ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXXIII, № 2, 1980 Механика

В. А. ШАЛДЫРВАН

ОБ ОДНОМ ВАРИАНТЕ ПОСТРОЕНИЯ УТОЧНЕННЫХ ТЕОРИЙ ИЗГИБА ТРАНСТРОПНЫХ ПЛИТ

Попытка уточнения теории пластин и оболочек была начата работами Н. А. Кильчевского в 40-х годах (см., например, [1]). Работы Е. Рейсснера [2] стимулировали интерес к этой проблеме. Но особенно большое внимание этой проблеме уделяется после ряда работ А. Л. Гольденвейзера [3, 4] и И. И. Воровича [5], в которых содержится анализ области применимости классической теории пластин и оболочек и характера присущей ей погрешности. Кроме того, в этих работах предлагаются асимптотические методы исследования трехмерных задач упругости.

Наличие обстоятельных обзоров Н. А. Кильчевского [6], И. И. Воровича [5, 7], Л. Айнолы-У. Нигула [8], А. К. Галиньша [9] позволяет не касаться анализа разного рода допущений, обычно используемых при построении уточненных теорий. Отметим только общую идею используемых при этом методов, заключающуюся в предварительном задании некоторых из характеристик напряженно-деформированного состояния конечными рядами

$$u_i = \sum_{k=0}^{N} u_{ik}(x)\varphi_{ik}(x_3), \quad \sigma_{ij} = \sum_{k=0}^{M} \sigma_{ijk}(x)\psi_{ik}(x_3)$$

$$x = \{x_1, x_2\} \in S, \; x_3 \in [-h, h]$$

с последующим определением остальных из трехмерных уравнений теории упругости. Функции φ_{ik}, ψ_{ik}, как правило, задаются степенями x_3 или полиномами Лежандра, а для определения неизвестных функций u_{ik}, σ_{ijk} выводятся дифференциальные уравнения с помощью вариационных принципов или с использованием трехмерных уравнений теории упругости.

В данной работе предлагается один из способов получения уточненных теорий изгиба транстропных плит, базирующийся на использовании класса однородных решений.

1. Пусть транстропная плита, в каждой точке которой плоскость изотропии параллельна срединной плоскости S, занимает объем $V = S \times [-h, h]$ (в общем случае S — многосвязная область, ограниченная контуром $\partial S = \bigcup_{j=0}^{N} \partial S_j$). Имея в виду в последующем изучение концентрации напряжений, остановимся на случае задания изгибных напряжений на боковой поверхности плиты.

Компоненты вектора упругих смещений u_i произвольной точки плиты будем искать в виде

$$u_1(\xi, \zeta) = \sum_{k=0}^{N} \zeta^{2k+1} \partial_1 F_{2k+1}(\xi) + p(\zeta)\, \partial_2 \Phi(\xi) + n(\zeta)\, \partial_1 \Psi(\xi)$$

$$u_2(\xi, \zeta) = \sum_{k=0}^{N} \zeta^{2k+1} \partial_2 F_{2k+1}(\xi) - p(\zeta)\, \partial_1 \Phi(\xi) + n(\zeta)\, \partial_2 \Psi(\xi) \qquad (1.1)$$

$$u_3(\xi, \zeta) = \sum_{k=0}^{N} \zeta^{2k} F_{2k}(\xi) + q(\zeta)\, \Psi(\xi)$$

где F_i, Φ, Ψ и n, p, q — некоторые произвольные функции аргументов $\xi = \{\xi_1, \xi_2\}$ и ζ соответственно, $\xi_\alpha = x_\alpha / R$, $(\alpha = 1, 2)$, $\zeta = x_3/\lambda R$, $\partial_\alpha = \partial/\partial\xi_\alpha$, $\lambda = h/R$, R — радиус наименьшей из окружностей ∂s_j.

