

А. АБДУКАДИРОВ, М. А. ЗАДОЯН

НЕЛИНЕЙНАЯ ПОЛЗУЧЕСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ
 ИЗ НАСЛЕДСТВЕННО-СТАРЕЮЩИХ МАТЕРИАЛОВ
 ПРИ СОВМЕСТНОМ РАСТЯЖЕНИИ, ИЗГИБЕ И КРУЧЕНИИ

§ 1. *Постановка задачи и основные уравнения.* Рассматривается напряженное состояние цилиндрического стержня из нелинейного наследственно-стареющего несжимаемого материала, торцы которого находятся под совместным воздействием осевой силы, крутящих и изгибающих моментов. Принимается, что материал стержня описывается уравнениями нелинейной теории ползучести Маслова-Арутюняна [1]. Напряженное состояние стержней при комбинированных воздействиях внешних сил в условиях установившейся ползучести исследовано в монографии Ю. Н. Работнова [2] и в статье [3]. Нелинейная ползучесть стержней из наследственно-стареющих материалов при воздействии в отдельности крутящих и изгибающих моментов исследована в работах [4—5].

К цилиндрическому стержню отнесем криволинейную ортогональную систему (α, β, γ) , причем координату γ направим по оси стержня, а координатами (α, β) определяются точки поперечного сечения, занимающие область Ω с контуром Γ (фиг. 1). Принимаем, что координаты α и β связаны с декартовыми координатами x и y соотношениями Коши-Римана

$$\frac{\partial x}{\partial \alpha} = \frac{\partial y}{\partial \beta}, \quad \frac{\partial x}{\partial \beta} = -\frac{\partial y}{\partial \alpha} \quad (1.1)$$

причем коэффициент Ламе будут $H_1 = H_2 = H, H_3 = 1$

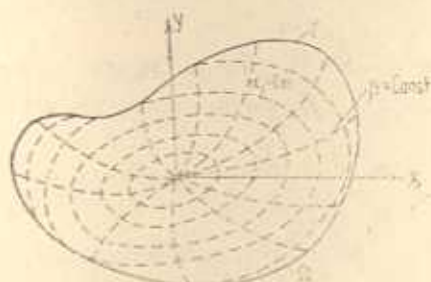
$$H(\alpha, \beta) = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \alpha}\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial \beta}\right)^2} \quad (1.2)$$

Соотношения теории ползучести принимаем в виде [1]

$$2G_{\alpha\beta} = s_{\alpha\beta} + \int_{\tau_0}^t f(\tau_0) s_{\alpha\beta} K(t, \tau) d\tau \quad (\alpha, \beta, \gamma) \quad (1.3)$$

Здесь $G = E/3$, а E принимается постоянным, $s_{\alpha\beta} = \sigma_{\alpha\beta} - \delta_{\alpha\beta}\sigma$, $\delta_{\alpha\beta}$ — символ Кронекера, σ — среднее давление, σ_0 — интенсивность касательных напряжений. Далее принимается

$$f(\sigma_0) = \mu + \lambda\sigma_0^{m-1} \quad (1.4)$$



Фиг. 1

$$K(t, \zeta) = -E\varphi'(\zeta) + E[\varphi'(\zeta) + \gamma_0\varphi(\zeta)]e^{-\gamma_0(t-\zeta)} \quad (1.5)$$

$$\varphi(\zeta) = \frac{A_0}{\zeta} + C_0 \quad (1.6)$$

причем A_0 , C_0 , γ_0 , μ и λ — параметры, характеризующие свойство ползучести материала.

Соотношения между компонентами деформаций и перемещений имеют вид [6]

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\alpha\alpha} &= \frac{1}{H} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x} + \frac{1}{H^2} \frac{\partial H}{\partial \beta} u_\beta, & 2\varepsilon_{\alpha\gamma} &= \frac{1}{H} \frac{\partial u_\gamma}{\partial x} + H \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\frac{u_\alpha}{H} \right) \quad (\alpha, \beta) \\ \varepsilon_{\gamma\gamma} &= \frac{\partial u_\gamma}{\partial \gamma}, & 2\varepsilon_{\alpha\beta} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_\beta}{H} \right) + \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{u_\alpha}{H} \right) \end{aligned} \quad (1.7)$$

Принимая тензор деформаций не зависящим от γ , полуобратным способом, как в [7], получаем

$$\varepsilon_{\gamma\gamma} = Ax + By + C \quad (1.8)$$

$$2\varepsilon_{\alpha\gamma} = \frac{1}{H} \frac{\partial u_{\gamma 0}}{\partial x} + (E_1 - Dy) \frac{1}{H} \frac{\partial x}{\partial x} + (E_2 + Dx) \frac{1}{H} \frac{\partial y}{\partial x} \quad (\alpha, \beta) \quad (1.9)$$

Здесь $u_{\gamma 0}$ — функция от x , β и t , а A , B , C , D , E_1 , E_2 — неизвестные функции времени.

