ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXXIII, № 2, 1980 Механика

А. М. СИМОНЯН

# О НЕКОТОРЫХ ВОПРОСАХ ОДНООСНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ МЕТАЛЛОВ

В настоящей работе рассматриваются некоторые возможности описания кривых ползучести при различных программах изменений напряжений в применении к металлическим материалам. Проводимое исследование имеет обзорный характер и основано на построении аналитических аппроксимаций деформаций ползучести при постоянных напряжениях и температурах и на обобщении этих аппроксимаций на случаи переменных напряжений при использовании тех или иных теоретических предпосылок.

1. *Сводка некоторых аппроксимаций, применяемых для описания ползучести металлов при постоянных напряжениях*

Для описания I стадии ползучести обычно используются следующие аппроксимации:

$$\varepsilon_c(t) = at^m, \quad 0 < m < 1 \quad [1, 2] \tag{1.1}$$

$$\varepsilon_c(t) = C(1 - e^{-\gamma t}) \quad [3] \tag{1.2}$$

$$\varepsilon_c(t) = -C\beta \int_0^t \mathrm{Э}_\alpha(\beta, \tau)\, d\tau, \quad \beta < 0 \quad [4] \tag{1.3}$$

где $\mathrm{Э}_\alpha(\beta, \tau)$ и ее интеграл протабулированы в [5],

$$\varepsilon_c(t) = \varkappa \ln(1 + \gamma t) \quad [6] \tag{1.4}$$

Для описания кривых ползучести с возрастающей скоростью используются

$$\varepsilon_c(t) = C\left[1 - \sqrt[m]{1 - \alpha t}\,\right] \quad [8, 9] \tag{1.5}$$

$$\varepsilon_c(t) = Ct^\beta \quad [10] \tag{1.6}$$

Для описания первой и третьей стадий ползучести использовалась формула [11]

$$\varepsilon_c(t) = \alpha(C - \ln t)^{-1/n} \tag{1.7}$$

Для описания первых двух стадий ползучести к вышеприведенным аппроксимациям достаточно добавить член $\alpha t$, однако при этом может возникнуть трудность обобщения полученных аппроксимаций на случай переменных напряжений; в этом смысле иногда удобно использовать [12]

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\beta}{\ln\left(1 + \frac{\beta\gamma}{\alpha}\right)} \ln\left[\left(1 + \frac{\beta\gamma}{\alpha}\right)^{1+\frac{\alpha t}{\beta}} - \frac{\beta\gamma}{\alpha}\right] \tag{1.8}$$

для которой имеют место $\left.\frac{\partial\varepsilon_c}{\partial t}\right|_{t=0} = \alpha + \beta\gamma$, $\left.\frac{\partial\varepsilon_c}{\partial t}\right|_{t\to\infty} = \alpha$, причем асимптота пересекает ось ординат в точке $\beta$. Более сложные аналитические соотношения, не позволяющие записать выражение для $\varepsilon_c(t)$ в явном виде, рассмотрены в пункте 2.

*2. О ползучести металлов при переменных напряжениях*

Для обобщения аппроксимаций ползучести на случаи переменных напряжений используются различные теоретические предпосылки.

Большое распространение получила гипотеза уравнения состояния в форме Людвика [1]

$$\Phi\left(\frac{\partial\varepsilon_c}{\partial t}, \sigma, \varepsilon_c\right) = 0 \tag{2.1}$$

согласно которой скорость деформации определяется значениями напряжения и деформации в рассматриваемый момент.

Иногда используется более конкретный вид (2.1):

$$\frac{\partial\varepsilon_c}{\partial t} = F(\sigma)\,\varphi(\varepsilon_c) \tag{2.2}$$

В применении (2.1) к некоторым аппроксимациям пункта 1 получим: соответственно (1.1)

$$\frac{\partial\varepsilon_c}{\partial t} = m a^{\frac{1}{m}} \varepsilon_c^{\frac{m-1}{m}} \tag{2.3}$$

что при условии подобия или (2.2) дает

$$\varepsilon_c(t) = \left[\int_0^t a^{\frac{1}{m}} dt\right]^m \tag{2.4}$$

соответственно (1.2)

$$\frac{\partial\varepsilon_c}{\partial t} = \gamma(C - \varepsilon) \tag{2.5}$$

что при условии подобия дает

$$\varepsilon_c(t) = \gamma \int_0^t C[\sigma(\tau)] e^{-\gamma(t-\tau)} d\tau \tag{2.6}$$