Требуя, чтобы выражения (1.1) удовлетворяли системе равновесия и условиям незагруженности торцов плиты, получим [10]

$$F_0 = -\frac{1}{\lambda} F + 2\mu_5 \lambda s_0^2 D^2 F, \quad F_2 = -\lambda \nu_2 \mu_5 D^2 F, \quad F_3 = -\lambda^2 \mu_4 D^2 F \quad (1.2)$$

$$F_k(\xi) = 0 \ (k \geq 4), \quad F_1 = F, \quad D^2 = \partial_1^2 + \partial_2^2, \quad D^2 D^2 F = 0$$

$$p(\zeta) = \frac{2}{\delta s_0} \sin \delta s_0 \zeta, \quad D^2 \Phi - (\delta/\lambda)^2 \Phi = 0 \qquad (1.3)$$

Вид функций $n(\zeta)$, $q(\zeta)$ зависит от физико-механических характеристик материала, именно

$$\left(b_1 = \frac{s_0^2 - \nu_2}{1 - \nu}, \quad b_2 = \frac{\nu_2}{\nu_z} \frac{1 - \nu_2 \nu_z}{1 - \nu^2} \right)$$

1. Если $b_1 > 0$ и $b_1^2 \neq b_2$, то $\left(s_{1,2} = \sqrt{b_1 \pm \sqrt{b_1^2 - b_2}} \right)$

$$n(\zeta) = \sum_{j=1}^{2} H_j \sin \gamma s_j \zeta, \qquad q(\zeta) = \sum_{j=1}^{2} Q_j \cos \gamma s_j \zeta \qquad (1.4')$$

2. Если $b_1 > 0$ и $b_1^2 = b_2$, то $(s_1 = \sqrt{b_1})$

$$n(\zeta) = H_1 \sin \gamma s_1 \zeta + H_2 \zeta \cos \gamma s_1 \zeta, \quad q(\zeta) = Q_1 \cos \gamma s_1 \zeta + Q_2 \zeta \sin \gamma s_1 \zeta \quad (1.4'')$$

3. Если $b_1 < 0$ и $b_1^2 \neq b_2$ то $\left(s_{1,2} = \sqrt{|b_1| \pm \sqrt{b_2 - b_1^2}} \right)$

$$n(\zeta) = \sum_{j=1}^{2} H_j \operatorname{sh} \gamma s_j \zeta, \quad q(\zeta) = \sum_{j=1}^{2} Q_j \operatorname{ch} \gamma s_j \zeta \qquad (1.4''')$$

4. Если $b_1 < 0$ и $b_1^2 = b_2$, то $(s_1 = \sqrt{|b_1|})$

$$n(\zeta) = H_1 \operatorname{sh} \gamma s_1 \zeta + H_2 \zeta \operatorname{ch} \gamma s_1 \zeta, \quad q(\zeta) = Q_1 \operatorname{ch} \gamma s_1 \zeta + Q_2 \zeta \operatorname{sh} \gamma s_1 \zeta \quad (1.4'''')$$

При этом функция Ψ удовлетворяет уравнению

$$D^2\Psi-(\gamma/\lambda)^2\Psi=0 \tag{1.5}$$

Определяющие класс однородных решений параметры δ и γ являются решениями трансцендентных уравнений. В случае $b_1>0$ эти уравнения можно записать в таком виде:

$$\cos\delta s_0=0,\qquad \delta=\frac{\pi}{2s_0}(2k-1),\quad k=1,2,\ldots \tag{1.6}$$

$$\beta\sin 2\alpha\gamma-\alpha\,\mathrm{sh}\,2\beta\gamma=0\quad (b_1^2<b_2) \tag{1.7a}$$

$$2s_1\gamma-\sin 2s_1\gamma=0\quad (b_1^2=b_2) \tag{1.7b}$$

$$\omega\sin\Omega\gamma-\sin\omega\gamma\Omega=0\quad (b_1^2>b_2) \tag{1.7c}$$

$$(\alpha\pm i\beta=s_{1,2},\quad \omega=(s_1-s_2)/\Omega,\quad \Omega=s_1+s_2)$$

Что касается случая $b_1<0$, то для него уравнения получаются из (1.7) формальной заменой s_j на is_j.

