды позади фронта разрушения верно лишь при пренебрежении диссипации энергии на фронте. Получено более точное решение с помощью уравнения ударной адиабаты [9]. Найдены значения максимальной глубины проникания для тела, состоящего из цилиндра, переходящего в конус (криволинейный).

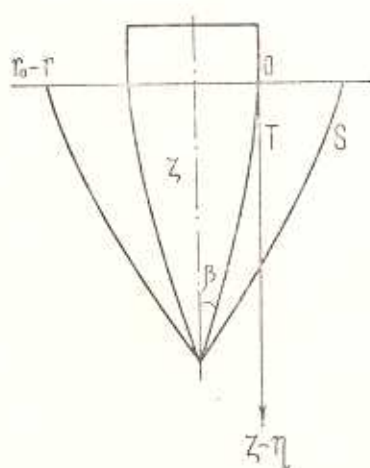
Проведены эксперименты по прониканию в различные металлы и композиты. Показано хорошее соответствие с результатами расчетов по полученным формулам. Дается обобщение результатов на вязкопластические среды, уравнения состояния которых описаны в [13—16]. С помощью полученных решений основного порядка, используя соотношения работ [10, 11], можно получить решения в порядке β^2 , где β —полуугол раствора тела. Полученные решения верны всюду, кроме малой окрестности свободной поверхности среды и вершины тела.

§ 1. Решение задачи для идеально-пластического течения вблизи тела

В настоящей статье дается решение задачи проникания тонкого твердого тела вращения в первоначально упругую среду.

Решение чисто упругой задачи [10, 11] показывает, что вблизи тела следует учитывать неупругое поведение материала, тогда для тонких тел можно ввести поверхность S , отделяющую область разрушения от области упругого поведения материала (фиг. 1) вблизи тела.

Метод, развитый в настоящей статье, состоит в изучении фронта разрушения, который исходит из вершины тела, упругой области вне S и области разрушения позади S .



Фиг. 1.

Можно ввести ось X по нормали к свободной поверхности среды, занимающей полупространство, а через r обозначить радиальную координату. Уравнение поверхности тела можно взять в виде $r = r_k(x, t)$, где r_k мало, t есть время с начала проникания, причем при $t = 0$ $r_k = 0$. Уравнение поверхности разрушения берется в виде $r = r_k \xi_0$, причем предположено $\xi_0 \gg 1$, но $\xi_0 r_k$ мало, тогда можно для упругого решения вблизи S взять асимптотику для малых r , а для решения позади S пользоваться формулами, соответствующими переходу к большим значениям r/r_k , что соответствует линейной асимптотике.

Можно сделать различные предположения о характере разрушения среды позади S . Если разрушение происходит вдоль площадок скольжения, то следует пользоваться уравнением пластического течения. При разрушении среды растягивающими кольцевыми напряжениями можно считать, что среда разрушалась вдоль меридиональных трещин и использовать уравнение [12], причем решение задачи о проникании в такую среду дано в [10]. В настоящей статье решается задача для пластической среды. В области между поверхностями S и T предполагаем, что имеется течение среды, описываемое уравнениями Мизеса [4, 14]

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_{rr}}{\varepsilon_l} &= \frac{\sigma_{rr} - \sigma}{2\tau_s}, \quad \frac{\varepsilon_{\theta\theta}}{\varepsilon_l} = \frac{\sigma_{\theta\theta} - \sigma}{2\tau_s}, \quad \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_l} = -\frac{\sigma_{xx} - \sigma}{2\tau_s} \\ \frac{\varepsilon_{xr}}{\varepsilon_l} &= \frac{\sigma_{xr}}{\tau_s}, \quad \varepsilon_{rr} = \frac{\partial v_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{v_r}{r}, \quad \varepsilon_{xx} = \frac{\partial v_x}{\partial x} \end{aligned} \quad (1.1)$$

где v_r, v_x — компоненты скорости частиц, причем для тонких тел $|\varepsilon_{xx}| \ll |\varepsilon_{rr}|$, τ_s — постоянный предел текучести, $6\tau_s^2$ есть правая часть условия текучести

$$(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (\sigma_{rr} - \sigma_{xx})^2 + (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{xx})^2 + 6\tau_s^2 = 6\tau_s^2 \quad (1.2)$$

Уравнение несжимаемости, записанное в основном порядке

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} = 0$$

после интегрирования и удовлетворения кинематического условия на теле

$v_r = \frac{\partial r_k}{\partial t}$ дает

$$v_r = \frac{r_k}{r} \frac{\partial r_k}{\partial t} \quad (1.3)$$

Для интенсивности скоростей деформации получится $\varepsilon_l \approx 2 \frac{v_r}{r}$.

