

А. Г. БАГДОЕВ, А. А. ВАНЦЯН

ПРОНИКАНИЕ ТОНКИХ ТЕЛ В УПРУГИЕ СРЕДЫ

Рассматривается задача о проникании тонких твердых тел в первоначально упругие среды. Ряд задач о проникании тел в грунты рассмотрен в [1]. Задача о проникании тел в пластическую среду для малых скоростей рассматривалась в [2].

Проникание тонких тел в жидкость исследовано в [3—5].

В настоящей статье дается решение задачи проникания тонкого твердого тела вращения в первоначально упругую среду.

1. Об одном решении осесимметричной задачи

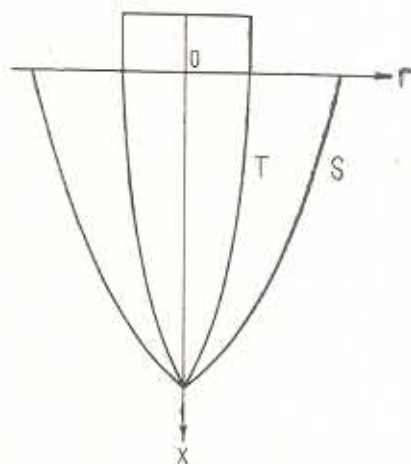
Решение чисто упругой задачи [6, 7] показывает, что вблизи тела следует учитывать неупругое поведение материала, тогда для тонких тел можно ввести поверхность S , отделяющую область упругого поведения материала от области разрушения T (фиг. 1) вблизи тела.

Метод, развитый в настоящей статье, состоит в изучении фронта разрушения, который исходит из вершины тела, упругой области вне S и области разрушения позади S .

Можно ввести ось x по нормали к свободной поверхности среды, занимающей полупространство, а через r обозначить радиальную координату.

Уравнение поверхности тела можно взять в виде $r = r_k(x, t)$, где r_k мало, t есть время с начала проникания, причем при $t=0$ $r_k=0$.

Уравнение поверхности разрушения берется в виде $r = r_k \xi_0$, причем предположено $\xi_0 \gg 1$, но $\xi_0 r_k$ мало, тогда можно для упругого решения вблизи S взять асимптотику для малых r , а для решения позади S пользоваться формулами, соответствующими переходу к большим значениям $\frac{r}{r_k}$, что соответствует линейной асимптотике.



Фиг. 1.

Можно сделать различные предположения о характере разрушения среды позади S . Если разрушение происходит вдоль площадок скольжения, то следует пользоваться уравнением пластического течения. При разрушении среды растягивающими кольцевыми напряжениями можно считать, что среда разрушалась вдоль меридиональных трещин и использовать уравнение [12], причем решение задачи о проникании в такую среду дано в [6].

В настоящей статье решается задача для пластической среды.

В области между поверхностями S и T предполагаем, что имеется течение среды, описываемое уравнениями Мизеса [8, 9]

$$\frac{\varepsilon_{rr}}{\varepsilon_i} = \frac{\sigma_{rr} - \sigma}{2\tau_s}, \quad \frac{\varepsilon_{\theta\theta}}{\varepsilon_i} = \frac{\sigma_{\theta\theta} - \sigma}{2\tau_s}, \quad \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_i} = \frac{\sigma_{xx} - \sigma}{2\tau_s} \quad (1.1)$$

$$\frac{\dot{\varepsilon}_{rr}}{\varepsilon_i} = \frac{\dot{\sigma}_{rr}}{\tau_s}, \quad \varepsilon_{rr} = \frac{\partial v_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{v_r}{r}, \quad \varepsilon_{xx} = \frac{\partial v_x}{\partial x}$$

где v_r, v_x — компоненты скорости частиц, причем для тонких тел $|\varepsilon_{xx}| \ll |\varepsilon_{rr}|$, τ_s — постоянный предел текучести, где $6\tau_s^2$ есть правая часть условия текучести

$$(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (\sigma_{rr} - \sigma_{xx})^2 + (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{xx})^2 + 6\sigma_{xx}^2 = 6\tau_s^2 \quad (1.2)$$