при условии (2.2) имели бы $C \neq f(\sigma)$ и, следовательно,

$$\varepsilon_c(t) = C\left\{1 - \exp\left[-\int\limits_0^t \gamma\,[\sigma(\tau)]\,d\tau\right]\right\} \qquad (2.7)$$

последнее, однако, вряд ли имеет практический смысл; соответственно (1.4)

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = \varkappa \eta e^{-\frac{\varepsilon}{\varkappa}} \qquad (2.8)$$

что при условии (2.2) дает $\varkappa \neq f(\sigma)$ и, следовательно,

$$\varepsilon_c(t) = \varkappa \ln\left[1 + \int\limits_0^t \eta\,[\sigma(\tau)]\,d\tau\right] \qquad (2.9)$$

соответственно (1.5)

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = \frac{C\alpha}{m}\left(1 - \frac{\varepsilon}{C}\right)^{1-m} \qquad (2.10)$$

соответственно (1.6)

$$\varepsilon_c = \left\{\int\limits_0^t \sqrt[3]{C\,[\sigma(\tau)]\,d\tau}\right\}^3 \qquad (2.11)$$

соответственно (1.7)

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = \frac{\alpha}{n}\left(\frac{\varepsilon_c}{\alpha}\right)^{1+n} \exp\left[\left(\frac{\varepsilon_c}{\alpha}\right)^n - C\right] \qquad (2.12)$$

соответственно (1.8)

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = \alpha + \beta\gamma\left(1 + \frac{\beta\gamma}{\alpha}\right)^{-\frac{\varepsilon_c}{\beta}} \qquad (2.13)$$

Для соотношения (2.1) используются и другие более сложные выражения. Например, в работе [13] рассматривается выражение

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = A(\sigma)(\varepsilon_0 + \varepsilon_c)^{-n} \exp(a\varepsilon_c) \qquad (2.14)$$

где $\varepsilon_0$ — пластическая деформация, $n$ и $a$ — постоянные, в работе [14]

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = \left(B_0 - B_1 \operatorname{th}\frac{\varepsilon_c}{\beta\varepsilon_e}\right)\sigma^n \qquad (2.15)$$

где $\varepsilon_e$ — упругая деформация, $B_0$, $B_1$, $\beta$ и $n$ — постоянные, в работе [15]

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = m\varepsilon^{1-n} \exp[a\sigma(1 + k\varepsilon_c)] \qquad (2.16)$$

Согласно (2.1), обратная ползучесть при разгрузке в общем не предсказывается. Однако, если деформации ползучести затухающие и ограниченные, то обратная ползучесть может предсказываться, как это имеет место, например, в (2.6).

Большое распространение получила и наследственная теория [3, 4], что определяется относительной простотой использования ее при решении задач механики. Уравнение наследственности, как выведенное на основе принципа наложения деформаций, запишем в виде

$$\varepsilon_c(t) = -\int_0^t \frac{\partial C[\sigma(\tau),\, t-\theta]}{\partial\theta}\bigg|_{\theta=\tau} d\tau \tag{2.17}$$

где $C(\sigma, t)$ представляет собой аппроксимацию кривой ползучести при постоянном напряжении $\sigma$. В случае подобия кривых ползучести уравнение (2.17) запишется так:

$$\varepsilon_c(t) = -\int_0^t \varphi[\sigma(\tau)]\, \frac{\partial\psi(t-\tau)}{\partial\tau}\, d\tau \tag{2.18}$$

Запишем аналитические выражения для деформаций ползучести в применении наследственной теории к приведенным в пункте 1 аппроксимациям при удовлетворении условия подобия. Соответственно (1.1) будем иметь

$$\varepsilon_c(t) = m\int_0^t a[\sigma(\tau)]\,(t-\tau)^{m-1}\, d\tau \tag{2.19}$$

соответственно (1.2)

$$\varepsilon_c(t) = \gamma\int_0^t C[\sigma(\tau)]\, e^{-\gamma(t-\tau)}\, d\tau \tag{2.20}$$

соответственно (1.3)

$$\varepsilon_c(t) = -\beta\int_0^t C[\sigma(\tau)]\, \vartheta_\alpha(\beta,\, t-\tau)\, d\tau \tag{2.21}$$

соответственно (1.4)

$$\varepsilon_c(t) = \eta\int_0^t \varkappa[\sigma(\tau)]\, \frac{d\tau}{1+\eta(t-\tau)} \tag{2.22}$$

Использование наследственной теории для аппроксимаций, описывающих деформации с возрастающей скоростью, приводит к усиливающейся памяти материала, что не имеет смысла. Отметим, что в случае аппроксимации (1.3) гипотеза уравнения состояния (2.6) и наследственная теория (2.20) полностью совпадают в своих предсказаниях.