Вводя радиальную компоненту вектора перемещений U

$$\frac{dU_r}{dt} = v_r, \quad \frac{dU_r}{dt} \approx \frac{\partial U_r}{\partial t} + \frac{\partial U_r}{\partial r} v_r$$

можно после интегрирования найти

$$U_r = r + F(r^2 - r_k^2) \quad (1.4)$$

Для определения функции F и решения позади фронта $r = r_n \xi_0$ в [11] было дано решение

$$U'_r = r - \sqrt{r^2 - r_k^2} \quad (1.5)$$

удовлетворяющее граничному условию на теле и условию асимптотического сращивания с (1.9). Однако можно показать, что указанное сращивание не единственно. Поэтому следует, вообще говоря, для выбора единственного решения взять уравнение энергии на фронте $r = r_n \xi_0$ или уравнение ударной адиабаты [9]

$$e_1 - e_2 = - (v_{r_1} - v_{r_2}) \frac{\tau_{rr_1} + \sigma_{rr_2}}{2 \rho_1 \xi_0 \frac{\partial r_k}{\partial t}} \quad (1.6)$$

где e — энергия на единицу массы, индекс 1 дает величины впереди, а индекс 2 — позади поверхности $r = r_n \xi_0$, значения $e_{1,2}$ имеют вид [9]

$$e_1 = e_0(T_1) + 2\mu \frac{f^2}{r_k^2 \xi_0^2} \quad (1.7)$$

$$e_2 = e_0(T_2) + \varepsilon_s + \frac{\tau_s^2}{2\mu}$$

где $T_{1,2}$ — температура, ε_s — энергия разрушения, $e_0(T) = CT$, последние слагаемые соответствуют внутренней энергии [13] упругой области и внутренней энергии пластической области в начале ее образования или ее значению на поверхности разрушения S .

В упругой области вне поверхности S решение можно искать методом источников в виде [10]

$$u_r = \frac{f(x, t)}{r}, \quad u_x \approx 0 \quad (1.8)$$

где $f(x, t)$ — функция, определяемая из граничных условий на поверхности S . Для напряжений в упругой среде имеет место

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \sigma_{\theta\theta} = \lambda \Delta + 2\mu \frac{u_r}{r} \\ \sigma_{xx} &= \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \sigma_{xr} = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_r}{\partial x} \right) \\ \Delta &= \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \end{aligned} \quad (1.9)$$

Тогда из (1.8) и (1.9) следует впереди S

$$\Delta \approx 0, \quad \sigma_{rr} = -2\mu \frac{f(x, t)}{r^2}, \quad \sigma_{\theta\theta} \approx 2\mu \frac{f(x, t)}{r^2}, \quad \sigma_{xx} = 0 \quad (1.10)$$

$$u_{r_1} = \frac{f(x, t)}{r}, \quad v_{r_1} = \frac{1}{r} \frac{\partial f(x, t)}{\partial t} \quad (1.11)$$

Подставляя упругое решение (1.11) в (1.2), можно получить

$$\frac{2 \mu f(x, t)}{r_k^2 \xi_0^2} = \tau_s \quad (1.12)$$

Используя соотношения (1.6), (1.7), (1.11) и $\sigma_{rr} \approx \sigma_{rr'}$, можем найти

$$\frac{\partial f}{\partial t} = r_k \frac{\partial r_k}{\partial t} - r_k \frac{\partial r_k}{\partial t} \frac{\xi_0^2}{\tau_s} (\varepsilon_s + CT_2 - CT_1) \quad (1.13)$$

Предполагая постоянство выражения $\varepsilon_s + CT_2 - CT_1 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$, можно из (1.12) и (1.13) получить

$$f = \frac{1}{2} a r_k^2 \frac{\xi_0^2}{\tau_s} = \frac{\mu a}{\tau_s}, \quad a = \frac{1}{1 + \frac{\mu}{\tau_s} \rho_1 (\varepsilon_s + CT_2 - CT_1)} \quad (1.14)$$

В предположении, что $\frac{\mu}{\tau_s} \rho_1 (\varepsilon_s + CT_2 - CT_1) \ll 1$, получаем $a = 1$ в формуле (1.11) и решение дается (1.5). Решение впереди S

$$u_r = a \frac{r_k^2}{2r} \quad (1.15)$$

Для определения σ_{rr} в области течения можно использовать упрощенные уравнения движения

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0, \quad \sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta} = -2\tau_s \quad (1.16)$$

откуда

$$\sigma_{rr} = 2\tau_s \ln r + \varphi(x, t) \quad (1.17)$$

где $\varphi(x, t)$ — произвольная функция.

Используя условие непрерывности σ_{rr} при $r = r_k \xi_0$, с учетом (1.10), (1.17) и (1.14) получим

$$\sigma_{rr} = \tau_s \left(2 \ln \frac{r}{r_k \xi_0} - 1 \right) \quad (1.18)$$

причем на теле при $r = r_k$

$$\sigma_{rr} = -\tau_s \left(\ln \frac{\mu a}{\tau_s} + 1 \right) \quad (1.19)$$

Решение позади S найдется путем приравнивания (1.4) к (1.15) при $r = r_k \xi_0$ и получится

$$F(r^2 - r_k^2) = \frac{\sqrt{r^2 - r_k^2}}{\sqrt{\xi_0^2 - 1}} \left(\frac{a}{2\xi_0} - \xi_0 \right) \quad (1.20)$$

$$U_r = r + \frac{\sqrt{r^2 - r_k^2}}{\sqrt{\xi_0^2 - 1}} \left(\frac{a}{2\xi_0} - \xi_0 \right) \quad (1.21)$$

Используя формулу для плотности

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) \left(1 - \frac{u_r}{r} \right)$$

получим

$$\text{при } r > r_k \xi_0 \quad \rho = \rho_0 \left(1 - \frac{a^2 r_k^4}{4 r^4} \right)$$

$$\text{при } r < r_k \xi_0 \quad \rho = \rho_0 \left(\frac{a}{2 \xi_0} - \xi_0 \right)^2 \frac{1}{\xi_0^2 - 1} \approx \rho_0 \left(1 - \frac{a}{\xi_0^2} + \frac{1}{\xi_0^2} \right)$$

то есть плотность постоянна и имеется волна сжатия.