Уравнение несжимаемости, записанное в основном порядке

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} = 0$$

после интегрирования и удовлетворения кинематического условия на

теле $v_r = \frac{\partial r_*}{\partial t}$ дает

$$v_r = \frac{r_*}{r} \frac{\partial r_*}{\partial t} \quad (1.3)$$

Для интенсивности скорости деформации получится $\varepsilon_i \approx 2 \frac{v_r}{r}$. Вводя радиальную компоненту вектора перемещений U_r

$$\frac{dU_r}{dt} = v_r, \quad \frac{dU_r}{dt} \approx \frac{\partial U_r}{\partial t} + \frac{\partial U_r}{\partial r} v_r$$

можно после интегрирования найти

$$U_r = r + F(r^2 - r_*^2) \quad (1.4)$$

Условие на теле $r = r_*$, $U_r = r_*$ дает $F(0) = 0$. Считая, что (1.4) имеет место по обе стороны от S , можно из начального условия получить

$$F(r^2 - r_*^2) = -r, \quad U_r = r - \sqrt{r^2 - r_*^2} \quad (1.5)$$

Полученное решение вблизи S , то есть для $r \gg r_k$, дает

$$U_r \approx \frac{r_k^2}{2r} \quad (1.6)$$

В упругой области вне поверхности S решение можно искать методом источников, причем для малых r уравнение S можно записать в виде [6]

$$r = r_k(x, t) \xi_0 \quad (1.7)$$

и, как будет видно из дальнейшего, $\xi_0 = \text{const}$. Предполагаем, что $\xi_0 \gg 1$, но $\xi_0 r_k$ мало, то есть для малых r_k значение r из (1.7) также мало, поэтому можно записать асимптотическую формулу для вектора упругих перемещений при малых r в виде [6]

$$u_r = \frac{f(x, t)}{r}, \quad u_x \approx 0 \quad (1.8)$$

где $f(x, t)$ — функция, определяемая из граничных условий на поверхности S . Для напряжений в упругой среде имеет место

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r}, & \sigma_{\theta\theta} &= \lambda \Delta + 2\mu \frac{u_r}{r} \\ \sigma_{xx} &= \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x}, & \sigma_{xr} &= \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) \\ \Delta &= \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \end{aligned} \quad (1.9)$$

Тогда из (1.8) и (1.9) следует *

$$\Delta \approx 0, \quad \sigma_{rr} \approx -2\mu \frac{f(x, t)}{r^2}, \quad \sigma_{\theta\theta} \approx 2\mu \frac{f(x, t)}{r^2}, \quad \sigma_{xx} = 0 \quad (1.10)$$

Условия из поверхности S при $r = r_k \xi_0$ в силу малости v_r приводятся к непрерывности нормальных перемещений $U = u_r$ и напряжений σ_{rr} по (1.1) и (1.10), причем из (1.1) можно получить в области течения $\sigma_{rr} \approx \sigma - \tau_s$, $\sigma_{\theta\theta} \approx \sigma + \tau_s$, $\sigma_{xx} \approx \sigma$. Для определения σ_{rr} в области течения можно использовать упрощенные уравнения движения

$$\frac{d\sigma_{rr}}{dr} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0, \quad \sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta} = -2\tau_s$$

откуда

$$\sigma_{rr} = 2\tau_s \ln r + \varphi(x, t) \quad (1.11)$$

где $\varphi(x, t)$ — произвольная функция.