Исключая из двух соотношений (1.9) $u_{\gamma 0}$, приходим к уравнению

$$\frac{\partial}{\partial x} (H\varepsilon_{\alpha\gamma}) - \frac{\partial}{\partial \beta} (H\varepsilon_{\alpha\gamma}) = DH^2 \quad (1.10)$$

Боковая поверхность стержня свободна от внешних нагрузок. Положим, что $\varepsilon_{\alpha\alpha}$, $\varepsilon_{\beta\beta}$ и $\varepsilon_{\alpha\beta}$ равны нулю по всему объему стержня. Тогда получаем

$$\varepsilon_{\alpha\alpha} = \varepsilon_{\beta\beta} = -\frac{1}{2}\varepsilon_{\gamma\gamma}, \quad \varepsilon_{\alpha\gamma} = 0 \quad (1.11)$$

Для рассматриваемой задачи из (1.3) будем иметь

$$\sigma_{\gamma\gamma} + \int_{\tau_0}^t f(\sigma_0) \sigma_{\gamma\gamma} K(t, \zeta) d\zeta = E(Ax + By + C) \quad (1.12)$$

$$\sigma_{\alpha\gamma} + \int_{\tau_0}^t f(\sigma_0) \sigma_{\alpha\gamma} K(t, \zeta) d\zeta = 2G\varepsilon_{\alpha\gamma}, \quad (\alpha, \beta) \quad (1.13)$$

где

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{1}{3} \sigma_{\gamma\gamma}^2 + \sigma_{\alpha\gamma}^2 + \sigma_{\beta\gamma}^2}$$

Дифференциальное уравнение равновесия в нашем случае будет [6]

$$\frac{\partial}{\partial z} (H\sigma_{zr}) + \frac{\partial}{\partial z^2} (H\sigma_{zz}) = 0 \quad (1.14)$$

Вводя функцию напряжений $\Phi(\alpha, \beta, t)$

$$\sigma_{zr} = -\frac{1}{H} \frac{\partial \Phi}{\partial z^2}, \quad \sigma_{zz} = \frac{1}{H} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (1.15)$$

и оператор Лапласа

$$\Delta = \frac{1}{H^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \right)$$

из уравнений (1.10) и соотношений (1.13) приходим к интегро-дифференциальному уравнению

$$\Delta \Phi + \int_{\zeta_0}^t \frac{1}{H^2} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left[f(\sigma_0) \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial \beta^2} \left[f(\sigma_0) \frac{\partial \Phi}{\partial \beta^2} \right] \right] K(t, \zeta) d\zeta = 2GD(t) \quad (1.16)$$

Для функции Φ имеем нулевое значение на внешнем контуре Γ и различные значения, зависящие от t на внутренних контурах области Ω .

Таким образом, приходим к задаче Дирихле для системы уравнений (1.12) и (1.16) в области Ω относительно функций Φ и σ_{zz} .

Интегрируя обе части уравнения (1.16) в произвольной области Ω_* , лежащей в Ω и ограниченной замкнутым контуром Γ_* , и переходя в левой части к контурному интегралу, получим уравнение

$$\oint_{\Gamma_*} \frac{\partial \Phi}{\partial n} ds + \int_{\zeta_0}^t \left[\oint_{\Gamma_*} f(\sigma_0) \frac{\partial \Phi}{\partial n} ds \right] K(t, \zeta) d\zeta = 2G\Omega_* D(t) \quad (1.17)$$

выражающее теорему о циркуляции сдвига для нашей задачи.