Согласно одному из вариантов кинетической теории [1], скорость ползучести определяется значениями действующего напряжения и работы напряжений на деформациях ползучести

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = f\left(\sigma, \int_0^{\varepsilon_c} \sigma d\varepsilon\right) \tag{2.23}$$

В применении к аппроксимациям пункта 1 получим соответственно (1.1)

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = m\,[a(\sigma)]^{\frac{1}{m}} \left| \frac{1}{\sigma} \int_0^{\varepsilon_c} \sigma d\varepsilon \right|^{1-\frac{1}{m}} \tag{2.24}$$

соответственно (1.2)

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = \gamma \left[ C - \frac{1}{\sigma} \int_0^{\varepsilon_c} \sigma d\varepsilon \right] \tag{2.25}$$

соответственно (1.4)

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = \gamma\varkappa \exp\left[ -\frac{1}{\sigma\varkappa} \int_0^{\varepsilon_c} \sigma d\varepsilon \right] \tag{2.26}$$

соответственно (1.5)

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = \frac{\alpha C}{m} \left( 1 - \frac{1}{C\sigma} \int_0^{\varepsilon_c} \sigma d\varepsilon \right)^{1-m} \tag{2.27}$$

соответственно (1.6)

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = 3\sqrt[3]{C} \left( \frac{1}{\sigma} \int_0^{\varepsilon_c} \sigma d\varepsilon \right)^{\frac{2}{3}} \tag{2.28}$$

соответственно (1.7)

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = \frac{\alpha}{n} \left( \frac{1}{\alpha\sigma} \int_0^{\varepsilon_c} \sigma d\varepsilon \right)^{1+n} \exp\left[ \left( \frac{1}{\alpha\sigma} \int_0^{\varepsilon_c} \sigma d\varepsilon \right)^{-n} - C \right]. \tag{2.29}$$

В работе [16] рассматривается наследственная теория, описывающая также и пластические деформации

$$\varphi(\varepsilon) = \sigma + \int_0^t K(t-\tau)\,\sigma(\tau)\,d\tau \tag{2.30}$$

где $\varphi(\varepsilon) = \sigma$ описывает кривую мгновенного деформирования, а в качестве ядра использовано абелевское $K(t-\tau) = k(t-\tau)^{-\alpha}$, $0 < \alpha < 1$.

В работе [17] рассматривается кинетическое уравнение более сложного вида и описывающее I и III стадии ползучести

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = A\varepsilon_c^{-\alpha} \exp(\beta\varepsilon_c)\,\sigma^k [1-(r+1)\,B\sigma^{n-1}\omega]^{-\frac{k}{r+1}} \tag{2.31}$$

где

$$d\omega = C_1 d\sigma + C_2 dT + C_3 dt$$

Согласно теории Лагнеборга [18], построенной на дислокационных концепциях и описывающей первые две стадии ползучести, имеем систему уравнений

$$\begin{gathered} \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = a(\sigma) \exp\{-\beta[\sqrt{\rho} - \sqrt{\rho_0(\sigma)}\,]\} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} = C\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} - 2M\tau\rho^2 \end{gathered} \tag{2.32}$$

которую можно использовать для описания кривых ползучести, лишь применяя шаговый метод. Это же свойство присуще и структурной теории [19], определяемой следующей системой уравнений:

$$\begin{gathered} \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = F(\sigma - \rho) \\ d\rho = A(\sigma - \rho, \sigma)\,d\varepsilon_c \end{gathered} \tag{2.33}$$

где $F$ и $A$ — экспериментально определяемые функции.

В работе [12] рассматривается видоизмененный вариант (2.33)

$$\begin{gathered} \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = B(\sigma)(\sigma - \rho) \\ d\rho = A(\sigma)[\sigma - \rho - \sigma k(\sigma)]\,d\varepsilon_c \end{gathered} \tag{2.34}$$

который можно записать в явной форме для случая ступенчатых возрастаний нагрузки, а при постоянном $\sigma$ вырождающейся в аппроксимацию вида (1.8).

При изучении ползучести монокристаллов использовалась система уравнений [7]

$$\begin{gathered} \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = \eta\chi e^{-\frac{m}{\chi^\gamma}} \\ \frac{\partial \omega}{\partial \varepsilon_c} = \chi^{\gamma-1} \end{gathered} \tag{2.35}$$

где $\varkappa$ и $\eta$ — функции от напряжения. При постоянном $\sigma$ система (2.35) вырождается в (1.4). При ступенчатых изменениях $\sigma$ система (2.35) интегрируется в явном виде [7].