Тогда, на основании (1.1) с учетом (1.2)—(1.5) и в силу обобщенного закона Гука [11], получим выражения для напряжений

$$\sigma_{\xi\xi}+\sigma_{\eta\eta}=\frac{1+\nu}{1-\nu}\zeta D^2F+e(\zeta)_{*}\Psi,\quad \sigma_{\zeta\zeta}=t(\zeta)\Psi$$

$$\sigma_{\eta\eta}-\sigma_{\xi\xi}+2i\sigma_{\xi\eta}=$$

$$=-4\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left[\zeta F-\zeta^3\frac{\lambda^2(2s_0^2-\nu_2)}{6(1-\nu)}D^2F+ip(\zeta)\Phi+n(\zeta)\Psi\right] \tag{1.8}$$

$$\sigma_{\xi\zeta}-i\sigma_{\eta\zeta}=2\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\lambda(1-\zeta^2)}{1-\nu}D^2F-ig(\zeta)\Phi+r(\zeta)\Psi\right]$$

Здесь

$$z=\xi+i\eta,\quad g(\zeta)=-(2\lambda s_0^2)^{-1}p'(\zeta)=-(\lambda s_0^2)^{-1}\cos\delta s_0\zeta$$

$$e(\zeta)=2s(\zeta)+(\gamma/\lambda)^2n(\zeta),\quad s(\zeta)=A_{12}(\gamma/\lambda)^2n(\zeta)+\frac{1}{\lambda}A_{13}q'(\zeta)$$

$$r(\zeta)=\frac{1}{2s_0^2}\left[q(\zeta)+\frac{1}{\lambda}n(\zeta)\right]$$

$$t(\zeta)=A_{13}(\gamma/\lambda)^2n(\zeta)+\frac{1}{\lambda}A_{33}q'(\zeta)$$

Корни уравнения (1.6) вещественные и группируются по два с одинаковым модулем. Уравнения (1.7) имеют нулевой корень и счетное множество комплексных, которые группируются по четыре с равным модулем. Кроме того, уравнение (1.7c) имеет счетное множество вещественных корней, которые также расположены симметрично относительно нуля.

Для формулировки уточненных теорий изгиба транстропных плит будем пользоваться разложением компонента вектора смещений в ряды по однородным решениям, ограничиваясь тем или иным количеством указанных корней. При этом получается следующая последовательность уточненных теорий.

2. Ограничиваясь первыми корнями уравнений (1.6) и (1.7) $\left(\gamma = 0\right.$ и $\left.\delta = \dfrac{\pi}{2s_0}\right)$, получим разрешающую систему первого приближения

$$D^2D^2F = 0, \qquad D^2\Phi - \frac{\pi^2}{4\lambda^2 s_0^2}\Phi = 0 \tag{2.1}$$

Следовательно, в указанном приближении получаем теорию С. А. Амбарцумяна [12], если вместо числа π подставить $\sqrt{10}$. Последнее обстоятельство обусловлено заданием закона распределения напряжений по толщине плиты в цитируемой работе.

Общий порядок разрешающей системы равен D^6, поэтому необходимо ставить по три граничных условия на каждом краю плиты.

Обозначим через $M_{\alpha\beta}^{(0)}$ $(\alpha, \beta = \xi, \eta)$ изгибающие и крутящие моменты и $N_\alpha^{(0)}$ — перерезывающие силы, а через $M_{\alpha\beta}^{(n)}$, $N_\alpha^{(n)}$ $(n > 1)$ — их сверхстатические характеристики (полимоменты и полисилы). Указанные характеристики определим следующим образом [13]:

$$M_{\alpha\beta}^{(n)} = \int_{-1}^{1} \sigma_{\alpha\beta}\zeta^{2n+1}d\zeta, \qquad N_\alpha^{(n)} = \int_{-1}^{1} \sigma_{\alpha\zeta}\zeta^{2n}d\zeta \tag{2.2}$$

Силовые краевые условия на границе плиты ∂S, выраженные с помощью сверхстатических характеристик, имеют следующий вид [14]:

$$\begin{gathered} M_{\xi\xi}^{(n)}n_\xi + M_{\xi\eta}^{(n)}n_\eta = \int_{-1}^{1} q_{n\xi}\zeta^{2n+1}d\zeta \\ N_\xi^{(n)}n_\xi + N_\eta^{(n)}n_\eta = \int_{-1}^{1} q_{n\zeta}\zeta^{2n}d\zeta \\ M_{\eta\xi}^{(n)}n_\xi + M_{\eta\eta}^{(n)}n_\eta = -\int_{-1}^{1} q_{n\eta}\zeta^{2n+1}d\zeta \qquad (n = 0,\ 1,\ 2,\ldots) \end{gathered} \tag{2.3}$$

где $(q_{n\xi},\ q_{n\eta},\ q_{n\zeta})$ — проекция внешней нагрузки, приложенной к поверхности Ω.