Крутящий момент определяется через функцию напряжений

$$M_z = 2 \sum_{k=1}^n \Phi_k(t) \Omega_k + 2 \iint_{\Omega} \Phi(\alpha, \beta, t) d\Omega \quad (1.18)$$

где $\Phi_k(t)$ — значение Φ на контуре Γ_k , а Ω_k — площадь области, ограниченной Γ_k . Для определения $\Phi_k(t)$ применяем формулу (1.17) n раз, а статические условия на торцах стержня (1.18) и

$$\iint_{\Omega} \sigma_{zz} d\Omega = N, \quad \iint_{\Omega} \sigma_{zz} y d\Omega = M_x, \quad \iint_{\Omega} \sigma_{zz} x d\Omega = M_y \quad (1.19)$$

где N — нормальная сила, M_x и M_y — изгибающие моменты, соответственно, относительно оси x и y , и соотношение (1.18) определяют функции $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$, $D(t)$.

§ 2. Задача релаксации напряжений при совместном растяжении и кручении стержня круглого сечения. В частном случае воздействия осевой силы и крутящего момента, переходя к цилиндрической системе координат ($\alpha = \ln r$, $\beta = \theta$, $\gamma = z$, $H = r$) и учитывая осесимметричность напряженного состояния, имеем $\Phi = \Phi(r, t)$,

$$\sigma_{\alpha z} = 0, \quad \sigma_{\beta z} = \frac{\partial \Phi}{\partial r}, \quad \Delta \Phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)$$

Тогда уравнение (1.16) примет вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \int_{\tau_1}^t \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[f(\sigma_0) r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right] K(t, \zeta) d\zeta = 2GD(t) \quad (2.1)$$

причем
$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{1}{3} \sigma_{zz}^2 + \sigma_{\beta z}^2}$$

Интегрированием из (2.1) получим

$$\sigma_{\beta z} + \int_{\tau_1}^t f(\sigma_0) \sigma_{\beta z} K(t, \zeta) d\zeta = GD(t) r \quad (2.2)$$

Далее, из (1.12), принимая $A = B = 0$, будем иметь

$$\sigma_{zz} + \int_{\tau_1}^t f(\sigma_0) \sigma_{zz} K(t, \zeta) d\zeta = EC(t) \quad (2.3)$$

Сообщим стержню в начальный момент относительное удлинение $C(\tau_1)$ и крутку $D(\tau_1)$, которые остаются неизменными во времени. Тогда, очевидно, имеем

$$C(\tau_1) = \frac{N}{EF}, \quad D(\tau_1) = \frac{M_z}{GW\alpha} \quad (2.4)$$

где $N = N(\tau_1)$ и $M_z = M_z(\tau_1)$ — соответственно начальная нормальная сила и крутящий момент, $F = \pi a^2$, $W = \frac{\pi a^4}{2}$, где a — радиус круга поперечного сечения.

Таким образом, для определения закона релаксации напряжений во времени, если ввести обозначения $\sigma_{zz} = \sigma(\xi, t)$, $\sigma_{\beta z} = \tau(\xi, t)$, $\xi = r/a$, приходим к системе двух нелинейных интегральных уравнений типа Вольтерра

$$\begin{aligned} \sigma + \int_{\tau_1}^t f(\sigma_0) \tau K(t, \zeta) d\zeta &= \sigma_* \\ \tau + \int_{\tau_1}^t f(\sigma_0) \tau K(t, \zeta) d\zeta &= \tau_* \end{aligned} \quad (2.5)$$

где выражениями

$$\sigma(\tau_1) = \sigma_0 = \frac{N}{F}, \quad \tau(\tau_1) = \tau_0 = \frac{M_z}{W} \xi \quad (2.6)$$

определяются напряжения в начальный момент $t = \tau_1$ и

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{1}{3} \sigma^2 + \tau^2}$$

Переходя к безразмерному времени $t_* = \gamma_0 t$ (в дальнейшем индекс * опускается), принимая $m = 3$ и вводя обозначения $A_1 = E \gamma_0 A_0$, $C_1 = EC_0$,

$$\begin{aligned} h_1 &= 1 + \left(\frac{A_1}{t} + C_1 \right) \left[\mu + \lambda (\sigma^2 + \tau^2) \right], & \omega_1 &= 2\lambda \left(\frac{A_1}{t} + C_1 \right) \sigma \tau \\ h_2 &= 1 + \left(\frac{A_1}{t} + C_1 \right) \left[\mu + \lambda \left(\frac{\sigma^2}{3} + 3\tau^2 \right) \right], & \omega_2 &= \frac{1}{3} \omega_1 \end{aligned} \quad (2.7)$$