В работе [11] использовалось соотношение

$$\ln\left(t\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\right) = a + b\ln\varepsilon \tag{2.36}$$

описывающее все стадии ползучести и обобщающее формулу (1.7) при $a = \ln\frac{\alpha^{-n}}{n}$, $b = n + 1$.

Согласно энергетической теории Соснина, ползучесть в третьей стадии описывается соотношениями [9]

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{f(\sigma)}{(A^* - A)^m}, \quad A = \int_0^t \sigma\frac{\partial\varepsilon_c}{\partial t}\,dt \tag{2.37}$$

которые при постоянном напряжении вырождаются в уравнение (1.6).

Для описания деформаций ползучести в III стадии можно пользоваться моделью Работнова [8]

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} = f(\sigma, \omega), \quad \frac{\partial\omega}{\partial t} = \varphi(\sigma, \omega) \tag{2.38}$$

где для $f(\sigma, \omega)$ и $\varphi(\sigma, \omega)$ используются выражения

$$f(\sigma, \omega) = b\sigma^m(1-\omega)^{-q}, \quad \varphi(\sigma, \omega) = C\sigma^n(1-\omega)^{-r} \tag{2.39}$$

обобщающие при $r + 1 > q$ аппроксимацию типа (1.6) на случай переменного напряжения.

В работе [10] для описания деформаций III стадии использовалось уравнение

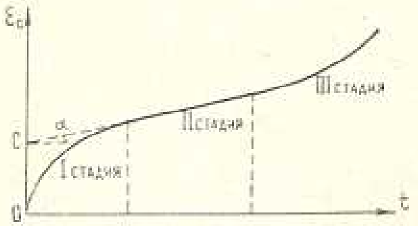
$$\varepsilon_c(t) = k\alpha\int_0^t \sigma^\lambda(\tau)\left[\int_0^\tau \sigma^\nu(\xi)\,d\xi\right]^{\alpha-1} d\tau \tag{2.40}$$

которое можно трактовать как разновидность (2.38), если положить $f(\sigma, \omega) = \alpha k\sigma^\lambda\omega^{\alpha-1}$, $\varphi(\sigma, \omega) = \sigma^\nu$.

### 3. *О возможных рекомендациях для аналитического представления экспериментальных данных о ползучести металлов*

Признавая, что механизмы деформаций ползучести действуют, будучи связанными друг с другом, выскажем все же предположение, что для феноменологического описания деформаций ползучести удобно разделять эти деформации на составляющие с убывающей, постоянной и возрастающей скоростью и не связывать друг с другом теоретические предпосылки для обобщения каждой из них на случаи переменных напряжений. На наш взгляд, введение связей между деформациями различных стадий было бы оправдано, если обобщающие теории имели бы надежную физическую основу. Отмеченное касается уравнений (2.12), (2.14), (2.16), (2.29), (2.31) и (2.36), хотя, конечно, для ряда материалов эти уравнения могут оказаться и предпочтительными. С другой стороны, при раздельном аналитическом представлении составляющих деформации с убывающей, постоянной и возрастающей скоростями, оказывается возможным использовать более простые аппроксимации.

При отчетливом проявлении второй стадии ползучести разделение деформаций ползучести и их аппроксимация оказываются относительно простыми. На фиг. 1 показана схематическая кривая ползучести с выраженной 2-й стадией. Продолжая прямую, описывающую участок кривой ползучести во второй стадии, до оси ординат, на последней отсекаем отрезок $C$, представляющий собою предельное значение, к которому асимптотически устремляется затухающая составляющая ползучести $\varepsilon_{c_I}$. Для описания первых двух стадий можно использовать выражение




Фиг. 1.

$$\varepsilon_{c_I} + \varepsilon_{c_{II}} = C\left(1 - e^{-\gamma t}\right) + \alpha t \qquad (3.1)$$

где $\alpha$ — угол наклона кривой ползучести во второй стадии, а выбором $\gamma$ можно изменять скорость устремления кривой $\varepsilon_{c_I}$ к асимптоте $\varepsilon_C = C$.

Оставшуюся же часть ползучести, определяющую третью стадию, можно аппроксимировать с помощью (1.5), (1.6) или какой-нибудь еще более подходящей формулы. При этом, естественно, теоретическая кривая в первых двух стадиях будет проходить несколько выше экспериментальной, так как аппроксимации $\varepsilon_{c_{III}}$ всегда дадут некоторый вклад в общую деформацию и в первых двух стадиях. Возникающее расхождение может быть откорректировано путем некоторого уменьшения $\alpha$.