В рамках первого («амбарцумяновского») приближения краевым условиям соответствуют только статические характеристики распределения напряжений $(n = 0)$.

На основе соотношений (2.2) моменты и перерезывающие силы, статически эквивалентные напряжениям (1.8), равны

$$M_{\eta\eta}^{(0)} + M_{\xi\xi}^{(0)} = \frac{2}{3}\frac{1+\nu}{1-\nu}\operatorname{Re}\varphi'(z), \quad N_{\xi}^{(0)} - iN_{\eta}^{(0)} = 4\varphi''(z) + \frac{8i}{\lambda\pi s_0^2}\frac{\partial\Phi}{\partial z}$$

$$M_{\eta\eta}^{(0)} - M_{\xi\xi}^{(0)} + 2iM_{\xi\eta}^{(0)} = -\frac{4}{3}\left[\bar{z}\varphi''(z) + \psi'(z)\right] + \tag{2.4}$$

$$+\frac{8\lambda^2(2s_0^2-\nu_2)}{15(1-\nu)}\varphi'''(z) + \frac{128\, i\partial^2\Phi}{\pi^3\partial z^2}$$

где $\varphi(z)$, $\psi(z)$ — комплексные потенциалы Колосова-Мусхелишвили.

Выпишем теперь выражения $M_{\alpha\beta}^{(0)}$, $N_{\alpha}^{(0)}$ в полярных координатах ($\alpha, \beta = r, \theta$)

$$M_{rr}^{(0)} = \frac{1}{1-\nu}\left[\frac{2}{3}\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\nu}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right)F - \frac{2s_0^2-\nu_2}{15}\lambda^2\frac{\partial^2\nabla^2 F}{\partial r^2}\right] +$$

$$+\frac{32}{\pi^3}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\right)$$

$$M_{r\theta}^{(0)} = \frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial\theta}\right) - \frac{1}{15}\lambda^2\frac{2s_0^2-\nu_2}{1-\nu}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\nabla^2 F}{\partial\theta}\right) +$$

$$+\frac{16}{\pi^3}\left(\frac{\pi^2\Phi}{4\lambda^2 s_0^2} - 2\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2}\right) \tag{2.5}$$

$$N_{\theta}^{(0)} = \frac{2\lambda}{3(1-\nu)}\frac{1}{r}\frac{\partial\nabla^2 F}{\partial\theta} + \frac{4}{\pi\lambda s_0^2}\frac{\partial\Phi}{\partial r}$$

$$N_{r}^{(0)} = \frac{2\lambda}{3(1-\nu)}\frac{\partial\nabla^2 F}{\partial r} - \frac{4}{\pi\lambda s_0^2}\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}$$

$$M_{\theta\theta}^{(0)} = \frac{2}{3(1-\nu)}\left(\nu\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right)F +$$

$$+\frac{\lambda^2(2s_0^2-\nu^2)}{15(1-\nu)}\frac{\partial^2\nabla^2 F}{\partial r^2} - \frac{32}{\pi^3}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\right)$$

Сравнивая эти выражения с аналогичными, приведенными в [15], видим, что они отличаются коэффициентами. Причина здесь та, которая отмечалась при сравнении разрешающих систем.

Таким образом, краевая задача в такой постановке соответствует второму варианту теории С. А. Амбарцумяна. Различие стоит в коэффициентах и в формулах, по которым вычисляются напряжения, после того как будут найдены разрешающие функции.

Отметим, что устремляя $\nu_z \to \nu$, $E_z \to E$, $G_z \to G$, получим формулы рейсснеровского приближения для изотропных плит, приведенные в [14].