В силу того, что $\xi_0 \gg 1$, и поэтому $U_r \approx \frac{r_k^2}{2r}$, для $r = r_k \xi_0$ из условия $U_r = u_r$ согласно (1.8) имеем

$$r_k^2 = 2f(x, t) \quad (1.12)$$

Условие непрерывности σ_{rr} при $r = r_k \xi_0$ дает по (1.10) и (1.11)

$$2\tau_s \ln r_k \xi_0 + \varphi(x, t) = -2\mu \frac{f(x, t)}{r_k^2 \xi_0^2} \quad (1.13)$$

Подставляя $f(x, t)$ из (1.12) в (1.13), получим

$$\varphi(x, t) = -\frac{1}{\xi_0^2} (\mu + 2\xi_0^2 \tau_s \ln r_k \xi_0)$$

и тогда из (1.11) напряжение в области течения будет равно

$$\sigma_{rr} = 2\tau_s \ln \frac{r}{r_k \xi_0} - \frac{\mu}{\xi_0^2}$$

Подставляя (1.10) в условие (1.2), где $\sigma_{rr} \approx 0$, можно найти

$$\xi_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\tau_s}} \quad (1.14)$$

причем на теле при $r = r_k$

$$\sigma_{rr} = -\tau_s \left(\ln \frac{\mu}{\tau_s} + 1 \right)$$

Следует отметить, что решение $u_r = r - \sqrt{r^2 - r_k^2}$ приводит к не-прерывности $U_r \approx \frac{r_k^2}{2r}$ при переходе через $r = r_k \xi_0$. Однако асимптотическое сращивание решения $u_r = r + F(r^2 - r_k^2)$, имеющим место при $r > r_k \xi_0$, не единственно, поскольку можно выбрать

$$F = -\sqrt{r^2 - r_k^2} + \frac{c(r^2 - r_k^2)}{(r^2 - r_k^2)^{1/2} + \delta^{1/2}}$$

где $c \sim r_k^2$, $\delta \sim r_k^2$ — постоянные.

Поэтому следует, вообще говоря, для выбора единственного решения взять уравнение энергии на фронте $r = r_k \xi_0$ или уравнение ударной адиабаты [10]

$$e_1 - e_2 = -(v_{r_1} - v_{r_2}) \frac{\sigma_{rr_1} + \sigma_{rr_2}}{2\xi_0 \frac{dr_k}{dt} \rho_1} \quad (1.15)$$

где e — энергия на единицу массы, индекс 1 дает величины впереди, а индекс 2 — позади поверхности $r = r_k \xi_0$.

Позади S

$$v_r = \frac{r_k}{r} \frac{\partial r_k}{\partial t}, \quad \sigma_{rr} = 2\tau_s \ln r + \sigma(x, t)$$

Впереди S

$$u_{r_1} = \frac{f(x, t)}{r}, \quad v_{r_1} = \frac{1}{r} \frac{\partial f(x, t)}{\partial t} \quad (1.16)$$

$$\sigma_{rr} \approx 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} = -2\mu \frac{f(x, t)}{r^2} \quad (1.17)$$

Значения $e_{1,2}$ имеют вид [10]

$$e_1 = e_0(T_1) + 2\mu \frac{f^2}{r_k^2 \xi_0^2} \quad (1.18)$$

$$e_2 = e_0(T_2) + \varepsilon_s + \frac{\tau_s^2}{2\mu}$$

где $T_{1,2}$ — температура, ε_s — энергия разрушения, $e_0(T) = cT$, а последние слагаемые соответствуют внутренней энергии [11] упругой области и внутренней энергии пластической области в начале ее образования или ее значению на поверхности разрушения S соответственно. Подставляя упругое решение (1.16) в (1.10), можно получить

$$\frac{2\mu f(x, t)}{r_k^2 \xi_0^2} = \tau_s \quad (1.19)$$

Используя соотношения (1.15), (1.16), (1.17), (1.18), можем найти

$$\frac{\partial f}{\partial t} = r_k \frac{\partial r_k}{\partial t} - r_k \frac{\partial r_k}{\partial t} \frac{\xi_0^2}{\tau_s} (\varepsilon_s + cT_2 - cT_1) \quad (1.20)$$

Предполагая постоянство выражения $\varepsilon_s + cT_2 - cT_1 = e_2 - e_1$ и полагая $f = \frac{1}{2} ar_k^2$, можно из (1.19), (1.20) получить

$$\xi_0^2 = \frac{\mu a}{\tau_s}, \quad a = \frac{1}{1 + \frac{\mu}{\tau_s^2} (\varepsilon_s + cT_2 - cT_1) \varrho_1} \quad (1.21)$$

В предположении, что $\varrho_1 \frac{\varepsilon_s + cT_2 - cT_1}{\tau_s^2} \mu \ll 1$, получаем $a = 1$ и решение дается (1.16), (1.17).