Аналогичная методика может быть сохранена и для случаев, когда вторая стадия ползучести выражена слабо, хотя при этом затрудняется выбор $\alpha$—угла наклона прямой, отсекающей отрезок $C$ на оси ординат.

В тех же случаях, когда первая или третья стадии ползучести не проявляются или деформациями одной из них можно пренебречь, вопрос выбора аппроксимаций, естественно, упрощается, так как можно выбрать готовую аппроксимацию, в частности, из (1.1)—(1.8).

Для выбора той или иной теории, обобщающей аппроксимацию ползучести на случаи переменных напряжений, ниже рассмотрим некоторые свойства, присущие уравнениям пункта 2 и относительно легко проверяемые экспериментальным путем для изучаемого материала.

К числу таких свойств отнесем свойство обратной ползучести, преемственность и вопрос о коммутативности ползучести.

Из рассмотренных в пункте 2 уравнений обратная ползучесть (то есть деформации, протекающие со скоростью обратного знака предшествующему напряжению, после разгрузки, иначе называемые высокоэластической ползучестью) предсказывается уравнениями (2.6), (2.19)—(2.22), (2.25), (2.30), а также в некоторых вариантах (2.33) и (2.34), когда для последних функция $A$ для нагружения и разгрузки берется различного вида. Однако для всех ядер уравнений теории наследственности, соответствующих затухающей памяти (то есть удовлетворению условия $\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{\partial C(\sigma, t)}{\partial t} = 0$ в общей форме (2.17) уравнения наследственности), после полной разгрузки все деформации, достигнутые согласно (2.17), являются полностью обратимыми. Действительно, принимая $\sigma(t) = \sigma_0 = \text{const}$ до некоторого момента $t_0$ и $\sigma(t) = 0$ при $t > t_0$, согласно (2.17), имеем $\varepsilon_c(t > t_0) = -\int\limits_0^{t_0}\dfrac{\partial C(\sigma_0, t-\tau)}{\partial \tau}d\tau \to 0$ при любом конечном $t_0$, независимо от уровня ограниченности деформаций ползучести $C(\sigma, t)$. Это обстоятельство может быть использовано при выборе теории для обобщения соответствующей доли деформации на случаи переменных напряжений. Если экспериментально определенная обратная ползучесть отсутствует или очень мала, то это говорит против использования наследственной теории.

Как показано, например, в [20] для первой стадии ползучести и в [21] для третьей стадии ползучести, скорость деформации ползучести при одном и том же напряжении и при одной и той же достигнутой деформации оказывается тем больше, чем при более низких напряжениях была достигнута эта деформация, свойство это названо «преемственностью». Приведем математическую формулировку [22].

Примем программу эксперимента

$$\sigma(t) = \begin{cases}\sigma_0 & 0 < t < t_0\\ \sigma & t > t_0\end{cases} \qquad \varepsilon_c(\sigma_0, t_0) = \varepsilon_{0_c} = \text{const} \tag{3.2}$$

Рассмотрим выражение

$$\varepsilon_c(t) - \varepsilon_{0_c} = F_1(\sigma, \theta, t_0) = F_2(\sigma, \theta, \sigma_0); \quad \theta = t - t_0 \tag{3.3}$$

где с помощью условия $\varepsilon_{0_c} = \text{const}$ в $F_1$ устранено $\sigma_0$, а в $F_2$ — $t_0$. Преемственность соблюдается, если

$$\frac{\partial F_1}{\partial t_0} > 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial F_2}{\partial \sigma_0} < 0 \tag{3.4}$$

При использовании (2.1) и, следовательно, любого из уравнений (2.3) — (2.16) вместо условия (3.4) удовлетворяется равенство $\dfrac{\partial F_1}{\partial t_0} = 0$, то есть преемственность не соблюдается. Вопрос о соблюдении преемственности в общих уравнениях (2.17) и (2.18) зависит от конкретного вида входящих функций. После ряда опускаемых здесь выкладок можно получить, что преемственность соблюдается, согласно уравнениям (2.19) и (2.22), согласно же (2.20), преемственность не предсказывается.

Как показано в [22], согласно кинетической теории (2.23), преемственность предсказывается, если только функция $f$ является убывающей по второму аргументу, то есть в первой стадии ползучести (уравнения (2.24)—(2.26)). Преемственность предсказывается и уравнением (2.30) в случае абелевского ядра.