3. Для построения теории следующего приближения необходимо взять по два различных по модулю корня в каждом трансцендентном уравнении. Тогда разрешающая система этого приближения имеет вид

$$D^2D^2F = 0 \quad D^2\Phi_1 - \frac{\pi^2}{4\lambda^2 s_0^2}\Phi_1 = 0, \quad D^2\Phi_2 - \frac{9\pi^2}{4\lambda^2 s_0^2}\Phi_2 = 0$$

$$D^2\Psi - \left(\frac{\alpha_1 + i\beta_1}{\lambda}\right)^2\Psi = 0, \qquad D^2\overline{\Psi} - \left(\frac{\alpha_1 - i\beta_1}{\lambda}\right)^2\overline{\Psi} = 0 \tag{3.1}$$

$$(\gamma_1 = \alpha_1 + i\beta_1)$$

Из формул (1.8) в этом случае имеем

$$\sigma_{\xi\xi}^{(2)} + \sigma_{\eta\eta}^{(2)} = 4\zeta\frac{1+\nu}{1-\nu}\operatorname{Re}\varphi'(z) + 2\operatorname{Re}e(\zeta)\Psi$$

$$\sigma_{\eta\eta}^{(2)} - \sigma_{\xi\xi}^{(2)} + 2i\sigma_{\xi\eta}^{(2)} = -2\zeta\left[\bar{z}\varphi''(z) + \psi'(z)\right] + 8\lambda^2\eta_4\varphi'''(z) -$$

$$-4i\sum_{k=1}^{2}p_k(\zeta)\frac{\partial^2\Phi_k}{\partial z^2} - 8\operatorname{Re}n(\zeta)\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} \tag{3.2}$$

$$\sigma_{\xi\zeta}^{(2)} - i\sigma_{\eta\zeta}^{(2)} = \frac{4\lambda(1-\zeta^2)}{1-\nu}\varphi'' - 2i\sum_{k=1}^{2}g_k(\zeta)\frac{\partial\Phi_k}{\partial z} + 4\operatorname{Re}r(\zeta)\frac{\partial\Psi}{\partial z}$$

Порядок системы (3.1) D^{12}, поэтому на границе плиты надо поставить по шесть граничных условий. Силовые краевые условия будут включать как статические, так и сверхстатические характеристики первого порядка, статически эквивалентные напряжениям (3.2).

Аналогичным образом строятся теории более высоких порядков. Так на следующем шаге порядок разрешающей системы будет D^{18}, затем D^{24} и т. д. Силовые краевые условия будут наложены соответственно на сверхстатические характеристики до второго, третьего и т. д. порядка включительно.

Проиллюстрируем применение предлагаемого варианта второго порядка на задаче о концентрации напряжений в неограниченной плите из транстропного материала. Плита ослаблена поперечной полостью, ограниченной круговой цилиндрической поверхностью Ω. Для простоты будем считать, что поверхность Ω загружена нормальными изгибающими усилиями, изменяющимися только вдоль образующей, то есть

$$\sigma_{rr}\big|_{\Omega} = Pf(\zeta), \qquad \sigma_{r\zeta}\big|_{\Omega} = 0$$

В этом случае задача будет осесимметричной, поэтому функции Φ_j $(j = 1, 2)$ обращаются в нуль. При $r = 1$ имеют место следующие граничные условия на контуре отверстия:

$$M_{rr}^{(j)} = P\int_{-1}^{1} f(\zeta)\zeta^{2j+1}d\zeta, \qquad N_r^{(j)} = 0 \qquad (j = 0, 1) \tag{3.3}$$

В полярной системе координат статические характеристики напряженного состояния имеют вид

$$M_{rr}^{(0)} = \frac{2}{3(1-\nu)}\left(\frac{d^2F}{dr^2} + \frac{\nu}{r}\frac{dF}{dr}\right) + 2\,\mathrm{Re}\left(a_1\Psi + b_1\frac{d^2\Psi}{dr^2}\right)$$

$$M_{\theta\theta}^{(0)} = \frac{2}{3(1-\nu)}\left(\nu\frac{d^2F}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dF}{dr}\right) + 2\,\mathrm{Re}\left(a_1\Psi + b_1\frac{1}{r}\frac{d\Psi}{dr}\right) \qquad (3.4)$$

$$N_r^{(0)} = 2\,\mathrm{Re}\,d_0\frac{d\Psi}{dr} \qquad N_\zeta^{(0)} = 2\,\mathrm{Re}\,e_0\Psi$$

