

Т. И. БУГАСОВА, С. А. КАЛОЕРОВ, А. С. КОСМОДАМИАНСКИЙ

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В АНИЗОТРОПНОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМ ОТВЕРСТИЕМ

В работах [6, 7] даны основные соотношения для определения температурных напряжений в анизотропных пластинках. В работе [3] получен общий вид комплексных потенциалов в случае многосвязных сред. В данной статье приводится решение термоупругой задачи для полуплоскости с эллиптическим отверстием.

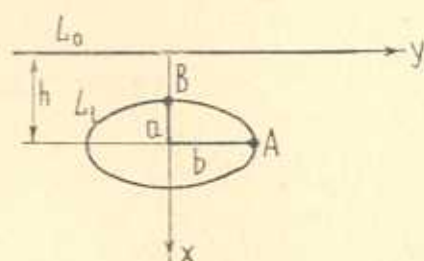
§ 1. Рассмотрим анизотропную полуплоскость, ослабленную эллиптическим отверстием L_1 , полуоси которого равны a и b . Границу полуплоскости обозначим через L_0 , расстояние между центром отверстия и границей полуплоскости — через h (фиг. 1).

Пусть на границе полуплоскости температура равна нулю, а на контуре отверстия температура $T_1 = \text{const}$. Внешние силовые факторы на полуплоскость не действуют.

Определение температурного поля в такой пластинке сводится к нахождению аналитической функции $F_0(z_0)$ из граничных условий [6, 7]

$$2 \operatorname{Re} F_0(t_0) = 0 \quad \text{на } L_0 \quad (1.1)$$

$$2 \operatorname{Re} F_0(t_1) = T_1 \quad \text{на } L_1 \quad (1.2)$$



Фиг. 1.

Определение напряженного состояния полуплоскости приводится к нахождению комплексных потенциалов $\Phi_j(z_j)$ из следующих граничных условий:

$$2 \operatorname{Re} \sum_{j=1}^3 \Phi_j(z_j) = 0; \quad 2 \operatorname{Re} \sum_{j=1}^3 \mu_j \Phi_j(z_j) = 0 \quad (1.3)$$

на L_0, L_1

где μ_j — комплексные параметры, зависящие от термоупругих свойств материала пластинки. Для простоты в дальнейшем будем считать их чисто мнимыми $\mu_j = i\beta_j$.

Функции $\Phi_j(z_j)$ являются аналитическими в областях S_j , получаемых из заданной полуплоскости S аффинными преобразованиями $z_j = x + i\beta_j y$. В областях S_j контурам L_n ($n = 0, 1$) будут соответствовать контуры L_{jn} .

Функция $\Phi_3(z_3)$ выражается через $F_0(z_3)$ по формуле [7]

$$\Phi_3(z_3) = r_3 \int F_0(z_3) dz_3 \quad (1.4)$$

Здесь

$$r_3 = \frac{\alpha_1 \beta_3^2 - \alpha_2}{\alpha_{11} (\beta_3^2 - \beta_1^2) (\beta_3^2 - \beta_2^2)} \quad (1.5)$$

α_{11} — коэффициент деформации материала пластинки; α_1, α_2 — температурные коэффициенты линейного расширения для направления осей x и y .

§ 2. Общее представление комплексного потенциала $F_0(z_3)$ в рассматриваемом случае имеет вид [3]

$$F_0^*(z_3) = A_0 \ln(z_3 - h) + F_0^*(z_3) \quad (2.1)$$

где A_0 — неизвестный коэффициент, определяемый с помощью потока тепла в область S через контур отверстия; $F_0^*(z_3)$ — функция, голоморфная в нижней полуплоскости области S_3 за исключением бесконечно удаленной точки. Последнюю функцию выберем в виде:

$$F_0^*(z_3) = B_0 \ln(z_3 + h) + F_{30}^*(z_3)$$

где $F_{30}^*(z_3)$ — функция, голоморфная в области S_3 , включая и бесконечно удаленную точку.

Из граничного условия (1.1), сравнивая коэффициенты при одинаковых логарифмах, получим $B_0 = -A_0$.