Решение впереди S $u_r = a \frac{r_k^2}{2r}$.

Используя (1.19) и условие при $r = r_k \xi_0$ $\sigma_{rr} = \sigma_{rr_1}$, из (1.16), (1.17) можно получить для $r < r_k \xi_0$

$$\varphi(x, t) = -\tau_s (1 + 2 \ln r_k \xi_0)$$

$$\sigma_{rr} = \tau_s \left(2 \ln \frac{r}{r_k \xi_0} - 1 \right) \quad (1.22)$$

На поверхности тела получится

$$\sigma_{rr} = -\tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s} \right) \quad (1.23)$$

2. Определение движения конуса

Рассмотрим задачу о проникании конуса с углом полураствора β , тогда $r_k = (f-x)\beta$ и, предполагая, что на теле имеется граничное условие

$$\sigma_{xr} = k_1 \sigma_{rr}$$

где k_1 — коэффициент трения, можно для силы сопротивления проникания получить

$$P = -2\pi \int_0^{f(t)} (f-x) \beta (\beta + k_1) \sigma_{rr} dx$$

или

$$P = -\pi \beta^2 (\beta + k_1) \sigma_{rr} f^2(t) \quad (2.1)$$

Записывая закон движения тела массы m

$$mf''(t) = -P$$

получим после интегрирования с учетом (1.23)

$$f'^2 = V^2 - \frac{2}{3m} \pi \beta^2 (\beta + k_1) \tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s} \right) f^2$$

где V есть начальная скорость тела.

Условие $f'(t) = 0$ дает для максимальной глубины проникания следующее выражение:

$$f_{\max}^2 = \frac{3mV^2}{2\pi \tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s} \right) (\beta + k_1) \beta} \quad (2.2)$$

3. Определение максимальной глубины проникания для цилиндрического тела, переходящего в конус

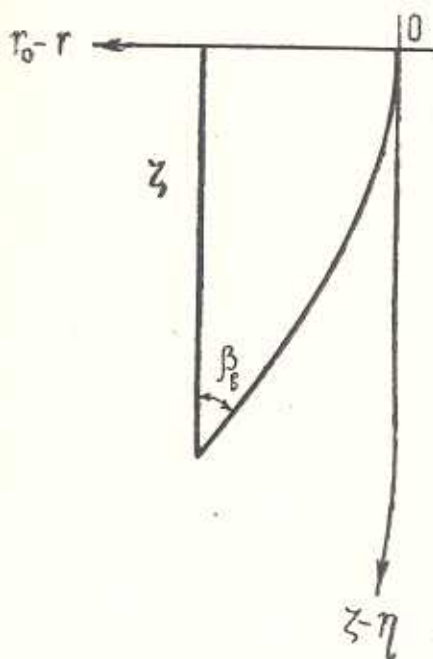
Рассмотрим цилиндрическую часть тела, которая переходит в криволинейный конус с уравнением образующей (фиг. 2)

$$r_k = r_0 - \beta(\zeta - \eta), \quad \eta = f - x \quad (3.1)$$

Вначале предположено, что вдоль цилиндра среда примыкает к телу и $k_1 \neq 0$.

Для силы сопротивления в момент времени t , соответствующий полному погружению конической части тела, или при $f > \zeta$ можно получить

$$P = 2\pi\tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s}\right) \left[\frac{\nu}{\nu+1} \beta k_1 \zeta^{\nu+1} + \frac{1}{2} \beta^2 \zeta^{2\nu} + k_1 r_0 (f - \zeta) \right] \quad (3.2)$$



Фиг. 2.