§ 2. Определение глубины проникания

Рассмотрим задачу о проникании конуса с углом полураствора β , тогда $r_k = (f - x)\beta$. Предполагая, что на теле имеет место граничное условие $\tau_{rr} = k_1 \tau_{rr}$, где k_1 — коэффициент трения, можно для силы сопротивления прониканию получить

$$P = -2\pi \int_0^{f(t)} (f - x) \beta (\beta + k_1) \tau_{rr} dx$$

или

$$P = -\pi \beta (\beta + k_1) \tau_{rr} f^2(t) \quad (2.1)$$

Записывая закон движения тела массы m $m \dot{f}'' = -P$, получим после интегрирования и с учетом (1.22)

$$f^2 = V^2 - \frac{2}{3m} \pi \beta (\beta + k_1) \tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s} \right) f^3$$

где V — начальная скорость тела. Условие $\dot{f}'(t) = 0$ дает для максимальной глубины проникания следующее выражение:

$$f_{\max}^3 = \frac{2 m V^2}{2 \pi \tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s} \right) \beta (\beta + k_1)} \quad (2.2)$$

§ 3. Определение максимальной глубины проникания для цилиндрического тела, переходящего в конус

Рассмотрим цилиндрическую часть тела, которая переходит в криволинейный конус с уравнением образующей (фиг. 1)

$$r_k = r_0 - \beta (\zeta - \eta)^v, \quad \eta = f - x \quad (3.1)$$

Вначале предположено, что вдоль цилиндра среда примыкает к телу и $k_1 \neq 0$. Для силы сопротивления в момент времени t , соответствующий полному погружению конической части тела, или при $f > \xi_0$, можно получить

$$P = 2\pi \tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s} \right) \left[\frac{v}{v+1} \beta k_1 r_0^{v+1} + \frac{1}{2} \beta \tau_s^{2v} + k_1 r_0 (f - \zeta) \right] \quad (3.2)$$

Уравнение движения в этом случае исследовано ниже. Для задачи с отсутствием трения на цилиндрической части ($k_1 = 0$) уравнение движения будет при $f > \xi$

$$mf'' = -2\pi\tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s}\right) \left[\frac{v}{v+1} \beta k_1 \zeta^{\nu+1} + \frac{1}{2} \beta^2 \zeta^{2\nu} \right] \quad (3.3)$$

После интегрирования получим

$$\frac{f'^2}{2} - \frac{V_1^2}{2} = -\frac{2\pi\tau_s}{m} \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s}\right) \left(\frac{v}{v+1} \beta k_1 \zeta^{\nu+1} + \frac{1}{2} \beta^2 \zeta^{2\nu} \right) (f - \zeta) \quad (3.4)$$

где V_1 — скорость тела в момент, когда $f = \xi$ или при полном погружении конуса. При $f < \xi$ уравнение движения тела имеет вид:

$$mf'' = -2\pi\tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s}\right) \left[\frac{1}{2} \beta^2 \zeta^{2\nu} + \beta^2 \zeta^\nu k_1 f - \frac{\beta k_1}{v+1} \zeta^{\nu+1} - \beta^2 \zeta^\nu (\zeta - f)^\nu + \frac{\beta^2}{2} (\zeta - f)^{2\nu} + \frac{\beta k_1}{v+1} (\zeta - f)^{\nu+1} \right] \quad (3.5)$$

После интегрирования и складывания с (3.4) с учетом того, что при $f = \xi$ $f' = V_1$, получим

$$\frac{f'^2}{2} - \frac{V^2}{2} = -\frac{2\pi\tau_s}{m} \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s}\right) \left[\left(\frac{v}{v+1} \beta k_1 \zeta^{\nu+1} + \frac{1}{2} \beta^2 \zeta^{2\nu} \right) (f - \zeta) + \beta^2 \zeta^{2\nu+1} \frac{v^2}{(v+1)(2v+1)} + \beta^2 \zeta^{\nu+2} k_1 \frac{v}{2(v+2)} \right]$$

где V — начальная скорость.

При $f' = 0$ $f = f_{\max}$ и для f_{\max} получится

$$f_{\max} = \frac{1}{\frac{v}{v+1} \beta k_1 \zeta^{\nu+1} + \frac{1}{2} \beta^2 \zeta^{2\nu}} \left[\frac{mV^2}{4\pi\tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s}\right)} + \beta^2 \zeta^{2\nu+1} \frac{v^2}{(2v+1)(v+1)} - \frac{\beta k_1 \zeta^{\nu+2} v}{2(v+2)} \right] + \zeta \quad (3.6)$$

При $\nu = 1$, то есть для тела с прямолинейной конусной частью,

$$f_{\max} = \frac{mV^2}{2\pi\tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s}\right) \beta (\beta + k_1) \zeta^2} + \frac{2}{3} \zeta \quad (3.7)$$

Отметим, что определение f_{\max} для погружения криволинейного конуса, то есть формулы, подобной (2.2), при $\nu \neq 1$ является довольно сложной задачей и в настоящей работе не рассмотрено.

