

Т. А. МАРТЫНОВИЧ, В. Е. ЮРИНЕЦ

КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕОДНОРОДНОЙ ОРТОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЫ С НЕСИММЕТРИЧНО ПОДКРЕПЛЯЮЩИМ УПРУГИМ ЭЛЕМЕНТОМ

1. Рассмотрим неоднородную ортотропную полубесконечную пластину, прямолинейный край которой по всей длине несимметрично подкреплён упругим элементом постоянного сечения. Подкрепляющий элемент спаян с пластиной до деформации таким образом, что ось упругого элемента параллельно смещена от срединной плоскости пластины на некоторую величину ξ_0 (эксцентриситет подкрепления). Сопряжение пластины с подкрепляющим элементом осуществляется на фактической плоскости спая.

К упругому подкрепляющему элементу приложены внешние изгибающие моменты $M(x)$, перерезывающие силы $P(x)$ и усилия $N(x)$ и $T(x)$ (N, T — нормальная и касательная составляющие заданных усилий). Со стороны подкрепляющего элемента на пластину будут передаваться контактные изгибающие моменты $M^{(i)}(x)$, перерезывающие силы $P^{(i)}(x)$ и усилия $N^{(i)}(x)$, $T^{(i)}(x)$. Следовательно, на контуре спая пластины с упругим элементом имеем условия сопряжения

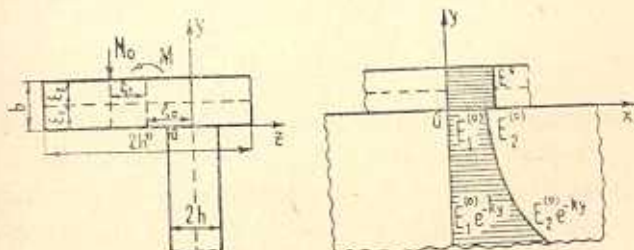
$$(u_1)_{y=0} = u_2; \quad (v_1)_{y=0} = v_2; \quad (w_1)_{y=0} = w_2; \quad \left(\frac{dw_1}{dy}\right)_{y=0} = \frac{dw_2}{dy} \quad (1.1)$$

$$(\sigma_y)_{y=0} = N^{(i)}(x); \quad (\tau_{xy})_{y=0} = T^{(i)}(x); \quad (M_y)_{y=0} = M^{(i)}(x)$$

$$\left(N_y + \frac{\partial H_{xy}}{\partial x}\right)_{y=0} = P^{(i)}(x)$$

где u_1, v_1, w_1 и u_2, v_2, w_2 — компоненты вектора смещения пластины и подкрепляющего элемента.

Независимо от вида нагружения при наличии эксцентриситета подкрепления пластина испытывает изгибное и обобщенное плоское напряженное состояния (фиг. 1). При $\xi_0 = 0$ задача расчленяется на плоскую и изгиб.



Фиг. 1.

Модули упругости и модуль сдвига неоднородной ортотропной пластины меняются по закону

$$E_1(y) = E_1^{(0)} e^{-ky}, \quad E_2(y) = E_2^{(0)} e^{-ky}, \quad G(y) = G^{(0)} e^{-ky} \quad (1.2)$$

где k — величина, характеризующая степень неоднородности материала.

Предполагается, что модуль сдвига связан с модулями упругости следующим образом:

$$G^{(0)} = \frac{E_1^{(0)} E_2^{(0)}}{E_1^{(0)} (1 + 2\nu_2) + E_2^{(0)}} \quad (1.3)$$

Соотношение (1.3) дает возможность рассматривать численные примеры в относительных величинах $E_1^{(0)}/E_2^{(0)}$, в противном случае для $G^{(0)}$ можно задавать конкретные числовые данные, не учитывая выражения (1.3). Коэффициенты Пуассона ν_1 и ν_2 предполагаются постоянными.