систему интегральных уравнений (2.5) приведем к следующей системе дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{aligned} \ddot{\sigma} + h_1 \dot{\sigma} + \omega_1 \tau &= 0 \\ \ddot{\tau} + h_2 \dot{\tau} + \omega_2 \sigma &= 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

с начальными условиями (2.6) и

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(\tau_1) &= - \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_1 \right) \left[\mu + \lambda \left(\frac{\sigma_0^2}{3} + \tau_0^2 \right) \right] \sigma_0 \\ \dot{\tau}(\tau_1) &= - \left(\frac{A_1}{\tau_1} + C_1 \right) \left[\mu + \lambda \left(\frac{\sigma_0^2}{3} + \tau_0^2 \right) \right] \tau_0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

На ЭВМ „Наири“ при значении параметров $E = 1.5 \cdot 10^5$ кг/см², $C_0 = 0.9 \cdot 10^{-5}$ см²/кг, $A_0 = 4.82 \cdot 10^{-5}$ кг/см², $\gamma_0 = 0.026$ 1/день, $\mu = 1$, $\lambda = 10^{-4}$ см⁴/кг², $\sigma_0 = 200$ кг/см², $\tau_0 = 200$ кг/см² дано решение системы уравнений при начальных условиях (2.6) и (2.9). В приведенных на фиг. 2 и 3 графиках показано изменение напряжения во времени в зависимости от возраста материала τ_1 и продолжительности действия нагрузки $T = t - \tau_1$. На фиг. 4, наряду с начальным распределением напряжений, показано распределение напряжений по радиусу круга как для двух различных значений τ_1 , так и для двух значений T .

Для старого материала $A_1 = 0$, и система (2.8) представится в виде

$$(\dot{\sigma} + h\sigma)' = 0, \quad (\dot{\tau} + h\tau)' = 0 \quad (2.10)$$

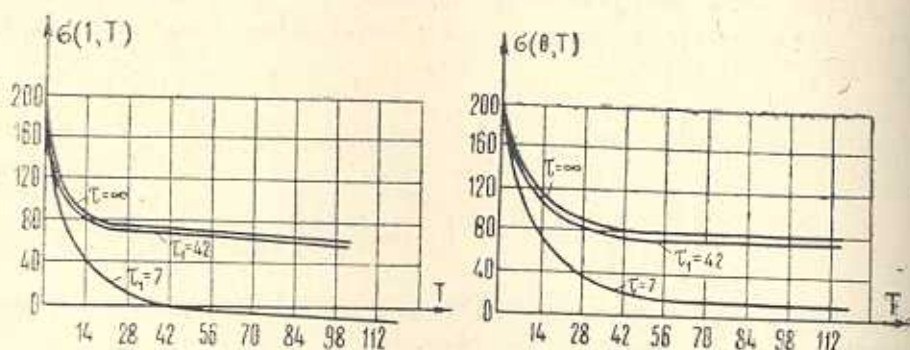
причем

$$h = 1 + \mu C_1 + \lambda C_1 \left(\frac{\sigma^2}{3} + \tau^2 \right) \quad (2.11)$$

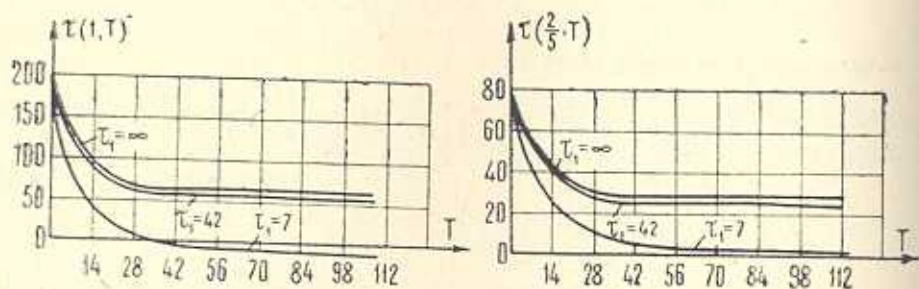
Интегрируя систему уравнений (2.10) при учете начальных условий (2.6) и (2.9), приходим к системе дифференциальных уравнений первого порядка

$$\dot{\sigma} + h\sigma = \sigma_*, \quad \dot{\tau} + h\tau = \tau_* \quad (2.12)$$