Уравнение движения в этом случае исследовано ниже. Для задачи с отсутствием силы сопротивления на цилиндрической части ($k_1 = 0$) уравнение движения будет

при $f > \zeta$

$$mf'' = -2\pi\tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s}\right) \left[\frac{\nu}{\nu+1} \beta k_1 \zeta^{\nu+1} + \frac{1}{2} \beta^2 \zeta^{2\nu} \right] \quad (3.3)$$

После интегрирования получим

$$\frac{f^2}{2} - \frac{V_1^2}{2} = -\frac{2\pi\tau_s}{m} \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s}\right) \left(\frac{\nu}{\nu+1} \beta k_1 \zeta^{\nu+1} + \frac{1}{2} \beta^2 \zeta^{2\nu} \right) (f - \zeta) \quad (3.4)$$

где v_1 — скорость тела в момент, когда $f = \zeta$ или при полном погружении конуса.

При $f < \zeta$ уравнение движения тела имеет вид

$$mf'' = -2\pi\tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s}\right) \left[\frac{1}{2} \beta^2 \zeta^{2\nu} + \beta^2 k_1 f - \frac{\beta k_1}{\nu+1} \zeta^{\nu+1} - \beta^2 \zeta^{\nu} (\zeta - f)^{\nu} + \frac{\beta^2}{2} (\zeta - f)^{2\nu} + \frac{\beta k_1}{\nu+1} (\zeta - f)^{\nu+1} \right] \quad (3.5)$$

После интегрирования и складывания с (3.4) с учетом того, что при $f = \zeta$ $f' = V_1$, получим

$$\begin{aligned} \frac{f'^2}{2} - \frac{V^2}{2} = & -\frac{2\pi\tau_s}{m} \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s}\right) \left[\left(\frac{\nu}{\nu+1} \beta k_1 \zeta^{\nu+1} + \frac{1}{2} \beta^2 \zeta^{2\nu} \right) (f - \zeta) + \right. \\ & + \frac{\beta^2}{2} + \zeta^{2\nu+1} + \beta \zeta^{\nu+2} k_1 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\nu+1} \right) - \\ & \left. - \beta^2 \zeta^{2\nu+1} \frac{3\nu+1}{2(2\nu+1)(\nu+1)} + \frac{\beta k_1 \zeta^{\nu+2}}{(\nu+1)(\nu+2)} \right] \end{aligned}$$

где V — начальная скорость.

При $f' = 0$ $f = f_{\max}$ и для f_{\max} получится

$$\begin{aligned} f_{\max} = & \frac{1}{\frac{\nu}{\nu+1} \beta k_1 \zeta^{\nu+1} + \frac{1}{2} \beta^2 \zeta^{2\nu}} \left[\frac{m v^2}{4\pi\tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s}\right)} + \right. \\ & \left. + \beta^2 \zeta^{2\nu+1} \frac{\nu^2}{(2\nu+1)(\nu+1)} - \frac{\nu \beta k_1 \zeta^{\nu+2}}{2(\nu+2)} \right] + \zeta \end{aligned} \quad (3.6)$$

При $\nu = 1$, то есть для тела с прямолинейной конусной частью,

$$f_{\max} = \frac{m v^2}{2\pi\tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s}\right) \beta (\beta + k_1) \zeta^2} + \frac{2}{3} \zeta \quad (3.7)$$

Отметим, что определение f_{\max} для погружения криволинейного конуса, то есть формулы, подобной (2.2), при $\nu \neq 1$ является довольно сложной задачей и в настоящей работе не рассмотрено.