2. Подкрепляющий упругий элемент рассчитывался по теории криволинейных стержней. При малых деформациях, принимая гипотезу нормального сечения, вдоль контура спая пластины со стержнем ($y = 0$) имеют место следующие кинематические соотношения:

$$\begin{aligned} \frac{du_z}{dx} &= e_0 - \varepsilon_1 \frac{d\theta_z}{dx} - \varepsilon_0 \frac{d\theta_y}{dx}, & \frac{dv_y}{dx} &= -\theta_z, \\ \frac{dw_z}{dx} &= \theta_y + \varepsilon_1 \frac{d\theta_x}{dx}, & \frac{dw_y}{dx} &= -\theta_x, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где e_0 — деформация оси стержня; $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ — углы поворота поперечного сечения стержня вокруг координатных осей x, y, z .

Из уравнений равновесия элемента стержня найдем

$$\begin{aligned} \frac{dV_y}{dx} &= 2hN^{(i)} - 2h^*N, & \frac{dV_z}{dx} &= 2hT^{(i)} - 2h^*T \\ \frac{dV_x}{dx} &= P^{(i)} - P, & \frac{d^2L_y}{dx^2} &= P - P^{(i)} - 2h\varepsilon_0 \frac{dT^{(i)}}{dx} + 2h^*\varepsilon_1 \frac{dT}{dx} \\ \frac{dL_x}{dx} &= M^{(i)} - M + 2h\varepsilon_0 N^{(i)} + \varepsilon_1 P^{(i)} + \varepsilon_2 P - 2h^*\varepsilon_1 N \\ \frac{d^2L_z}{dx^2} &= 2hN^{(i)} - 2h^*N - 2h^*\varepsilon_2 \frac{dT}{dx} - 2h\varepsilon_1 \frac{dT^{(i)}}{dx} \end{aligned} \quad (2.2)$$

где V_x, V_y, V_z и L_x, L_y, L_z — составляющие по осям xyz главного вектора \vec{V} и главного момента \vec{L} внутренних усилий, действующих в произвольном сечении стержня; ε_1 и ε_2 — расстояния волокон стержня от его нейтрального слоя (оси) соответственно внутреннего и внешнего края; $b = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ — высота стержня; $2h^*$ — толщина края стержня, который не соприкасается с пластиной; $2h$ — толщина пластины; ε_1 — эксцентриситет приложения внешнего нормального усилия.

При малых деформациях закон Гука для стержня сводится к соотношениям

$$e_0 = \frac{V_x}{g_1}, \quad \frac{d\theta_z}{dx} = \frac{L_z}{g_2}, \quad \frac{d\theta_y}{dx} = \frac{L_y}{A}, \quad \frac{d\theta_x}{dx} = \frac{L_x}{C} \quad (2.3)$$

где $g_1 = E^*F_0$, $g_2 = E^*I_z$, $A = I^*I_y$, C — жесткости стержня соответственно на растяжение, изгиб и кручение; F_0 — площадь нормального сечения стержня; E^* — модуль упругости материала стержня; I_z , I_y — моменты инерции стержня.

В работе используется интегральное преобразование Фурье по переменной x

$$\begin{aligned} \bar{F}(i, y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(x, y) e^{ix} dx \\ F(x, y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{F}(i, y) e^{-ix} dx \end{aligned} \quad (2.4)$$

Из равенств (2.1), (2.2), (2.3), используя интегральное преобразование Фурье (2.4), находим