Функцию $F_{30}^*(z_3)$ представим в виде

$$F_{30}^*(z_3) = F_{30}(z_3) + F_{31}(z_3)$$

Здесь $F_{31}(z_3)$ — функция, голоморфная вне контура L_{31} ; $F_{30}(z_3)$ — функция, голоморфная в нижней полуплоскости области S_3 .

Отобразим конформно внешность единичного круга области изменения переменной ζ_3 на внешность эллипса L_{31} . Отображающая функция имеет вид

$$z_3 - h = R_3 \left(\zeta_3 + \frac{m_3}{\zeta_3} \right) \quad (2.2)$$

$$R_3 = \frac{a + \beta_3 b}{2}; \quad m_3 = \frac{a - \beta_3 b}{a + \beta_3 b} \quad (2.3)$$

В отображенной области

$$F_{31}(z_3) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c_{3k}}{[\zeta_3(z_3)]^k}$$

В рассматриваемом случае коэффициенты c_{3k} получаются вещественными.

Применяя метод интегралов типа Коши [5], из граничных условий (1.1) на L_0 находим [2]

$$F_{30}(z_3) = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e_{3k}}{[\bar{\zeta}_3(z_3)]^k}$$

Здесь $\bar{\zeta}_3$ связаны с z_3 следующей неявной зависимостью:

$$-z_3 - h = R_3 \left(\bar{\zeta}_3 + \frac{m_3}{\bar{\zeta}_3} \right) \quad (2.4)$$

Окончательно имеем

$$F_0(z_1) = A_0 \ln \zeta_3(z_3) - A_0 \ln \bar{\zeta}_3(z_3) + \sum_{k=1}^{\infty} c_{3k} \left\{ \frac{1}{[\zeta_3(z_3)]^k} - \frac{1}{[\bar{\zeta}_3(z_3)]^k} \right\} \quad (2.5)$$

где

$$c_{3,2n-1} = e_{3,2n-1}; \quad c_{3,2n} = e_{3,2n} + \frac{(-1)^{n-1} m_3^n}{n} A_0 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

Функции $\ln \bar{\zeta}_3$ и $\frac{1}{\bar{\zeta}_3^k}$ являются голоморфными в нижней полуплоскости S_{31} , а, следовательно, и внутри эллипса L_{31} . Поэтому эти функции можно разложить в ряды по полиномам Фабера для эллипса L_{31} [2]. Будем иметь

$$\ln \bar{\zeta}_3(z_3) = \sum_{n=0}^{\infty} d_{3n} P_n(z_3); \quad \frac{1}{[\bar{\zeta}_3(z_3)]^k} = \sum_{n=0}^{\infty} A_{3kn} P_n(z_3)$$

Полиномы Фабера $P_n(z_3)$ через переменные ζ_3 выражаются так

$$P_0(z_3) = 1; \quad P_n(z_3) = \zeta_3^n + \frac{m_3^n}{\zeta_3^n}$$

Из граничных условий (1.2) на контуре отверстия методом рядов получим бесконечную алгебраическую систему уравнений относительно неизвестных коэффициентов c_{3k} :

$$d_{30} c_{3k} + \sum_{n=1}^{\infty} (d_{3n} A_{3n0} - d_{3n} A_{3nk}) (1 + m_3^k) c_{3n} = - \frac{T_1}{2} (1 + m_3^k) d_{3k} \quad (2.6)$$

($k = 1, 2, \dots$)

$$A_0 = - \frac{1}{d_{30}} \left(\frac{T_1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{3n0} c_{3n} \right) \quad (2.7)$$

После решения системы уравнений (2.6) и нахождения коэффициента A_0 по формуле (2.7) функция $F_0(z_3)$ будет полностью определена, что позволяет найти распределение температуры в рассматриваемой полуплоскости по формуле [6]

$$T(x, y) = 2 \operatorname{Re} F_0(z_3) \quad (2.8)$$

§ 3. Зная функцию $F_0(z_3)$, по формуле (1.4) находим

$$\begin{aligned} \Phi_3(z_3) = & [A_3(z_3 - h) + B_3] \ln(z_3 - h) + A_3 z_3 \pi i - \\ & - [A_3(z_3 + h) - B_3] \ln(z_3 + h) + \sum_{k=1}^{\infty} b_{3k} \left(\frac{1}{z_3^k} + \frac{1}{z_3^k} \right) \end{aligned} \quad (3.1)$$