Вычислим f_{\max} с учетом, что на цилиндрической части $k_1 \neq 0$. Для силы сопротивления имеем формулу (3.2). Проводя те же рассуждения для f_{\max} , будем иметь формулу при $f_{\max} > \zeta$

$$\begin{aligned} f_{\max} = & -\left(\frac{\beta \zeta^\nu}{2k_1} - \frac{\zeta}{\nu+1} \right) + \left[\left(\frac{\beta \zeta^\nu}{2k_1} - \frac{\zeta}{\nu+1} \right)^2 + \right. \\ & + \frac{\beta}{k_1} \frac{3\nu+1}{(2\nu+1)(\nu+1)} \zeta^{\nu+1} - \frac{2\zeta^2}{(\nu+1)(\nu+2)} + \\ & \left. + \frac{m v^2}{2\pi\tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s}\right) \beta k_1 \zeta^\nu} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Формулы (3.6), (3.8) верны при $\zeta < f_{\max}$ или при $\zeta < \zeta_0$, где критическая высота конуса, для которой $\zeta_0 = f_{\max}$, дается (2.2) (фиг. 3). При $\zeta > \zeta_0$ для f_{\max} имеет место (2.2).

При $\nu = 1$ формула (3.8) переходит в формулу

$$f_{\max} = -\frac{K}{2} + \left\{ \frac{K^2}{4} - \frac{1}{\pi k_1 \beta \zeta} \left[\frac{mv^2}{-2\tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu a}{\tau_s} \right)} + \frac{\pi \beta (\beta + k_1) \zeta^2}{\zeta} \right] + \frac{\beta^2}{k_1} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.9)$$

где $K = \frac{\beta \zeta}{k_1} - \zeta$, ζ_0^3 дается (2.2).

На фиг. 3 приведены зависимости f_{\max} от ζ для конического тела, переходящего в цилиндр для $\beta \approx 0.22 \text{ рад см}^{-1}$, $k_1 = 0.15$, $a = 1$. Кривые I, II соответствуют прямому конусу, кривые III, IV — конусу с криволинейной образующей:

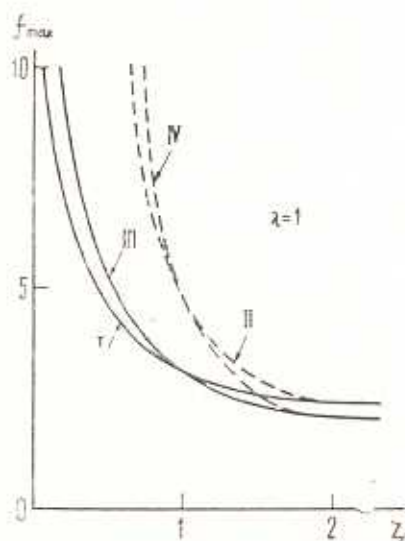
I — $\nu = 1$ $k_1 \neq 0$ (на цилиндре),

II — $\nu = 1$ $k_1 = 0$ (на цилиндре),

III — $\nu = 1.3$ $k_1 \neq 0$ (на цилиндре),

IV — $\nu = 1.3$ $k_1 = 0$ (на цилиндре),

$$\lambda = \frac{mv^2}{2\tau_s \left(1 + \ln \frac{\mu}{\tau_s} \right)} = 1$$



Фиг. 3.

Как видно из кривых, наименьшее значение f_{\max} (при $\nu = 1$) соответствует $\zeta \geq \zeta_0$, то есть погружению конуса.

4. Экспериментальное исследование проникания

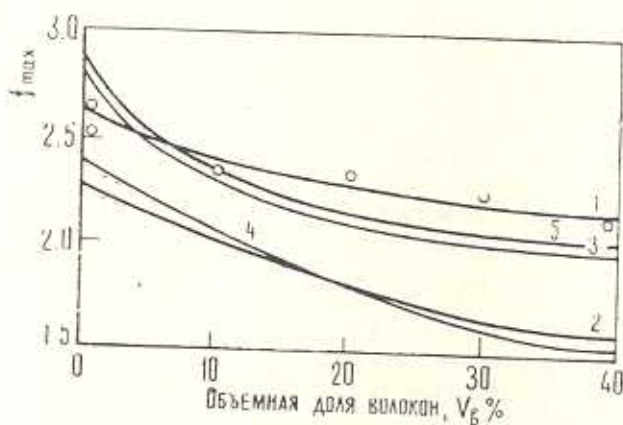
Для экспериментального исследования проникания в [12] применялся композиционный материал, полученный армированием железного порошка марки ПЖ2М произвольно ориентированными дискретными стальными волокнами, изготовленными из мерной резной стальной проволоки диаметром 0.28 мм марки сталь-55 с отношением длины волокна к диаметру $L/d = 100$.