$$\begin{aligned} i\lambda^3 \bar{u}_2 &= 2h^* i \lambda \left(\frac{1}{G_2} + \frac{\zeta_0 \zeta_1}{A} \right) \bar{T} - 2h i \lambda \left(\frac{1}{G_1} + \frac{\zeta_0^2}{A} \right) \bar{T}^{(i)} - \\ &\quad - \frac{2h \varepsilon_1}{g_2} \bar{N}^{(i)} - \frac{2h^* \varepsilon_1}{g_2} \bar{N} + \frac{\zeta_0}{A} \bar{P}^{(i)} - \frac{\zeta_0}{A} \bar{P} \\ i\lambda^3 \bar{v}_2 &= \frac{2h^*}{g_2} \bar{N} - \frac{2h}{g_2} \bar{N}^{(i)} - i\lambda \frac{2h \varepsilon_1}{g_2} \bar{T}^{(i)} - i\lambda \frac{2h^* \varepsilon_2}{g_2} \bar{T} \\ \bar{w}_2 &= i \frac{2h \zeta_0}{\lambda^3 A} \bar{T}^{(i)} - \frac{2h \varepsilon_1 \zeta_0}{\lambda^2 C} \bar{N}^{(i)} - \left(\frac{\varepsilon_1}{\lambda^2 C} + \frac{1}{\lambda^4 A} \right) \bar{P}^{(i)} - \frac{\varepsilon_1}{\lambda^2 C} \bar{M}^{(i)} + \\ &\quad + \left(\frac{1}{\lambda^4 A} - \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\lambda^2 C} \right) \bar{P} - \frac{2h^* \zeta_1}{\lambda^2 C} \bar{N} - i \frac{2h^* \zeta_2}{\lambda^3 A} \bar{T} + \frac{\varepsilon_1}{\lambda^2 C} \bar{M} \\ \frac{d\bar{w}_2}{dy} &= \frac{2h \zeta_0}{\lambda^2 C} \bar{N}^{(i)} + \frac{1}{\lambda^2 C} \bar{M}^{(i)} + \frac{\varepsilon_1}{\lambda^2 C} \bar{P}^{(i)} + \frac{2h^* \zeta_1}{\lambda^2 C} \bar{N} + \frac{\varepsilon_2}{\lambda^2 C} \bar{P} - \frac{1}{\lambda^2 C} \bar{M} \end{aligned}$$

где

$$\frac{1}{G_1} = \frac{1}{g_1} + \frac{\varepsilon_1^2}{g_2}, \quad \frac{1}{G_2} = \frac{1}{g_1} - \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{g_2}$$

3. Обобщенное плоское напряженное состояние неоднородной ортотропной полубесконечной пластины, упругие характеристики которой меняются по закону (1.2), рассматривалось в работе [2], поэтому на нем останавливаться не будем. В трансформантах Фурье формулы, связывающие

компоненты точек границы неоднородной ортотропной пластины ($y = 0$) с приложенными к границе полубесконечной пластины усилиями (1.1), имеют вид

$$\begin{aligned} (i\lambda^2 \bar{u}_1)_{y=0} &= \frac{1}{E_1^{(0)}} (s_1 \bar{N}^{(1)} + i\lambda s_2 \bar{T}^{(1)}) \\ (\lambda^2 \bar{v}_1)_{y=0} &= \frac{1}{E_1^{(0)}} (s_3 \bar{N}^{(1)} + i\lambda s_4 \bar{T}^{(1)}) \end{aligned} \quad (3.1)$$

где

$$\begin{aligned} s_1 &= \nu_1 \lambda^2 - \alpha_1 \alpha_2 + \frac{k}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{k^2}{4}, \quad s_2 = \alpha_1 + \alpha_2 - k \\ s_3 &= (\alpha_1 + \alpha_2) \left[\alpha_1 \alpha_2 - \frac{k}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{k^2}{4} \right] \\ s_4 &= \frac{k^2}{4} + \frac{k}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) - (\alpha_1^2 + \alpha_1 \alpha_2 + \alpha_2^2) - \lambda^2 [\nu_1 - k_0 (1 + 2\nu_2) - 1] \\ \alpha_{1,2} &= \sqrt{\frac{k^2}{4} + k_1 \lambda^2 \pm \lambda \sqrt{\lambda^2 (k_1^2 - k_0) - \nu_1 k^2}} \\ k_0 &= \frac{E_1^{(0)}}{E_2^{(0)}}, \quad k_1 = \frac{1}{2} [k_0 (1 + 2\nu_2) + (1 - 2\nu_1)] \end{aligned}$$