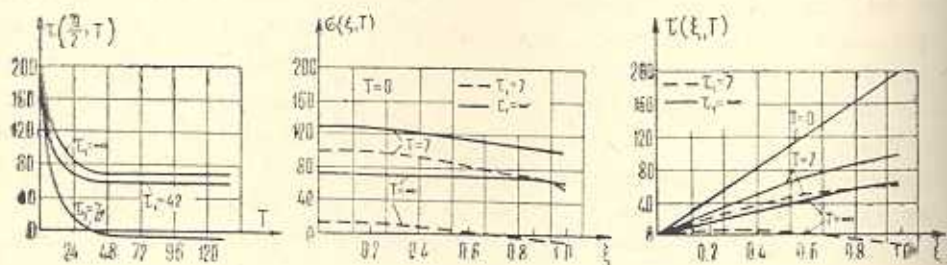
с начальными условиями (2.6).



Фиг. 2.



Фиг. 3.



Фиг. 4.

Численное решение этой системы при начальных условиях (2.6), как и должно быть, совпадает с вышеприведенным решением системы (2.8) с начальными условиями (2.6) и (2.9) при $\tau_1 \rightarrow \infty$.

Исключая t из (2.12), приходим к уравнению

$$\frac{d\tau}{d\sigma} = \frac{\tau_* - h\tau}{\sigma_* - h\sigma} \quad (2.13)$$

с начальным условием

$$\tau = \tau_0 \text{ при } \sigma = \sigma_0 \quad (2.14)$$

Численное решение нелинейного дифференциального уравнения (2.13) при начальных условиях (2.14) показывает, что в процессе релаксации зависимость между σ и τ близка к линейному закону.

§ 3. Совместное кручение и изгиб тонкостенного цилиндрического стержня. Рассмотрим тонкостенный цилиндрический стержень, поперечное сечение которого представляет криволинейное кольцевое сечение, контуры которого совпадают с координатными линиями α_1 и α_2 . Пренебрегая $\sigma_{\tau\tau}$, из (1.16) получаем

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \int_{\tau_1}^t \frac{\partial}{\partial x} \left[f(\tau_0) \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right] K(t, \zeta) d\zeta = 2GH^2 D(t) \quad (3.1)$$

Интегрируя обе части уравнения (3.1) и пренебрегая изменением $\sigma_{\tau\tau}$ по толщине трубы, приближенно получаем

$$\sigma_{\tau\tau} + \int_{\tau_1}^t f(\tau_0) \tau_{\beta} K(t, \zeta) d\zeta = 2GQ(\tau_0, \beta) D(t) \quad (3.2)$$

где принято $\alpha_0 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$, и

$$Q(x, \beta) = \frac{1}{H(x, \beta)} \int H^F(x, \beta) dx \quad (3.3)$$

Далее, полагая в (1.12) $A = C = 0$ и $\alpha = \alpha_0$, будем иметь

$$\sigma_{\tau\tau} + \int_{\tau_1}^t f(\tau_0) \tau_{\tau\tau} K(t, \zeta) d\zeta = Ey(\alpha_0, \beta) B(t) \quad (3.4)$$

Рассмотрим задачу релаксации напряжений. В начальный момент стержню сообщим крутку $D(\tau_1)$ и кривизну $B(\tau_1)$, остающихся во времени неизменными. Вводя обозначения $\sigma_{\tau\tau} = \sigma(\beta, t)$, $\alpha_{\tau\tau} = \tau(\beta, t)$ и

$$\tau_* = 2GQ(\alpha_0, \beta) D(\tau_1), \quad \tau_0 = Ey(\alpha_0, \beta) B(\tau_1) \quad (3.5)$$

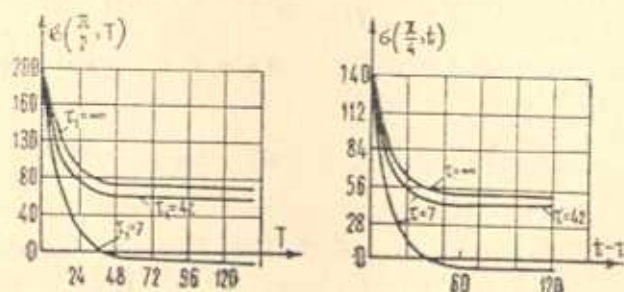
приходим к системе нелинейных интегральных уравнений типа Вольтерра, определяющей закон релаксации напряжений во времени при совместном изгибе и кручении,