где

$$\begin{aligned} A_3 &= r_3 A_0; \quad B_3 = r_3 R_3 c_{31}; \quad b_{31} = -r_3 R_3 c_{32} + A_3 R_3 m_3 \\ b_{3, 2n} &= \frac{r_3 R_3}{2n} (m_3 c_{3, 2n-1} - c_{3, 2n+1}) + \frac{(-1)^n}{n} m_3^n B_3 \\ b_{3, 2n+1} &= \frac{r_3 R_3}{2n+1} (m_3 c_{3, 2n} - c_{3, 2n+2}) + \frac{(-1)^n}{n(n+1)} m_3^n A_3 \end{aligned}$$

Функции $\Phi_j(z_j)$ ($j = 1, 2$) имеют вид [3]

$$\Phi_j(z_j) = [A_j(z_j - h) + B_j] \ln(z_j - h) + \Phi_j^0(z_j) \quad (3.2)$$

Здесь $\Phi_j^0(z_j)$ — функции, голоморфные в S_j за исключением бесконечно удаленной точки; A_j, B_j — коэффициенты, имеющие вид [3]

$$\begin{aligned} A_j &= \frac{\beta_j [a_{22} r_3 (\beta_{j+1}^2 - \beta_j^2) + a_{21} \beta_{j+1}^2]}{a_{22} r_3 \beta_j (\beta_j^2 - \beta_{j+1}^2)} A_3 \\ B_j &= \frac{\beta_j [a_{22} r_3 (\beta_{j+1}^2 - \beta_j^2) + a_{21} \beta_{j+1}^2]}{a_{22} r_3 \beta_j (\beta_j^2 - \beta_{j+1}^2)} B_3 \end{aligned}$$

a_{22} — коэффициент деформации для материала пластинки; значение индекса $(j+1)$ равняется единице при $j=2$.

Функции $\Phi_j^0(z_j)$ представим в виде

$$\begin{aligned} \Phi_j^0(z_j) = & [D_{1j}(s_{1j} z_j - h) + Q_{1j}] \ln(s_{1j} z_j - h) + \\ & + [D_{2j}(s_{2j} z_j - h) + Q_{2j}] \ln(s_{2j} z_j - h) + \\ & + [D_{3j}(s_{3j} z_j - h) + Q_{3j}] \ln(s_{3j} z_j - h) + \Phi_{j1}(z_j) + \Phi_{j1}^*(z_j) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Здесь D_{nj}, Q_{nj}, s_{nj} ($n = 1, 3$) — неизвестные постоянные; $\Phi_{j1}(z_j)$ — функции, голоморфные вне отверстий L_{j1} областей S_j , $\Phi_{j1}^*(z_j)$ — в нижних полуплоскостях областей S_j .

Граничные условия (1.3) можно записать так:

$$\Phi_j(t_j) = l_j \overline{\Phi_1(t_1)} + n_j \overline{\Phi_2(t_2)} + r_j \Phi_3(t_3) + k_j \overline{\Phi_3(t_3)} \quad (3.4)$$

где

$$l_j = \frac{\beta_{j+1} + \beta_1}{\beta_j - \beta_{j+1}}; \quad n_j = \frac{\beta_{j+1} + \beta_2}{\beta_j - \beta_{j+1}}$$

$$r_j = \frac{\beta_{j+1} - \beta_3}{\beta_j - \beta_{j+1}}; \quad k_j = \frac{\beta_{j+1} + \beta_3}{\beta_j - \beta_{j+1}}$$

На контуре L_0

$$t_n = i\beta_n y; \quad \bar{t}_n = k_{nj} t_j; \quad k_{nj} = -\frac{\beta_n}{\beta_j} \quad (n = \overline{1, 3}; j = 1, 2)$$

При этом

$$k_{m\gamma} k_{np} = -k_{mp}; \quad k_{-m} k_{pn} = -k_{pm}; \quad k_{m0} k_{nm} = 1 \quad (3.5)$$