4. Рассмотрим изгиб неоднородной ортотропной пластины, упругие характеристики которой — экспоненциальные функции координаты y . Уравнения равновесия элемента ортотропной пластины при изгибе имеют вид [1],

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} + q &= 0, \quad N_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial H_{xy}}{\partial y}, \quad N_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial H_{xy}}{\partial x} \\ M_x &= -D_1 \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \nu_2 \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} \right), \quad M_y = -D_2 \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} + \nu_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \right) \quad (4.1) \\ H_{xy} &= -2D_k \frac{\partial^2 w_1}{\partial x \partial y}, \quad D_1 = \frac{E_1 (2h)^3}{12(1 - \nu_1 \nu_2)} \\ D_2 &= \frac{E_2 (2h)^3}{12(1 - \nu_1 \nu_2)}, \quad D_k = \frac{G (2h)^3}{12} \end{aligned}$$

где N_x , N_y — перерезывающие силы, действующие на пластину; M_x , M_y — изгибающие моменты; H_{xy} — скручивающий момент; q — нагрузка на единицу площади пластины; D_1 , D_2 , D_k — величины, характеризующие жесткости ортотропной пластины и зависящие от координаты y ; w_1 — прогиб пластины.

Принимая, что ν_1 и ν_2 постоянные и $q = 0$, и учитывая при этом выражения (1.2) и (2.4), из равенств (4.1) получим однородное дифферен-

циальное уравнение для определения трансформанты функции изгиба \bar{w}_1 неоднородной ортотропной пластины

$$\frac{d^4 \bar{w}_1}{dy^4} - 2k \frac{d^3 \bar{w}_1}{dy^3} + \left\{ k^2 - \lambda^2 \left[\frac{4k_0(1 - \nu_1 \nu_2)}{k_0(1 + 2\nu_2) + 1} + k_0 \nu_2 - \nu_2 \right] \right\} \frac{d^2 \bar{w}_1}{dy^2} + 2\lambda^2 k \left[\frac{2k_0(1 - \nu_1 \nu_2)}{k_0(1 + 2\nu_2) + 1} + \nu_1 \right] \frac{d \bar{w}_1}{dy} + (k_0 \lambda^4 - k^2 \nu_1 \lambda^2) \bar{w}_1 = 0 \quad (4.2)$$

Решение уравнения (4.2) будем искать в виде

$$\bar{w}_1 = \sum_{n=1}^4 B_n e^{(\beta_n + \frac{k}{2})y} \quad (y \leq 0) \quad (4.3)$$

Подставляя выражение (4.3) в уравнение (4.2), получим

$$\beta_n^4 - 2 \left(\frac{k^2}{4} + \lambda^2 k_2 \right) \beta_n^2 + \frac{k^4}{16} + \frac{k^2 \lambda^2}{2} k_2 + k_0 \lambda^4 - k^2 \nu_1 \lambda^2 = 0 \quad (4.4)$$

где

$$k_2 = \frac{2k_0(1 - \nu_1 \nu_2)}{k_0(1 + 2\nu_2) + 1} + \nu_1$$

Отсюда находим β_n

$$\beta_n = \pm \sqrt{\frac{k^2}{4} + k_2 \lambda^2 \pm \sqrt{\lambda^4 (k_2^2 - k_0) + k^2 \nu_1 \lambda^2}} \quad (4.5)$$

Для решения уравнения (4.2) в виде (4.3) с учетом (4.4) необходимо удерживать члены, исчезающие на бесконечности. Значит, соотношение для \bar{w}_1 запишется

$$\bar{w}_1(\lambda, y) = B_1(\lambda) e^{(\beta_1 + \frac{k}{2})y} + B_2(\lambda) e^{(\beta_2 + \frac{k}{2})y} \quad (4.6)$$

где

$$\beta_{1,2} = \sqrt{\frac{k^2}{4} + k_2 \lambda^2 \pm \sqrt{\lambda^4 (k_2^2 - k_0) + k^2 \nu_1 \lambda^2}}$$

$B_1(\lambda)$, $B_2(\lambda)$ — неизвестные функции параметра λ , подлежащие определению из граничных условий (1.1).