Вычислим f_{\max} с учетом того, что на цилиндрической части $k_1 \neq 0$.

Для силы сопротивления имеем формулу (3.2). Проводя те же рассуждения для f_{\max} , будем иметь формулу при $f_{\max} > \xi$ или $\xi \geq \xi$,

$$f_{\max} = - \left(\frac{\beta \zeta^\nu}{2 k_1} - \frac{\zeta}{\nu + 1} \right) + \left[\left(\frac{\beta \zeta^\nu}{2 k_1} - \frac{\zeta}{\nu + 1} \right)^2 + \frac{\beta}{k_1} \frac{3\nu + 1}{(2\nu + 1)(\nu + 1)} \zeta^{\nu+1} - \frac{2\zeta^2}{(\nu + 1)(\nu + 2)} + \frac{mV^2}{2\pi\tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s} \right) \beta k_1 \zeta} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.8)$$

При $\nu = 1$ формула (3.8) переходит в формулу

$$f_{\max} = - \frac{K}{2} + \left\{ \frac{K^2}{4} + \frac{1}{\pi k_1 \beta \zeta} \left[\frac{mV^2}{2\tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s} \right)} - \frac{\pi \beta (\beta + k_1) \zeta^3}{\zeta} \right] + \frac{\beta \zeta^2}{k_1} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.9)$$

где $K = \frac{\beta \zeta}{k_1} - \zeta$, $f_{\max} = \zeta_0$ дается (2.2).

На фиг. 2 приведены зависимости f_{\max} от ζ для конического тела, переходящего в цилиндр для $\beta \approx 0.22 \text{ рад.с.м}^{1-\nu}$, $k_1 = 0.15$, $a = 1$. Кривые I, II соответствуют прямому конусу, кривые III, IV — конусу с криволинейной образующей:

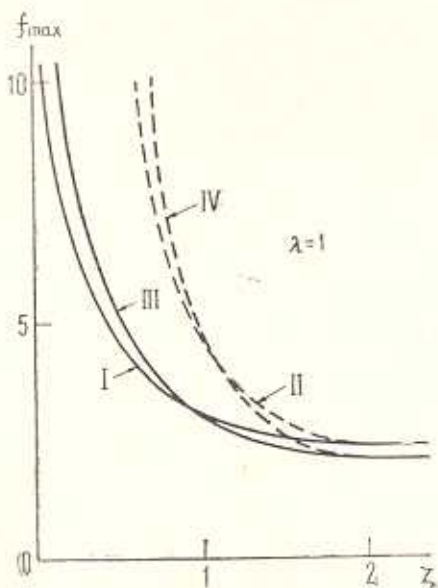
I — $\nu = 1$, $k_1 \neq 0$ (на цилиндре),
 II — $\nu = 1$, $k_1 = 0$ (на цилиндре),
 III — $\nu = 1.3$, $k_1 \neq 0$ (на цилиндре),
 IV — $\nu = 1.3$, $k_1 = 0$ (на цилиндре)
 и принято, что

$$\lambda = \frac{mV^2}{2\tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu}{\tau_s} \right)} = 1$$

Как видно из кривых, наименьшее значение f_{\max} (при $\nu = 1$) соответствует $\zeta \geq \zeta_0$, то есть погружению конуса.

Выражения (3.8), (3.9) выполняются при $\zeta < f < f_0$, где f_0 — высота тела. При $f > f_0$ и $k_1 \neq 0$ следует интегрировать по поверхности тела при вычислении P . Тогда получим при $f > f_0$

$$P = 2\pi \int_{f-\zeta}^f r_k (\beta + k_1) (-\sigma_{rr}) dx + 2\pi \int_{f-f_0}^{f-\zeta} r_0 k_1 (-\sigma_{rr}) dx =$$



Фиг. 2.

$$= 2\pi\tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s}\right) \left\{ \frac{\nu}{\nu+1} \beta k_1 \zeta^{\nu+1} + \frac{1}{2} \beta^2 \zeta^{2\nu} + k_1 r_0 (f_0 - \zeta) \right\}$$