Согласно уравнению (2.31), преемственность соблюдается, так как при одних и тех же текущих значениях $\sigma$ и $\varepsilon$ скорость ползучести $\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}$ здесь тем больше, чем при меньшем напряжении и при большей длительности ползучести при $\sigma_0$, то есть при большем значении $\omega$, была получена эта деформация $\varepsilon$.

Преемственность соблюдается согласно (2.32), (2.34) и (2.35), а также (2.33) при выполнении условия $\frac{\partial A(\sigma-\rho,\ \sigma)}{\partial\sigma} > 0$, (2.38) вкупе с (2.39) при условии $m > n$ и (2.40) при условии $\lambda > \nu$.

Преемственность не соблюдается, согласно (2.36), так как

$$\frac{\partial F_1}{\partial t_0} = -\frac{e^{a\theta}}{t_0(t_0+\theta)}\varepsilon_c^b < 0$$

а также согласно (2.37) [22].

В работе [23] рассмотрен так называемый коммутативный закон ползучести, согласно которому накопленные деформации после ряда последовательных приложений напряжений не зависят от порядка, в котором прикладывались напряжения. Как показали экспериментальные данные, например, в работах [20, 24], а также и приведенные в той же работе [23], имеют место систематические отклонения от этого закона, причем общая деформация ползучести оказывается большей в том случае, когда на последней ступени нагрузка оказывается большей (имеется в виду одноступенчатое изменение напряжения).

Рассмотрим следующие две программы изменения напряжения:

$$\begin{aligned}
&1)\qquad \sigma(t) = \begin{cases}\sigma_1 & 0 < t < t_0\\ \sigma_2 & t_0 < t < 2t_0\end{cases}\\
&2)\qquad \sigma(t) = \begin{cases}\sigma_2 & 0 < t < t_0\\ \sigma_1 & t_0 < t < 2t_0\end{cases}
\end{aligned}\qquad \sigma_1 < \sigma_2 \tag{3.5}$$

Обозначая через $\varepsilon_{c_1}$ деформации ползучести, соответствующие первой программе, а через $\varepsilon_{c_2}$ — второй программе, положим, что при положительности $\varepsilon_{c_1}(2t_0) - \varepsilon_{c_2}(2t_0)$ имеет место «нормальное» нарушение коммутативности ползучести, а при его отрицательности — «обратное» нарушение коммутативности ползучести [22].

Согласно общему уравнению ползучести (2.2), как это показано в [23], предсказывается коммутативный закон, то есть отрицается нарушение коммутативности вообще. Этот вывод касается уравнений (2.4), (2.7), (2.9), (2.11), (2.14), (2.15), а также (2.10) при независимости $C$ и $m$ от напряжения, (2.13) при независимости $\frac{\beta_1}{\alpha}$ от напряжения и (2.16) при $k = 0$.

Как показано в [22], для наследственной теории (2.18) с затухающей памятью, а следовательно, и для уравнений (2.19)—(2.22), соблюдается нормальное нарушение коммутативности ползучести.

Согласно кинетической теории (2.23) в форме (2.24) нормальное нарушение коммутативности имеет место при $m < 1$, то есть при затухающей ползучести [22].

Согласно (2.25) имеем

$$\varepsilon_{c_1}(2t_0) - \varepsilon_{c_2}(2t_0) = \left(C_2 \frac{\sigma_2}{\sigma_1} - C_1 \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)(1 - e^{-\gamma_1 t_0})(1 - e^{-\gamma_2 t_0}) > 0 \qquad (3.6)$$

то есть соблюдается нормальное нарушение коммутативности.

Согласно (2.25) имеем

$$\varepsilon_{c_1}(2t_0) - \varepsilon_{c_2}(2t_0) = \ln \frac{\left\{1 + \frac{\eta_2 t_0}{1 + \eta_2 t_0}\left[(1 + \eta_1 t_0)^{\frac{\sigma_1 \varkappa_1}{\sigma_2 \varkappa_2}} - 1\right]\right\}^{\varkappa_2}}{\left\{1 + \frac{\eta_1 t_0}{1 + \eta_1 t_0}\left[(1 + \eta_2 t_0)^{\frac{\varkappa_2 \sigma_1}{\varkappa_1 \sigma_2}} - 1\right]\right\}^{\varkappa_1}} > 0 \qquad (3.7)$$

так как $\varkappa$ и $\eta$, естественно, являются возрастающими функциями от $\sigma$.