На контуре спая пластины с подкрепляющим элементом ($y = 0$) на основании уравнений (1.1) и (4.1) будут иметь место равенства

$$\left[\frac{d^3 \bar{w}_1}{dy^3} - k \frac{d^2 \bar{w}_1}{dy^2} - \lambda^2 (2k_2 - \nu_1) \frac{d \bar{w}_1}{dy} + k \nu_1 \lambda^2 \bar{w}_1 \right]_{y=0} = -\frac{3(1 - \nu_1 \nu_2)}{2h^3 E_2^{(0)}} \bar{P}^{(1)} \quad (4.7)$$

$$\left[\frac{d^2 \bar{w}_1}{dy^2} - \nu_1 \lambda^2 \bar{w}_1 \right]_{y=0} = - \frac{3(1 - \nu_1 \nu_2)}{2h^3 E_2^{(0)}} \bar{M}^{(i)}$$

Подставляя выражение (4.6) в равенства (4.7), найдем $B_1(\lambda)$ и $B_2(\lambda)$. Тогда

$$\begin{aligned} (\bar{w}_1)_{y=0} &= \frac{3(1 - \nu_1 \nu_2)}{2h^3 E_2^{(0)} \omega_0} (\omega_1 \bar{F}^{(i)} - \omega_2 \bar{M}^{(i)}) \\ \left(\frac{d\bar{w}_1}{dy} \right)_{y=0} &= \frac{3(1 - \nu_1 \nu_2)}{2h^3 E_2^{(0)} \omega_0} (\omega_3 \bar{P}^{(i)} - \omega_4 \bar{M}^{(i)}) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Здесь введены обозначения

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \beta_1^2 \beta_2^2 + \left(\frac{k^2}{4} - \nu_1 \lambda^2 \right) (\beta_1^2 + \beta_1 \beta_2 + \beta_2^2) + \left[\frac{3}{4} k^2 + \lambda^2 (2k_2 - \nu_1) \right] \beta_1 \beta_2 + \\ &+ k \left[\beta_1 \beta_2 + \lambda^2 (k_2 - 2\nu_1) + \frac{k^2}{4} \right] (\beta_1 + \beta_2) + \\ &+ \frac{k^2 \lambda^2}{2} (k_2 - 2\nu_1) + \nu_1 \lambda^4 (2k_2 - \nu_1) + \frac{k^4}{16} \end{aligned}$$

$$\omega_1 = \beta_1 + \beta_2 + k, \quad \omega_3 = \beta_1 \beta_2 + \frac{k}{2} (\beta_1 + \beta_2) + \nu_1 \lambda^2 + \frac{k^2}{4}$$

$$\omega_2 = \beta_1^2 + \beta_1 \beta_2 + \beta_2^2 + \frac{k}{2} (\beta_1 + \beta_2) - \lambda^2 (2k_2 - \nu_1) - \frac{k^2}{4}$$

$$\omega_4 = \beta_1 \beta_2 \left(\frac{k}{2} + \beta_1 + \beta_2 \right) + \frac{k}{2} (\beta_1^2 + \beta_1 \beta_2 + \beta_2^2) + \frac{k^2}{4} (\beta_1 + \beta_2) - k \nu_1 \lambda^2$$

5. Исходя из условий равенства перемещений на контуре сая (1.1), на основании соотношений (2.5), (3.1), (4.8) получим