$$\begin{aligned} \sigma &+ \int_{\tau_0}^t f(\sigma_0) \varepsilon K(t, \zeta) d\zeta = \sigma_s \\ \tau &+ \int_{\tau_0}^t f(\tau_0) \varepsilon K(t, \zeta) d\zeta = \tau_0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Полученную систему уравнений, переходя к безразмерному времени, как в предыдущем параграфе, приводим к системе дифференциальных уравнений (2.8) при начальных условиях (2.6) и (2.9), а для старого материала — к системе уравнений (2.12) с начальными условиями (2.6), причем в этих условиях значения σ_0 и τ_0 следует принимать не по (2.6), а по (3.5). Для кругового кольцевого сечения, переходя к цилиндрическим координатам, получаем $Q = r_0/2$, $y(\alpha_0, \beta) = r_0 \sin \theta$ и

$$\sigma_0 = \frac{M_x}{W_1} \sin \theta, \quad \tau_0 = \frac{M_x}{2W_1} \quad (3.7)$$

где $M_1 = M_x(\tau_1)$ и $M_2 = M_x(\tau_1)$ — соответственно изгибающий и крутящий моменты в начальный момент, $W_1 = \pi r_0^3 \delta$, r_0 — радиус средней окружности кольцевой области, δ — толщина стенки трубы. Для тех же значений параметров, приведенных в предыдущем параграфе, на ЭВМ «Наирн» получены решения системы (3.6) при начальных условиях (3.7), причем принято $\sigma_s = 200 \sin \theta$ кг/см², $\tau_s = 200$ кг/см². На фиг. 5 и 6 построены графики релаксации напряжений тонкостенной цилиндрической трубы при совместном изгибе и кручении в зависимости от возраста материала τ , и продолжительности действия заданных деформаций $T = t - \tau_1$. На фиг. 7 показано распределение напряжения по четверти окружности сечения как в начальный момент, так и по двум значениям каждого из τ , и T .



Фиг. 5

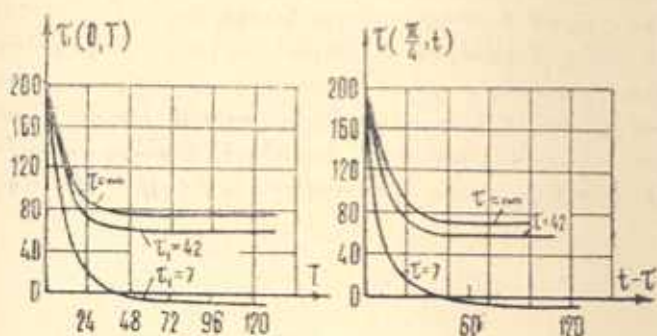
В качестве открытого профиля рассмотрим криволинейное кольцевое сечение с вырезом. Интегрируя обе части уравнения (3.1) и принимая $\sigma_{r1} = 0$ на $\sigma_0 = \sigma_1 + \sigma_2/2$, приближенно будем иметь

$$\sigma_{\beta_1} + \int_{\tau_1}^t f(\sigma_0) \sigma_{\beta_1} K(t, \tau) d\tau = \frac{2GD(t)}{H} \int_{\alpha_0}^{\epsilon} H^2 d\alpha \quad (3.8)$$

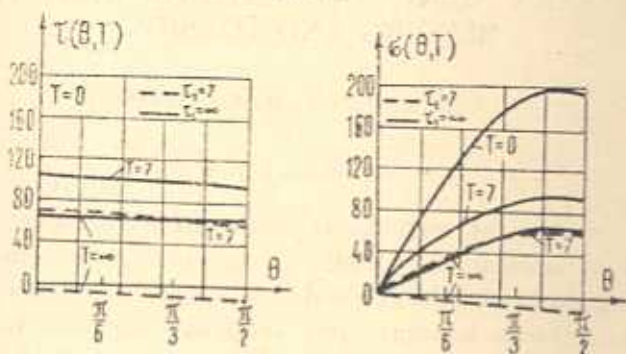
Для цилиндрической тонкостенной трубы с продольным вырезом, принимая $r = r_0 + x$, получаем

$$\sigma_{\beta_1} + \int_{\tau_1}^t f(\sigma_0) \sigma_{\beta_1} K(t, \tau) d\tau = GD(t)x \quad (3.9)$$

К этому уравнению присоединяется уравнение (3.4), в котором принимается $y(\alpha_0, \beta) = r_0 \sin \theta$.