Здесь

$$\begin{pmatrix} a_{2j+1} \\ b_{2j+1} \end{pmatrix} = \int_{-1}^{1} \begin{matrix} s(\zeta) \\ n(\zeta) \end{matrix}\ \zeta^{2j+1}\,d\zeta, \qquad d_{2j} = \int_{-1}^{1} r(\zeta)\,\zeta^{2j}\,d\zeta, \qquad e_{2j+1} = \int_{-1}^{1} t(\zeta)\,\zeta^{2j+1}\,d\zeta$$

Решение уравнений (3.1), удовлетворяющее условиям на бесконечности, будем искать в виде

$$F(r) = X\ln r, \quad \Psi(r) = ZK_0(r\gamma_1/\lambda)/K_0(\gamma_1/\lambda) \qquad (3.5)$$

где K_0 — функция Макдональда.

Из граничных условий (3.3) получаем систему для определения произвольных постоянных X, Z

$$X - 3\,\mathrm{Re}\left[a_1 + (\gamma_1/\lambda)^2 b_1 - b_1P_0^-(\gamma_1/\lambda)\right]Z = -3p\int_{-1}^{1} f(\zeta)\,\zeta\,d\zeta$$

$$X - 5\,\mathrm{Re}\left[a_3 + (\gamma_1/\lambda)^2 b_3 - b_3P_0^-(\gamma_1/\lambda)\right]Z = -5p\int_{-1}^{1} \zeta^3 f(\zeta)\,d\zeta \qquad (3.6)$$

$$\mathrm{Re}\,d_2P_0^-(\gamma_1/\lambda)\,Z = 0, \qquad P_0^-(\gamma_1/\lambda) = -(\gamma_1/\lambda)\,K_1(\gamma_1/\lambda)/K_0(\gamma_1/\lambda)$$

Подставляя решения системы (3.6) в выражения (3.4), получаем формулу, по которой обычно вычисляется концентрация напряжений

$$M_{\theta\theta}^{(0)}(1) = \frac{2}{3}X + 2\,\mathrm{Re}\left[a_1 + b_1P_0(\gamma_1/\lambda)\right]Z \qquad (3.7)$$

Предложенный процесс построения уточненных теорий изгиба плит, отличающийся достаточной прозрачностью, позволяет без труда получить уравнения задачи. Кроме того, преимущество такого подхода заключается в том, что, как и в трехмерной теории, формулы для вычисления характеристик напряженного состояния содержат коэффициенты, вид которых определяется в зависимости от физико-механических постоянных материала плит.

В заключение отметим, что другой подход используется в работах [16—21]. Решение трехмерных задач теории анизотропных пластин осуществляется с помощью итерационных процессов, построенных асимптотическими методами А. Л. Гольденвейзера и И. И. Воровича. В [19—21] на каждом этапе решается бигармоническая проблема для трансверсально-изотропных пластин, аналогичная проблеме Кирхгоффа, но совпадающая с ней в нулевом приближении, и некоторые бесконечные системы линейных алгебраических уравнений. Для удовлетворения граничных условий на цилиндрической части границы применяется вариационный принцип Лагранжа. Теория внутреннего напряженно-деформированного состояния изгибаемых ортотропных пластинок построена в работах [16, 17]. Последнее описывается основным итерационным процессом, эквивалентным теории Кирхгоффа. В [18] построено полное решение типа погранслоя для прямоугольных пластин.

Донецкий госуниверситет

Поступила 8 VI 1979

Վ. Ա. ՇԱԼԴԻՐՎԱՆ

ՏՐԱՆՍՏՐՈՊԱՅԻՆ ՍԱԼԵՐԻ ԾՌՄԱՆ ՃՇԳՐՏՎԱԾ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ԿԱՌՈՒՑՄԱՆ ՄԻ ՎԱՐԻԱՆՏԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Ստացվել են խնդրի լուծող հավասարումները, որոնք բնորոշում են փոխադրային սալի լարված դեֆորմացված վիճակը լայնական սահքերի և նորմալ դեֆորմացիաների ու լարումների հաշվառումով։ Այդ հավասարումների հիման վրա կարելի է հաշվի առնել ավելի բարձր կարգի ծռման էֆեկտները, քան դասական տեսությունում։