$$\begin{aligned} a_{11} \bar{N}^{(i)} + a_{12} \bar{T}^{(i)} + a_{13} \bar{P}^{(i)} &= c_{11} \bar{N} + c_{12} \bar{T} + c_{13} \bar{P} \\ a_{21} \bar{N}^{(i)} + a_{22} \bar{T}^{(i)} &= c_{21} \bar{N} + c_{22} \bar{T} \\ a_{31} \bar{N}^{(i)} + a_{32} \bar{T}^{(i)} + a_{33} \bar{P}^{(i)} + a_{34} \bar{M}^{(i)} &= c_{31} \bar{N} + c_{32} \bar{T} + c_{33} \bar{P} + c_{34} \bar{M} \\ a_{41} \bar{N}^{(i)} + a_{43} \bar{P}^{(i)} + a_{44} \bar{M}^{(i)} &= c_{41} \bar{N} + c_{43} \bar{P} + c_{44} \bar{M} \end{aligned} \quad (5.1)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= 2h\varepsilon_1 + \frac{g_2 s_1}{E_1^{(0)}}, & a_{12} &= i\lambda \left[2hg_2 \left(\frac{1}{G_1} + \frac{\varepsilon_0^2}{A} \right) + \frac{g_2 s_2}{E_1^{(0)}} \right], & a_{13} &= -\frac{\varepsilon_0 g_2}{A} \\ a_{21} &= 2h + \frac{g_2 s_3}{E_1^{(0)}}, & a_{22} &= i\lambda \left(2h\varepsilon_1 + \frac{g_2 s_4}{E_1^{(0)}} \right), & a_{31} &= 2h\varepsilon_1 \lambda^2 \varepsilon_0 \end{aligned}$$

$$a_{32} = -i\lambda^2 \frac{2hC}{A}, \quad a_{33} = \frac{3\lambda^4 \omega_1 (1 - \nu_1 \nu_2) C}{2\omega_0 h^3 E_2^{(0)}} + \lambda^2 \varepsilon_1^2 + \frac{C}{A}$$

$$a_{34} = \varepsilon_1 \lambda^2 - \frac{3\lambda^4 \omega_2 (1 - \nu_1 \nu_2) C}{2\omega_0 h^3 E_2^{(0)}}, \quad a_{41} = 2h^2 \varepsilon_0$$

$$a_{43} = \varepsilon_1 - \frac{3\lambda^2 \omega_2 (1 - \nu_1 \nu_2) C}{2\omega_0 h^3 E_2^{(0)}}, \quad a_{44} = 1 + \frac{3\lambda^2 \omega_4 (1 - \nu_1 \nu_2) C}{2\omega_0 h^3 E_2^{(0)}}$$

$$c_{11} = 2h^2 \varepsilon_1, \quad c_{12} = 2h^2 i\lambda g_2 \left(\frac{1}{G_2} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1}{A} \right), \quad c_{13} = -\frac{\varepsilon_0 g_2}{A}, \quad c_{21} = 2h^2$$

$$c_{22} = -2h^2 i\lambda \varepsilon_2, \quad c_{23} = \frac{C}{A} - \lambda^2 \varepsilon_1 \varepsilon_2, \quad c_{34} = \lambda^2 \varepsilon_1, \quad c_{31} = -2h^2 \lambda^2 \varepsilon_1$$

$$c_{32} = -2h^2 i\lambda \varepsilon_1 \frac{C}{A}, \quad c_{41} = -2h^2 \varepsilon_1; \quad c_{43} = \varepsilon_2, \quad c_{44} = -1$$

Система уравнений (5.1) служит для определения трансформант контактных усилий $\bar{N}^{(i)}$, $\bar{T}^{(i)}$, $\bar{P}^{(i)}$ и моментов $\bar{M}^{(i)}$ при несимметричном подкреплении упругим элементом неоднородной ортотропной пластины, упругие характеристики которой — экспоненциальные функции координаты y . Сами же контактные усилия и моменты восстанавливаются при помощи формулы обращения (2.4). В случае симметричного подкрепления ($\zeta_0 = 0$) система уравнений (5.1) распадается на две независимые.