Фиг. 6.



Фиг. 7.

Здесь, как и в предыдущем параграфе, для конкретности, сообщаемые стержню деформации приняты постоянными во времени, а степень «упрочнений» $m = 3$. Однако, как это следует из изложения, аналогично можно решить задачи и в случае, когда задан закон изменения во времени деформаций и m произвольное.

Самаркандский Государственный
архитектурно-строительный институт
им. М. Улугбека

Институт механики АН Армянской ССР

Поступила 2 VI 1978.

Ա. ԱՐԳԱՆԿԱԳԻՐՈՎ, Մ. Ա. ԶԱԳՅԱՆ

ԺԱՌԱՆԿԱԲԱՐ ՄԵՐԱՅՈՂ ԵՅՈՒԹԵՐԻՅ ԿԱՆԱՅԻՆ ՁՈՂՆԵՐԻ
ՈՉ-ԳՑԱՅԻՆ ՍՈՂՔԸ ՀԱՄԱՏԵՂ ՁԳՄԱՆ, ՈՂՐՄԱՆ ԵՎ ՄՈՄԱՆ ԳԵՊՔՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ո Վ մ

Կորագիծ օրթոգոնալ կորդինատային սիստեմում ուսումնասիրվում է անսեղմելի, ժառանգաբար ծերացող նյութից պատրաստված գլանային ձողի ոչ-գծային սողքի համատեղ ձգման, ոլորման և ծոման դեպքում:

Օգտագործելով կիսագարծային մեթոդը, խնդիրը բերվում է ոչ-գծային ինտեգրո-դիֆերենցիալ հավասարումների սիստեմի լարումների ֆունկցիայի և առանցքային նորմալ լարման նկատմամբ:

Ուսումնասիրվում է սելաքսացիայի խնդրի 2 դեպք:

Առաջին դեպքում քննարկվում է կլոր կարվածք ունեցող ձողի սելաքսացիայի խնդիրը համատեղ ոլորման և ձգման դեպքում, իսկ երկրորդ դեպքում՝ բարակապատ գլանային խողովակի սելաքսացիայի խնդիրը համատեղ ոլորման և ծոման դեպքում, բերված են ժամանակի ընթացքում լարումների փոփոխման գրաֆիկները, որոնք կառուցված են թվային օրինակների հիման վրա:

NON-LINEAR CREEP IN CYLINDRICAL BARS OF HEREDITARILY AGING MATERIALS ON JOINT TENSION, BENDING AND TORSION

A. ABDUKADIROV, M. A. ZADOYAN

S u m m a r y

In the system of curvilinear orthogonal coordinates the stress state of the cylindrical bar made of non-linear, incompressible, hereditarily aging material, the terminals of which are under the joint influence of axial force, bending and torsional moments is investigated.

By the semi-reverse method, assuming the strain tensor as independent of the linear coordinate, the problem leads to the solution of the system of two non-linear integral equations of the Volterra type.

The relaxation problem for the two cases has been investigated. In the first case the joint torsion and tension of the round bar has been studied while in the second case — the joint bending and torsion of the thin-walled cylindrical bar. In both cases the system of integral equations leads to that of differential equations.

Variations in stress with time are shown graphically.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арутюнян Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести. М.—Л., ГТТА, 1952.
2. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкции. М., «Наука», 1967.
3. Задоян М. А. Задача установившейся ползучести призматического стержня при совместном растяжении, изгибе и кручении. Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1968, т. 21, № 3.
4. Александрян Р. А., Арутюнян Н. Х., Манукян М. М. Релаксационная задача об изгибе призматического стержня. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1959, № 1.
5. Александрян Р. А., Арутюнян Н. Х., Манукян М. М. Кручение тонкостенных стержней замкнутого профиля в условиях неустановившейся ползучести. ПММ, 1958, т. 22, в. 6.
6. Новожилов В. В. Теория упругости. М.—Л., Судстройиздат, 1962.
7. Задоян М. А. Задача о пластическом состоянии цилиндрических стержней при совместном изгибе и кручении. «Механика деформируемых тел и конструкций». Сб., посвященному 60-летию акад. Ю. Н. Работнова, М., «Машиностроение», 1975.