Записывая $mf'' = -P$, интегрируя от $f = f_0$, $f' = V_0$ до данных значений f , f' , полагая в (3.4) $f = f_0$, $f' = V_0$ и складывая полученные уравнения, можно получить для глубины проникания при полном погружении тела

$$f_{\max} = f_0 + \frac{\frac{mV_0^2}{4\pi\tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s}\right)} + \frac{\beta^2 (3\nu+1) \zeta^{2\nu+1}}{2(2\nu+1)(\nu+1)} - \frac{\beta k_1 \zeta^{\nu+2}}{(\nu+1)(\nu+2)}}{\frac{\nu}{\nu+1} \beta k_1 \zeta^{\nu+1} + \frac{1}{2} \beta^2 \zeta^{2\nu} + k_1 r_0 (f_0 - \zeta)} - \frac{\beta k_1 \zeta^{\nu} \left[\frac{f_0^2}{2} + \left(\frac{\beta \zeta^{\nu}}{2k_1} - \frac{\zeta}{\nu+1} \right) f_0 \right]}{\frac{\nu}{\nu+1} \beta k_1 \zeta^{\nu+1} + \frac{1}{2} \beta^2 \zeta^{2\nu} + k_1 r_0 (f_0 - \zeta)} \quad (3.10)$$

При $k_1 = 0$ на цилиндре для всех $f > \zeta_0$, в том числе и для $f > f_0'$ и имеет место формула (3.6).

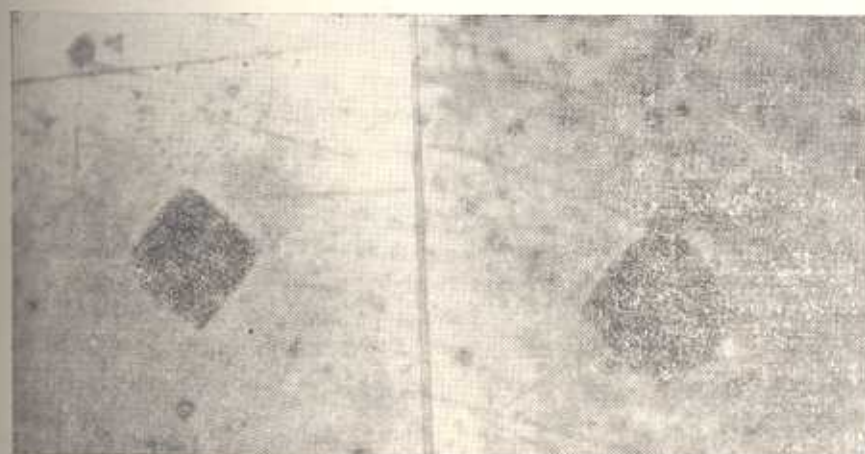
§ 4. Экспериментальное исследование проникания

Для экспериментального исследования проникания в разные металлы были использованы в качестве материалов для образцов алюминий, дюраль, латунь, медь. В качестве проникающего тела использовалось тонкое твердое тело.

Для определения параметра a в формулах (3.6)–(3.10) было проведено исследование материалов на микротвердость. Из испытываемых образцов вырезались пластинки, перпендикулярные оси проникания. После специальной обработки на полированной поверхности образцов микротвердомером ПМТ-3 по нескольким направлениям от кратера было рассмотрено поведение материала после вдавливания силой 10 г четырехгранной алмазной пирамиды. После снятия нагрузки выяснилось, что отпечатки имели форму квадратов (фиг. 3а), в окрестности кратера отпечатки имели форму криволинейных четырехугольников (фиг. 3б). Причем граница между областями регулярных и искаженных отпечатков принимается в качестве границы пластической области. Таким образом, там, где отпечатки становились квадратными, предполагалось наличие границы области разрушения, то есть определялась величина ξ_0 , которая оказалась постоянной. Подставляя значение a в формулу (1.14), можно подсчитать диссипацию энергии $e_s + ST_2 - ST_1$ на фронте $r = r_k \xi_0$ в разных материалах. В таблице приведены теоретические и экспериментальные данные характерных величин.

Результаты исследования, приведенные в таблице, показывают, что разные материалы ведут себя качественно по-разному. В тех материалах, в которых при проникании тела имеется касание со средой цилиндрической части, для определения максимальной глубины проникания хорошее соответствие с экспериментом дают формулы (3.8), (3.10). Сказанное относит-

ся к образцам из алюминия, латуни. Причем для латуни имеется неполное проникание и используется (3.8), а для алюминия $f_{\max} > f_0$ и используется (3.10). В тех материалах, ширина кратера которых больше, чем диаметр



а

б

Фиг. 3.

тела, при проникании имеет место неполное касание вдоль цилиндрической части тела, и хорошее соответствие с результатами эксперимента дает расчет по формуле (3.6), где принято $k_1 = 0$ на цилиндрической части тела. Сказанное относится к дюралюминию, меди. Таким образом, имеется соответствие между теоретическими и опытными данными значений ξ_0 и