В качестве проникающего тела использовалось тонкое твердое тело.

Результаты исследований, приведенные на фиг. 4, показывают, что наибольшая глубина достигается для образцов, полученных из неармированного материала ($V_a = 0$), а с увеличением объемной доли армирующих волокон V_a глубина проникания тела уменьшается. Это свя-

зано с тем, что в композиционном материале армирующие волокна образуют прочный каркас, жесткость которого растет с увеличением концентрации волокон, препятствующих прониканию тела.

При этом волокна испытывают растягивающие напряжения. После проникания размер кратера не превышал 1.3—1.4 диаметра тела. В процессе проникания в железный образец образовались незначительные трещины, которые занимали небольшой участок.



Фиг. 4.

По формулам (2.2), (3.5), (3.7) при $a = 1$ и по формуле (3.5) при $a = 0.8$ (фиг. 4) (соответственно кривые 2, 3, 4, 5. Кривая 1 — экспериментальная) были рассчитаны глубины проникания тела в неармированный железный образец и композиционный материал с различной долей волокон.

Приближенный расчет прочностных характеристик и модуля сдвига для композиционного материала с различной долей армирующих волокон проводился согласно [13].

Прочность композиции при армировании дискретными волокнами рассчитывалась по формуле [13, 14]

$$\sigma_n = \sigma_n V_n \left[\frac{(1 - \alpha) l_{кр}}{l} \right] + \sigma'_m (1 - V_n)$$

где σ_n — предел прочности при растяжении волокна; σ'_m — напряжение течения материала матрицы (армируемого материала) в момент разрушения волокон (принимается равным пределу текучести матрицы [14]); l — длина дискретного волокна; $l_{кр}$ — наименьшая длина, при которой дискретное волокно может разрушаться в композиции (рассчитывается по [5]); $\alpha = 0.5$, если напряжение, развиваемое в волокнах, возрастает линейно от концов к середине.

Считая $\sigma_T \sim \tau_s$, τ_s определяли из $\tau_s = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}$. Модуль сдвига вычисляли по формуле

$$G_c = \frac{G_n G_m}{G_n (1 - V_n) + G_m V_n}$$

Из фиг. 4 видно, что с экспериментальными данными больше всего сходятся кривые 4, 5, полученные по формуле (3.6), то есть при отсутствии силы трения на цилиндрической части, что объясняется появлением кратера с размером, большим диаметра проникающего тела. При этом наилучшее соответствие получено с учетом энергетических эффектов (кривая 5, фиг. 4).

Были проделаны также эксперименты по прониканию в образцы, сделанные из дюралюминия с $\tau_0 = 45 \text{ кг/см}^2$, $\mu = 0.7 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$. Глубина проникания тела для всех образцов оказалась равной $(4.5 \pm 1) \text{ мм}$. Из опытов найдено, что $\xi_0 = \text{const}$, то есть поверхность S подобна поверхности T . Расчеты по формулам (3.6) и (3.8) дают соответственно $z_{\text{max}} = 4.45 \text{ см}$, $f_{\text{max}} = 3.28 \text{ см}$. Как и прежде, хорошее соответствие с экспериментом дает формула (3.6).