Ընդ որում փոխադրային սալերի ծռման մոտավոր տեսությունների կառուցման խնդիրը մեկնաբանվում է ինչպես այս կամ այլ թվով մոտավորությունների կառուցման ընթացք համասեռ լուծումների տեսության շրջանակներում։

ON A VARIANT TO CONSTRUCT A MORE PRECISE THEORY FOR TRANSVERSAL ISOTROPIC PLATES

V. A. SHALDYRVAN

S u m m a r y

The resolving equations are obtained to describe the stress-strain state of transversal isotropic plates, considiring transversal shear and

normal strains and stresses, allowing to take into account the bending effects of the order higher than that of the classic theory. In this case the problem to construct approximate theories for transversal plate bending is treated as a process of obtaining a number of approximations within the theory of homogeneous solutions.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кильчевский Н. А.* Обобщение современной теории оболочек. ПММ, 1939, 2, вып. 4.
2. *Reissner E.* On the theory of bending of elastic plates. J. Math. and Phys., 1944, 23, No. 4.
3. *Гольденвейзер А. Л.* К теории изгиба пластинок Рейсснера. Изв. АН СССР, ОТН, 1958, № 4.
4. *Гольденвейзер А. Л.* Построение приближенной теории изгиба пластинки методом асимптотического интегрирования уравнений теории упругости. ПММ, 1962, 26, вып. 4.
5. *Ворович И. И.* Некоторые математические вопросы теории пластин и оболочек. В кн.: Тр. II Всесоюз. съезда по теор. и прикл. механике (1964). Обзорные докл. М., 1966, вып. 3.
6. *Кильчевский Н. А.* Основы аналитической механики оболочек. К., Изд. АН УССР, 1963.
7. *Ворович И. И.* Некоторые результаты и проблемы асимптотической теории пластин и оболочек.— Материалы I Всесоюз. школы по теории и числен. методам расчета оболочек и пластин, Тбилиси, 1975.
8. *Айнола Л., Нигул У.* Волновые процессы деформации упругих плит и оболочек. Изв. АН Эст.ССР, 1965, 14, № 1.
9. *Галимов А. К.* Расчет пластин и оболочек по уточненным теориям. Исследования по теории пластин и оболочек, 1967, вып. 5, 1970, вып. 6.
10. *Космодамианский А. С., Шалдырван В. А.* Толстые многосвязные пластины. К., Наукова думка, 1978.
11. *Лехницкий С. Г.* Теория упругости анизотропного тела, М., Наука, 1977.
12. *Амбарцумян С. А.* Теория анизотропных пластин. М., Наука, 1967.
13. *Прокопов В. К.* Применение символического метода к выводу уравнений теории плит. ПММ, 1965, 29, вып. 5.
14. *Груздев Ю. А., Прокопов В. К.* К задаче изгиба толстой плиты. Прикл. механ., 1970, VI, вып. 5.
15. *Пелех Б. Л.* Концентрация напряжений около отверстий при изгибе трансверсально-изотропных пластин. К., Наукова думка, 1977.
16. *Агаловян Л. А.* Об уточнении классической теории изгиба анизотропных пластин. Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат. наук, 1965, т. XVIII, № 5.
17. *Агаловян Л. А.* К теории изгиба ортотропных пластин. Изв. АН СССР, МТТ, 1966, № 6.
18. *Агаловян Л. А.* О погранслое ортотропных пластинок. Изв. АН АрмССР, Механика, 1973, т. XXVI, № 2.
19. *Роменская Г. И., Шленев М. А.* Асимптотический метод решения задачи теории упругости о толстой трансверсально-изотропной плите. В кн.: Пластины и оболочки. Ростов-на-Дону, 1971.
20. *Роменская Г. И., Шленев М. А.* Асимптотический метод решения трехмерных задач о трансверсально-изотропной плите. В кн.: Теория оболочек и пластин. Л., Судостроение, 1975.
21. *Шленев М. А.* Асимптотический метод решения задачи об изгибе толстой трансверсально-изотропной плиты. В кн.: Толстые плиты и оболочки. Ростов-на-Дону, 1974.