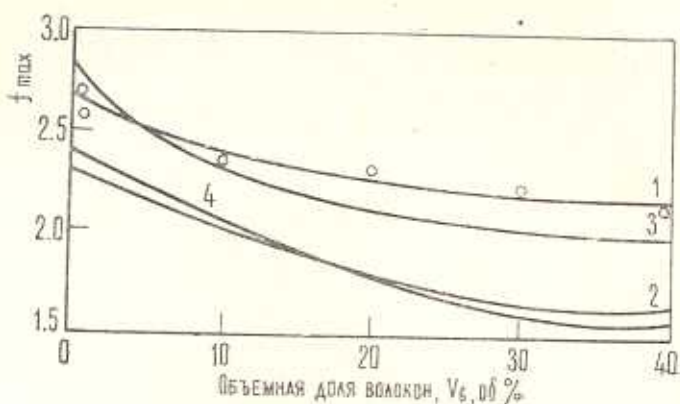
Таблица

Величина	$\mu \times 10^{-6}$	τ_s	α	f_{\max} ($k_1 = 0$)	f_{\max} ($k_1 \neq 0$)	f_{\max} эксп.	$\frac{\mu}{s} (c_s + C\Delta T)$	ξ_0 эксп.	Коэф. трения
Материал	$\frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$	$\frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$		см	см	см			
Дюраль	0,26	3000	0,65	4,45	4,28	4,5	0,54	7	0,15
Латунь	0,44	2911,8	0,54	3,82	2,19	2,2	0,85	9	0,25
Медь	0,44	2205,9	0,48	3,14	2,72	3	1,08	9	0,23
Алюминий	0,26	441,2	0,20	14,4	10,53	10	4	10	0,15

f_{\max} для всех материалов. Разумеется, рассматриваемая теория не подходит для случая полного плавления проникающего тела, что наблюдалось в опытах по прониканию в образцы из легированной стали и бронзы. Кроме того, представляет интерес проникание в хрупкие вещества, для которых значения ξ_0 и σ_{cr} получены в работе [10]. Следует заметить, что полученные в [10] значения ξ_0 велики, то есть для хрупких тел получается большая область разрушения, поэтому соотношения [10] могут быть использованы лишь для определения порядков величин. То же [10] относится к наличию фронта трещин, за которым следует фронт течения.

В силу того, что $a < 1$, получается $\epsilon_s + C\Delta T > 0$, и имеет место увеличение f_{\max} в сравнении со значениями, полученными при $a = 1$, то есть чем больше податливость материала, определяемая по f_{\max} , тем больше сила ударной волны, через которую можно выразить диссипацию энергии [18, 9]. Значения μ и τ_s взяты из [19], причем согласно [15] для динамических задач τ_s увеличено в 1.5 раза. Значение k , взято по [20].

Для экспериментального исследования проникания в [12] применялся композиционный материал, полученный армированием железного порошка марки ПЖ2М произвольно ориентированными дискретными стальными волокнами. В качестве проникающего тела использовалось тонкое твердое тело. На фиг. 4 кривая 1 дает результаты экспериментальных данных для различных объемных долей волокон, кривые 2, 3, 4 рассчитаны соответственно по формулам (2.2), (3.6), (3.8).



Фиг. 4. 1 — кривая, полученная экспериментально, 2 — кривая, рассчитанная по формуле (2.2), 3 — кривая, рассчитанная по формуле (3.6), 4 — кривая, рассчитанная по формуле (3.8).

Результаты исследований, приведенные на фиг. 5, показывают, что наибольшая глубина достигается для образцов, полученных из неармированного материала, а с увеличением объемной доли армирующих волокон глубина проникания тела уменьшается.

После проникания размер кратера превышал в 1.3—1.4 раза диаметр тела. Из фиг. 4 видно, что с экспериментальными данными больше всего сходится кривая 3, полученная по формуле (3.6), то есть при отсутствии силы трения на цилиндрической части, что объясняется появлением кратера с размером, большим диаметра проникающего тела.

§ 5. Проникание в вязко-пластическую и в сыпучую среды

Можно также рассмотреть случай вязкотекучего материала позади S . Определяющие уравнения вместо (1.1) можно взять в форме уравнений Купера—Симонса [14, 15, 23]

$$\epsilon_{rr} = \frac{\sigma_{rr} - \sigma}{2\eta}, \dots, \quad \dot{\gamma}_i = \dot{\gamma}_i^0 + \frac{\tau_s + k\epsilon_i^n}{\epsilon_i} \quad (5.1)$$

где $v_r \approx 2 \frac{v_r}{r}$, ρ — постоянная плотность материала среды, ν — динамический коэффициент вязкости, τ_s , k , n — постоянные. Вычисления § 1 могут быть приведены для рассматриваемой общей задачи и дают для распределения напряжения в разрушенной области

$$\sigma_{rr} = -\frac{\mu}{\xi_0^2} + 2\tau_s \ln \frac{r}{r_k \xi_0} - 2\nu \rho r_k \frac{\partial r_k}{\partial t} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_k^2 \xi_0^2} \right) - \frac{k}{n} \left(2r_k \frac{\partial r_k}{\partial t} \right)^n \left(\frac{1}{r^{2n}} - \frac{1}{\xi_0^{2n} r_k^{2n}} \right) \quad (5.2)$$

где ξ_0 определяется из условия (1.2), записанного для упругого решения

$$\frac{\mu}{\xi_0^2} = \tau_s + k \left(2r_k \frac{\partial r_k}{\partial t} \frac{1}{\xi_0^2} \right)^n + 2\nu \rho \frac{\partial r_k}{r_k \partial t} \frac{1}{\xi_0^2} \quad (5.3)$$

Если условие на поверхности $r = r_k \xi_0$ зависит только от компонент тензора напряжений [9], можно полагать $k = \nu = 0$ в (5.3). Можно видеть, что в общем случае поверхность фронта разрушения не подобна поверхности тела. Можно показать, что для $\frac{2}{3} < n < 1$ имеется расходимость интеграла

$$- \int_0^t 2\pi r_k \left(-\frac{\partial r_k}{\partial x} + k_1 \right) \sigma_{rr} dx$$