Институт механики
АН Армянской ССР

Поступила 18 I 1980

Ա. Գ. ԲԱԳԳՅԱՆԷՎ, Ա. Ա. ՎԱՆՅՅԱՆ

ԲԱՐԱՎ ՄԱՐԻԴՆՆԵՐԻ ՆԵՐՔԱՓԱՆՅՈՒՄԸ ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ
ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐԻ ՄԵՋ

Ա մ ֆ ո փ ո լ մ

Դիտարկված է սուր ծայրով, բարակ, պտտման պինդ մարմնի ներթափանցումը նախապես առաջնական միջավայրի մեջ: Ենթադրվում է, որ ներթափանցման պահից առաջանում է մարմնի ծայրից սկսվող քայքայման ճակատ: Ճակատի հետևի մասում միջավայրի շարժումը նկարագրվում է իզոնալակաճ պլաստիկական վիճակի հավասարումներով: Ծակատի առջևի մասում միջավայրը առաջնական է: Տրվում է խնդրի էֆֆեկտիվ լուծումը: Որոշվում է ներթափանցման առավելագույն խորությունը կոնի և գլանի վերածվող կորագիծ տեսքով կոնի համար: Վերջինի համար կատարված են հաշվարկներ գլանային մասի և միջավայրի, ինչպես շփման առկայության, այնպես էլ նրա բացակայության դեպքերում: Զննվում է տրված, որ գլանային մասում շրջման բացակայության դեպքի ներթափանցման խնդրի համար ստացվում է լավ համապատասխանություն մետաղական բաղադրյալ նյութերում ներթափանցման խնդրի համար ստացված փորձնական արդյունքների հետ:

THE PENETRATION OF THIN BODIES INTO ELASTIC MEDIA

A. G. BAGDOEV, A. A. VANTSIAN

S u m m a r y

The problem of penetration of a thin pointed body of revolution into an initially elastic medium is considered.

It is supposed that from the penetration moment a fracture front propagating from the body's vertex is formed.

Behind the front the motion of the medium determined by the equations for an ideal plastic problem takes place. Ahead of it the medium is elastic. An effective solution of the problem is given. The maximal depth of penetration for a cone and a body shaped as a curvilinear cone converting to a cylinder is determined. For the latter the calculations are made both for the cases of presence and absence of friction of the medium against the cylindrical part of the body.

It is shown that in the problem without friction along the cylindrical part a good agreement with the experimental curve, obtained for the problem of penetration into metal composites, is obtained.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рахматулин Х. А., Сагомонян А. Я., Алексеев Н. А. Вопросы динамики грунтов. М., МГУ, 1964.
2. Ивлинский А. Ю. Осесимметричная задача пластичности и проба Бриелля. ПММ, 1944, т. VIII, вып. 3.
3. Григорян С. С. Некоторые вопросы газодинамики тонких тел. Кандидатская диссертация, МГУ, 1956.
4. Сагомонян А. Я. Проникание. М., МГУ, 1977.
5. Багдоев А. Г. Пространственные нестационарные движения сплошной среды. Ереван, Изд. АН Армянской ССР, 1961.
6. Багдоев А. Г. Проникание тонкого тела вращения в упругую среду. Изв. АН Армянской ССР, Механика, 1977, т. 30, № 5.
7. Багдоев А. Г., Мартиросян А. Н., Саркисян Г. А. Решение некоторых нестационарных задач взаимодействия тел с упругими преградами. Изв. АН СССР, МТТ, 1978, № 3.
8. Ночов В. Н., Огибалов П. М. Напряжения в телах при импульсных нагружениях. М., «Высшая школа», 1975.
9. Ильющин А. А. Механика сплошной среды. М., МГУ, 1978.
10. Григорян С. С. Некоторые вопросы математической теории деформации горных пород. ПММ, 1967, т. 31, № 4.
11. Мастеров В. А., Берковский В. С. Теория пластической деформации и обработки металлов давлением. М., «Металлургия», 1974.
12. Багдоев А. Г., Минасян Б. Ц. Исследование проникания тонкого твердого тела в металлы. Изв. АН Армянской ССР, серия техн. наук, 1979, т. 32, № 3.
13. Карпинос Д. М., Тучинский Л. И., Вишняков Л. Р. Новые композиционные материалы. Киев, «Высшая школа», 1977.
14. Францевич И. Н., Карпинос Д. М. Композиционные материалы волокнистого строения. Киев, «Наукова Думка», 1970.