Согласно (2.28), имеем

$$\varepsilon_{c_1}(2t_0) - \varepsilon_{c_2}(2t_0) = C_1 t_0^3\left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)\left[1 + \frac{C_2 \sigma_2}{C_1 \sigma_1} - \left(1 + \sqrt[3]{\frac{C_2 \sigma_2}{C_1 \sigma_1}}\right)^3\right] < 0 \qquad (3.8)$$

то есть имеет место обратное нарушение коммутативности.

Согласно (2.30), имеем

$$\varepsilon_{c_1}(2t_0) - \varepsilon_{c_2}(2t_0) = F\left\{\sigma_2 + \frac{k}{1 - \alpha} t_0^{1-\alpha}[\sigma_2 + \sigma_1(2^{1-\alpha} - 1)]\right\} -$$

$$- F\left\{\sigma_1 + \frac{k}{1 - \alpha} t_0^{1-\alpha}[\sigma_1 + \sigma_2(2^{1-\alpha} - 1)]\right\} > 0 \qquad (3.9)$$

где $F$ — обратная функция функции $\varphi$, откуда заключаем о нормальном нарушении коммутативности. Согласно теории (2.32) при условии $\rho_0(\sigma) \equiv 0$, предсказывается обратное нарушение коммутативности [22].

Нормальное нарушение коммутативности предсказывается согласно (2.35), так как

$$\varepsilon_{c_1}(2t_0) - \varepsilon_{c_2}(2t_0) = \varkappa_2 \ln\left[1 + \eta_1 t_0 + \eta_2 t_0 \exp\left(\frac{\varkappa_2^{\nu-1} - \varkappa_1^{\nu-1}}{\varkappa_2^{\nu-1}}\right)\right] -$$

$$- \varkappa_1 \ln\left[1 + \eta_2 t_0 + \eta_1 t_0 \exp\left(\frac{\varkappa_1^{\nu-1} - \varkappa_2^{\nu-1}}{\varkappa_1^{\nu-1}}\right)\right] > 0 \qquad (3.10)$$

поскольку $\eta$ и $\varkappa$ являются возрастающими функциями от напряжения.

Уравнение (2.36) вкупе с (1.7) соответствует нормальному нарушению коммутативности, например, при условиях

$$b = \text{const}, \quad \frac{\partial}{\partial \sigma}\left[e^{\sigma}\left(C + \ln 2 - \ln t_0\right)\right] > 0 \tag{3.11}$$

Согласно (2.37), предсказывается обратное нарушение коммутативности [22]. Согласно (2.38) вкупе с (2.39) имеем

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c_1}(2t_0) - \varepsilon_{c_2}(2t_0) = \frac{b}{C(r+1-q)}\left(\sigma_1^{m-n} - \sigma_2^{m-n}\right)\Big\{1 + \big[1 - C\sigma_2^n (r+1)\, t_0 - \\ - C\sigma_1^n (r+1)\, t_0\big]^{1-\frac{q}{r+1}} - \left[1 - C\sigma_1^n (r+1)\, t_0\right]^{1-\frac{q}{r+1}} - \\ - \left[1 - C\sigma_2^n (r+1)\, t_0\right]^{1-\frac{q}{r+1}}\Big\} > 0 \end{aligned} \tag{3.12}$$

при $m > n$, откуда заключаем о нормальном нарушении коммутативности. Такой же вывод имеет место, согласно (2.40), при условии $\lambda > \nu$ и $\alpha > 1$ [22].

## 4. *Заключение*

Выбор той или иной теории ползучести для исследуемого материала затруднен тем, что при некоторых ступенчатых изменениях напряжения предсказания по различным теориям порою различаются мало даже по сравнению с разбросом экспериментальных кривых. В этом смысле целесообразным представляется ставить эксперименты для изучения обратной ползучести, а также, согласно программам (3.2) и (3.5), для проверки преемственности и коммутативности ползучести, так как в зависимости от полученных экспериментальных данных ряд уравнений ползучести может быть сразу отброшен из рассмотрения.

Приведенные выше обзор уравнений ползучести и их анализ, конечно, отнюдь не претендуют на полноту, однако мы рассчитываем, что они в некоторых случаях содействуют выбору уравнения одноосной ползучести при растяжении.