представляющего силу сопротивления P , вычисленную согласно (5.2) для конуса. Для $k = 0$ распределение напряжений на теле может быть записано в виде

$$\sigma_{rr} \approx -\tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu}{\tau_s} \right) - 2\nu \rho \frac{\partial r_k}{r_k \partial t} \quad (5.4)$$

Эффекты вязкости существенны только для начального момента и для окрестности вершины тела. Уравнение движения конического тела дает

$$f'' = -\frac{\pi}{m} \left(\tau_s \ln \frac{\mu}{\tau_s} + \tau_s \right) \beta(\beta + k_1) f^2 - \frac{4\pi\nu\rho}{m} \beta(\beta + k_1) f f' \quad (5.5)$$

Последнее уравнение имеет форму уравнений Эйлера—Пoisселе—Резаля [3], но с переменным коэффициентом β при втором члене.

Для простоты рассмотрим среду, в которой $\nu = \tau_s = 0$ [21]. Тогда по (5.1), (5.2), (5.3) получится значение σ_{00} , причем максимальное растягивающее значение в области $r \leq r_k \xi_0$ будет при $r = r_k \xi_0$

$$\sigma_{00} = \gamma \left(\frac{\partial r_k}{r_k \partial t} \right)^{\frac{n}{1-n}}, \quad \gamma = \mu \left(\frac{k}{\mu} \right)^{\frac{1}{1-n}} 2^{\frac{n}{1-n}}$$

Вводя трещиноватость среды ψ , используем уравнения [21]

$$A(N+1) \int_0^{t_1} \sigma_{\max}^N dt_1 = 1 \quad (5.6)$$

где A, N — константы, $\sigma_{\max} = \sigma_{\theta\theta}$, а в качестве t_1 удобно взять максимальное время с момента прохождения тела через данное сечение $x = \text{const}$.

Для конуса, проникающего с постоянной скоростью V , получится для времени разрушения образца

$$t_1 = \left[A(N+1) \lambda \frac{1-n}{1-Nn-n} \right]^{\frac{1-n}{1-Nn-n}} \quad (5.7)$$

Полученное соотношение верно при выполнении условия $\frac{1}{n} > N+1$, что выполняется для ряда металлов [21, 22], например, для стали $\frac{1}{n} = 10$.

Соотношения для вязко-пластической среды так же, как в формулы § 1 и § 2, можно применять и для грунта. Для последнего можно также учесть кулоновское трение и записать [17, 21]

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\tau_0}{1+k} + \frac{1-k}{1+k} \sigma_{rr}, \quad \tau_0 = 2\tau_s \quad (5.8)$$

Тогда можно внести изменения во все соотношения § 1. Уравнение движения дает вместо (1.18)

$$\sigma_{rr} = \frac{\tau_s}{k} \left(1 - \frac{r_k'}{r^v} \right) + \frac{r_k'}{r^v} \bar{\sigma}_{rr}, \quad v = \frac{2k}{1+k} \quad (5.9)$$

где $\bar{\sigma}_{rr}$ есть значение σ_{rr} на теле ($r = r_k$). Решение для скоростей и перемещений можно снова взять в виде (1.15), а σ_{rr} в упругой области дается (1.10). Условие непрерывности σ_{rr} на поверхности разрушения дает

$$\frac{\tau_s}{k} \left(1 - \frac{1}{\xi_0^v} \right) + \frac{1}{\xi_0^v} \bar{\sigma}_{rr} = - \frac{\mu\alpha}{\xi_0^2} \quad (5.10)$$

ξ_0 определяется из условия (5.8), поставленного на поверхности $r = r_k \xi_0$ для упругого решения (1.10), причем с учетом $\sigma_{rr} \approx -\sigma_{\theta\theta}$ оно дает снова (1.14). Таким образом, в задаче проникания для сыпучей среды ξ_0 снова дается (1.14), но $\bar{\sigma}_{rr}$ из (5.10) обобщает значение (1.19), переходя в него для $k=0$. Поскольку напряжение на теле постоянно, можно после соответствующей замены σ_{rr} на $\bar{\sigma}_{rr}$ пользоваться соотношениями § 2 и для данной задачи.

ԲԱՐԱԿ ՄԱՐՄԵՆԻ ՆԵՐԹԱՓՈՆՏՈՒՄԸ ՄԵՏԱՂՆԵՐԻ
ԵՎ ԲՆԱՀՈՂՆԵՐԻ ՄԵՁ

Ա մ փ ո փ ո յ մ

Դիտարկվում է բարակ մարմինների ներթափանցումը մետաղների և գետնի մեջ:

Բարակ մարմնի առաձգամածուցիկոպլաստիկ միջավայրերի մեջ ներթափանցման ժամանակ փոքր շիման գործակցի համար միջավայրի շարժման հավասարումներում պահվում են միայն ըստ ռադիալ կոորդինատի ածանցյալները: Ենթադրվում է նաև, որ միջավայրի քայքայման ճակատի առջևում միջավայրը առաձգական է, իսկ ճակատի ետևում միջավայրի համար տեղի ունի պլաստիկական հոսունություն: Հաշվի առնելով այդ և օգտվելով համապատասխան հավասարումներից, քայքայման ճակատի վրա տրված և հատվածի ադիաբատի պայմաններից որոշվում են միջավայրի մասնիկների արագությունները և առաջացած լարումները ներթափանցվող մարմնի շրջակայքում:

Որոշվում է նաև կոնաձև ծայր ունեցող գլանային մարմնի ներթափանցման առավելագույն խորությունը:

Կատարված են փորձեր տարբեր մետաղների և կոմպոզիտների մեջ բարակ մարմինների ներթափանցման վերաբերյալ և ցույց է տրվում տեսական ճանապարհով ստացված արդյունքների հետ նրանց լավ համապատասխանությունը:

Տրվում է մածուցիկոպլաստիկ և սորուն միջավայրերի համար արդյունքների ընդհանրացումը:

THE PENETRATION OF A THIN BODY IN METALS
AND SOIL

A. G. BAGDOEV, A. A. VANTSIAN

S u m m a r y

The problem in penetration of thin bodies into metals and soil is considered. On penetration of thin bodies for a small value of friction coefficient between the medium and body, on determination of the main part of the solution in equations of medium, only the derivatives over the radial coordinate are retained and the front of fracture is also introduced ahead of which the medium is elastic. Assuming that behind the front there is a plastic flow of medium, from the equation of incompressibility, from the conditions on the fracture front, including the shock adiabatic curve and from the equation of medium motion the particles velocities and stresses near the body are determined. The values of maximal depth of penetration for the body consisting of a tapering cylinder (curvelinear) are found. The experiments on penetration into various metals and composites are made.

The good agreement with the results of calculations on determination of the penetration depth and the radius of the fracture surface by the obtained formula is shown. The generalization of results for viscoplastic media and soil is presented.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Bachman M. E., Goldsmith W.* The mechanics of penetration of projectiles into targets. *International Journal of Engineering Science*, 1978, vol. 16, № 11.
2. *Ишлинский А. Ю.* Осесимметричная задача пластичности и проба Бриннеля. *ПММ*, 1944, т. 8, вып. 3.
3. *Аллен У., Мейфилд Э. и Морисон Г.* Динамика проникания снаряда в несох. В сб. переводов «Механика», 1957, № 6.
4. *Ильюшин А. А.* Пластичность. М.—Л., ОГИЗ, ГИТТЛ, 1948.
5. *Wilkins M. L.* Mechanics of penetration and perforation. *International Journal of Engineering Science*, 1978, vol. 16, № 11.
6. *Григорян С. С.* Некоторые вопросы газодинамики тонких тел. Кандидатская диссертация, МГУ, 1956.
7. *Сазомонян А. Я.* Проникание. МГУ, 1974.
8. *Багдоев А. Г.* Пространственные нестационарные движения сплошной среды. Ереван, Изд. АН Арм.ССР, 1961.
9. *Григорян С. С.* Некоторые вопросы математической теории деформации горных пород. *ПММ*, 1967, т. 31, № 4.
10. *Багдоев А. Г.* Проникание тонкого тела вращения в упругую среду. *Изв. АН Арм.ССР, Механика*, 1977, т. 30, № 5.
11. *Багдоев А. Г., Мартиросян А. Н., Саркисян Г. А.* Решение некоторых нестационарных задач взаимодействия тел с упругими преградами. *Изв. АН СССР, МТТ*, 1978, № 3.
12. *Багдоев А. Г., Минисян Б. Ц.* Исследование проникания тонкого твердого тела в металлы. *Изв. АН Арм.ССР, серия техн. наук*, 1979, т. 32, № 3.
13. *Мастеров В. А., Берковский В. С.* Теория пластической деформации и обработки металлов давлением. М., «Металлургия», 1974.
14. *Ольшак В., Мрза Э., Пежина П.* Современное состояние теории пластичности. М., Мир, 1964.
15. *Ионов В. А., Ошибалов П. М.* Напряжения в телах при импульсных нагружениях. М., «Высшая школа», 1975.
16. *Зволицкий Н. В., Подъяпольский Г. С., Флитман Л. М.* Теоретические аспекты проблемы взрыва в грунтах. *Изв. АН СССР, серия физика земли*, 1973, № 1.
17. *Николаевский В. Н.* О формулировке определяющих уравнений для плоского движения кулоновской сплошной среды. *ПММ*, 1968, т. 32, № 5.
18. *Курант Р., Фридрихс.* Сверхзвуковое течение и ударные волны. М., ИЛ, 1950.
19. *Феодосьев В. Н.* Сопротивление материалов. М., «Наука», 1970.
20. *Енохович А. С.* Справочник по физике. М., «Просвещение», 1978.
21. *Качанов А. М.* Теория ползучести. М.—Л., Физматгиз, 1960.
22. *Wojno W. and Wierzbicki T.* On perturbation solution for impulsively loaded viscoplastic structures. *Journal of Applied Mathematics and Physics ZAMP*, 1979, vol. 30