6. Рассмотрим случай нагружения подкрепляющего элемента внешним нормальным усилием $N(x)$ ($T=0$, $P=0$, $M=0$) при $\zeta_1=0$. Тогда

$$c_{12} = c_{13} = c_{22} = c_{31} = c_{32} = c_{33} = c_{34} = c_{41} = c_{43} = c_{44} = 0 \quad (6.1)$$

Решение системы уравнений (5.1) в этом случае, учитывая соотношение (2.4), представим в виде

$$N^{(i)}(x) = \frac{c_{21}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\tilde{R}_1(\lambda)}{R_0(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} N(t) \cos \lambda(t-x) dt$$

$$T^{(i)}(x) = \frac{c_{21}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\tilde{R}_2(\lambda)}{K_0(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} N(t) \sin \lambda(t-x) dt \quad (6.2)$$

$$P^{(i)}(x) = \frac{c_{21}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\tilde{R}_3(\lambda)}{R_0(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} N(t) \cos \lambda(t-x) dt$$

$$M^{(i)}(x) = \frac{c_{21}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\tilde{R}_4(\lambda)}{R_0(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} N(t) \cos \lambda(t-x) dt$$

где

$$\begin{aligned}
 R_0(i) &= (a_{11}a_{22}^* - a_{12}a_{21}^*)(a_{33}a_{44} - a_{34}a_{43}) - a_{13}[a_{22}^*(a_{34}a_{41} - a_{31}a_{44}) + \\
 &+ a_{21}a_{32}^*a_{44}], \quad R_1(i) = (\varepsilon_1 a_{22}^* - a_{12}^*)(a_{33}a_{44} - a_{34}a_{43}) + a_{13}a_{32}^*a_{44} \\
 R_2(i) &= (a_{11} - \varepsilon_1 a_{21})(a_{33}a_{44} - a_{34}a_{43}) + a_{13}(a_{34}a_{41} - a_{31}a_{44}) \\
 R_3(i) &= (a_{22}^* \varepsilon_1 - a_{12}^*)(a_{33}a_{44} - a_{34}a_{43}) + a_{32}^*a_{41}(\varepsilon_1 a_{21} - a_{11}) \\
 R_4(i) &= a_{22}^*(a_{11}a_{43} - a_{13}a_{41}) - a_{12}^*(a_{31}a_{43} - a_{33}a_{41}) - \\
 &- \varepsilon_1 [a_{13}(a_{21}a_{32}^* - a_{22}^*a_{31}) + a_{22}^*a_{33}a_{41}]
 \end{aligned}$$

$$a_{12}^* = 2hg_2 \left(\frac{1}{G_1} + \frac{\zeta_0^2}{A} \right) + \frac{g_2 s_2}{E_1^{(0)}}, \quad a_{22}^* = 2h^2 \zeta_1 + \frac{g_2 s_1}{E_1^{(0)}}, \quad a_{32}^* = -\frac{2hC\zeta_0}{A}$$

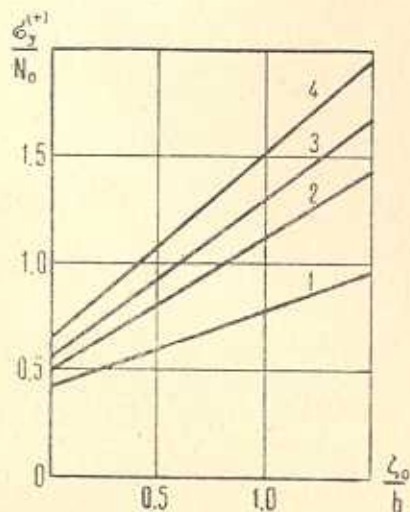
Для примера рассмотрим неоднородную ортотропную пластину и подкрепляющий упругий элемент прямоугольного сечения $b \times 2h^*$ со следующими упругими, жесткостными и геометрическими характеристиками:

$$\frac{2h^*}{2h} = 2.5, \quad \frac{E^*}{E_1^{(0)}} = \frac{E_1^{(0)}}{E_2^{(0)}} = 2, \quad C = \frac{0.249 E^* b^3 h^*}{1 + \nu^*}, \quad A = \frac{2}{3} E^* b h^{*3}$$