Институт механики
АН Армянской ССР

Поступила 20 VI 1979

Ա. Մ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ

### ՄԵՏԱՂՆԵՐԻ ՄԻԱԱՌԱՆՑՔԱՅԻՆ ՍՈՂՔԻ ՈՐՈՇ ՀԱՐՑԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

*Դիտարկվում են մետաղների սողքի կորերի գրանցման հնարավորությունները լարումների փոփոխության տարբեր ծրագրերի դեպքում: Կառուց-*

վում են սողքի դեֆորմացիաների անալիտիկ մոտարկումները հաստատուն լարումների պայմաններում, որոնք ընդհանրացվում են փոփոխական լարումների համար տարբեր տեսությունների օգտագործմամբ։ Դիտարկվում են նաև նյութի մի քանի հատկություններ, որոնք փորձնական ստուգման են ենթարկվում և նրանք թույլ են տալիս գնահատել արված ընդհանրացումները։

# CERTAIN ASPECTS OF UNIAXIAL CREEP OF METALS

A. M. SIMONIAN

S u m m a r y

Certain possibilities to describe metal creep curves with different programmes of change in stresses are examined. The investigation is based on construction of aralitical approximations of creep strains under constant stresses and temperatures as well as on generalizations of these approximations for the cases of variable stresses, using particular theories.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. М., Наука, 1966.
2. *Качанов Л. М.* Теория ползучести. М., Физматгиз, 1960.
3. *Арутюнян Н. Х.* Некоторые вопросы теории ползучести. М., Гостехтеориздат, 1952.
4. *Работнов Ю. Н.* Элементы наследственной механики твердых тел. М., Наука, 1977.
5. *Работнов Ю. Н., Паперник Л. Х., Звонов Е. Н.* Таблицы дробно-экспоненциальной функции отрицательных параметров и интеграла от нее. М., Наука, 1969.
6. *Шоек Г.* Теория ползучести. Сборник «Ползучесть и возраст». М., Металлургиздат, 1961.
7. *Симонян А. М.* Исследования ползучести алюминиевых монокристаллов. Изв. АН АрмССР, Механика, 1979, т. XXXII, № 6.
8. *Качанов Л. М.* Основы механики разрушения. М., Наука, 1974.
9. *Соснин О. В.* Энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности. Ползучесть и разрушение неупрочняющихся материалов. Проблемы прочности. 1973, № 5.
10. *Симонян А. М.* Исследование ползучести стали Х18Н10Т при больших деформациях. Проблемы прочности. 1975, № 6.
11. *Murry G.* Contribution a l'etude de la forme des courbes de fluage des aciers "Rev. Met." (France), 1970, 67, No. 10.
12. *Симонян А. М.* К вопросу о неизотермической ползучести хромо-никелевой стали. Изв. АН АрмССР. Механика, 1972, т. XXV, № 6.
13. *Трунин И. И.* Об одном варианте уравнения состояния при ползучести. «Деформирование и разрушение твердых тел». М., изд. МГУ, 1977.
14. *Стасенко И. В.* Модифицированная формулировка теории упрочнения. Изв. ВУЗ-ов. Машиностроение, 1975, № 8.
15. *Лепин Г. Ф., Тихонов А. П., Горпинич В. Ф., Дубинин В. П., Осасюк В. В.* К вопросу о ползучести металлов и сплавов в условиях растяжения и сжатия при повышенных температурах. Проблемы прочности, 1969, № 3.
16. *Работнов Ю. Н., Суворова Ю. В.* Наследственные эффекты при деформировании металлов. Сб. «Успехи механики деформируемых сред». М., Наука, 1975.

17. *Киселевский В. Н., Косов Б. Д.* Уравнение состояния для процесса ползучести упрочняющегося материала. Проблемы прочности, 1975, № 4.
18. *Lagneborg R.* A Theoretical Approach to Creep Deformation During Intermittent Load. Trans. ASME, Series D, 1971, No. 2.
19. *Малинин Н. Н., Хажинский Г. М.* К построению теории ползучести с анизотропным упрочнением. МТТ, 1969, № 3.
20. *Наместников В. С., Хвостунков А. А.* Ползучесть дуралюмина при постоянных и переменных нагрузках. ПМТФ, 1960, № 4.
21. *Симонян А. М.* Экспериментальное исследование преемственности при высокотемпературной трехстадийной ползучести хромо-никелевой стали. Изв. АН АрмССР, Механика, 1978, т. XXXI, № 6.
22. *Симонян А. М.* О двух вопросах в одномерной теории ползучести. Изв. АН АрмССР, Механика, 1977, т. XXX, № 3.
23. *Олквист Ф.* Технические теории ползучести. «Механика», Сб. переводов, 1959, 2.
24. *Наместников В. С., Работнов Ю. Н.* О гипотезе уравнения состояния при ползучести. ЖПМТФ, 1961, № 3.