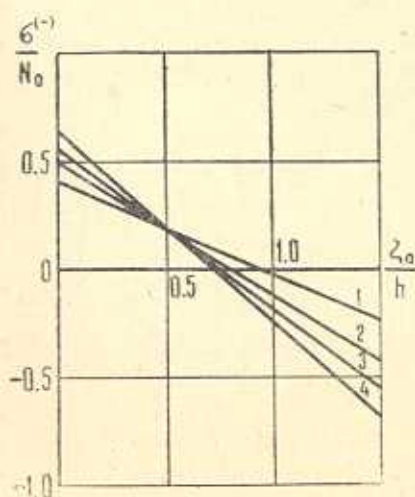
$$g_1 = 2h^* b E^*, \quad g_2 = \frac{1}{6} E^* b h^{*3}, \quad b = 2h, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = h, \quad \nu^* = \nu_1 = 0.3$$

Упругий элемент нагружен внешней сосредоточенной силой N_0 .

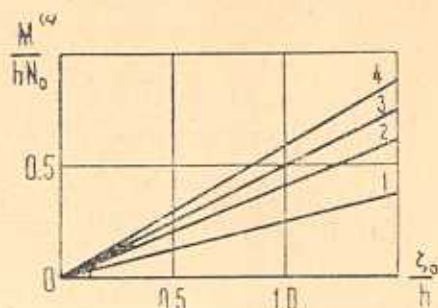
На фиг. 2, 3 приведены зависимости контактных напряжений $\sigma_y^{(+)}$ и $\sigma_y^{(-)}$ на краях пластины, когда $z = -h$ и $z = h$, при $x = 0$ от эксцентриситета подкрепления ζ_0 . Кривые 1, 2, 3, 4 соответствуют значениям параметра $k = 0; 0.5; 1.0; 2.0$.



Фиг. 2.



Фиг. 3.



Фиг. 4.

Зависимость контактных моментов $M^{(i)}$ от эксцентриситета подкрепления ξ_0 при $x=0$ и тех же значениях k представлена на фиг. 4.

Львовский госуниверситет
им. И. Франко

Поступила 9 III 1977

Տ. Լ. ՄԱՐՏԻՆՈՎԻՉ, Վ. Ե. ՅՈՒՐԻՆԵՏ

ԱՆՀԱՄԱՍԵՌ ՕՐԹՈՏՐՈՊ ՔՐՔԵՂԻ ԵՎ ՆՐԱՆ ՈՉ ՍԻՄԵՏՐԻԿ ԱՄՐԱՅՎԱԾ
ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ԷԼԵՄԵՆՏԻ ԿՈՆՏԱԿՏԱՅԻՆ ՓՈՆԱԶԳԻԵՑՈՒՓՅՈՒՆԸ

Ա մ փ ն փ ո լ մ

Ֆորմի ինտեգրալ ձևափոխության մեթոդով լուծվել է ոչ սիմետրիկ ամրացված եզրով անհամասեռ օրթոտրոպ կիսաանվերջ թիթեղի լարված վիճակի վերաբերյալ խնդիրը: Թիթեղի առաձգական բնութագրերը ներկայացվում են ըստ կոորդինատի էքսպոնենցիալ ֆունկցիաներով:

ON CONTACT INTERACTION OF A NON-HOMOGENEOUS
ORTHOTROP PLATE WITH AN ASYMMETRICALLY
STRENGTHENED ELASTIC ELEMENT

T. L. MARTYNOVICH, V. E. YURYNETS

S u m m a r y

The problem of the tense state of a non-homogeneous orthotrop semiinfinite plate, whose characteristics are the exponential function of the coordinate with an asymmetrically strengthened edge, is solved by the method of the Fourier integral transformations.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лехницкий С. Г. Анизотропные пластинки. М., Гостехтеоретиздат, 1957.
2. Мартынович Т. А., Юринец В. Е., Нищенко И. А. Неоднородная ортотропная полуплоскость с подкрепленным краем. Изв. АН АрмССР, Механика, 1976, XXIX, № 3.
- 6 Известия АН Армянской ССР, Механика, № 3