Полагая в формулах (3.3) $s_{nj} = k_{nj}$ и учитывая соотношения (3.5), из граничных условий (3.4) на контуре L_0 , приравнявая коэффициенты при одинаковых логарифмах, получим

$$D_{1j} = l_j A_1; \quad D_{2j} = n_j A_2; \quad D_{3j} = c_j A_3$$

$$Q_{1j} = l_j B_1; \quad Q_{2j} = n_j B_2; \quad Q_{3j} = c_j B_3 \quad (3.6)$$

При выполнении этих соотношений имеют место и следующие равенства:

$$l_j D_{n1} + n_j D_{n2} = \delta_j^n A_j; \quad l_j Q_{n1} + n_j Q_{n2} = \delta_j^n B_j$$

$$l_j D_{31} + n_j D_{32} + c_j A_3 = 0; \quad l_j Q_{31} + n_j Q_{32} + c_j B_3 = 0$$

$$(\pi, j = 1, 2)$$

где δ_j^n — символ Кронекера; $c_j = k_j + r_j$.

Учитывая соотношения (3.3), (3.6), (3.7), из условий (3.4) на контуре L_0 методом интегралов типа Коши найдем

$$\Phi_{j1}^*(z_j) = l_j \overline{\Phi_{11}(z_j)} + n_j \overline{\Phi_{21}(z_j)} + c_j \overline{\Phi_{31}(z_j)}$$

С учетом того, что

$$A_j + l_j A_1 k_{1j} + n_j A_2 k_{2j} + c_j A_3 k_{3j} = 0$$

для функций $\Phi_j(z_j)$ окончательно получим

$$\Phi_j(z_j) = [A_j(z_j - h) + B_j] \ln(z_j - h) + l_j [A_1(k_{1j}z_j - h) + B_1] \ln(-k_{1j}z_j + h) +$$

$$n_j [A_2(k_{2j}z_j - h) + B_2] \ln(-k_{2j}z_j + h) +$$

$$c_j [A_3(k_{3j}z_j - h) + B_3] \ln(-k_{3j}z_j + h) + A_j z_j \pi i + \Phi_{j1}(z_j) +$$

$$+ l_j \overline{\Phi_{11}(z_j)} + n_j \overline{\Phi_{21}(z_j)} + c_j \overline{\Phi_{31}(z_j)} \quad (3.8)$$

Как и в формулах (2.2) и (2.4), введем переменные ζ_j и $\bar{\zeta}_{nj}$, которые связаны с z_j следующими неявными зависимостями:

$$z_j - h = R_j \left(\zeta_j + \frac{m_j}{\zeta_j} \right); \quad k_{nj} z_j - h = R_n \left(\bar{\zeta}_{nj} + \frac{m_n}{\bar{\zeta}_{nj}} \right)$$

$$R_j = \frac{\alpha + \beta_j b}{2}; \quad m_j = \frac{\alpha - \beta_j b}{\alpha + \beta_j b} \quad (n = \overline{1, 3}; j = 1, 2) \quad (3.9)$$

Функции $\Phi_{j1}(z_j)$ разложим в ряды Лорана

$$\Phi_{j1}(z_j) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{b_{jk}}{[\zeta_j(z_j)]^k} \quad (3.10)$$

Тогда, как следует из равенств (2.2), (2.4), (3.1), (3.8), (3.9) и (3.10), функции $\Phi_n(z_n)$ примут вид

$$\begin{aligned} \Phi_j(z_j) = & \left[A_j^0 \left(\zeta_j + \frac{m_j}{\zeta_j} \right) + B_j \right] \ln \zeta_j + l_j \left[A_1^0 \left(\bar{\zeta}_{1j} + \frac{m_1}{\bar{\zeta}_{1j}} \right) + B_1 \right] \ln (-\bar{\zeta}_{1j}) + \\ & + n_j \left[A_2^0 \left(\bar{\zeta}_{2j} + \frac{m_2}{\bar{\zeta}_{2j}} \right) + B_2 \right] \ln (-\bar{\zeta}_{2j}) + c_j \left[A_3^0 \left(\bar{\zeta}_{3j} + \frac{m_3}{\bar{\zeta}_{3j}} \right) + \right. \\ & \left. + B_3 \right] \ln (-\bar{\zeta}_{3j}) + A_j^0 \ln R_j \zeta_j + l_j A_1^0 \ln R_1 \bar{\zeta}_{1j} + n_j A_2^0 \ln R_2 \bar{\zeta}_{2j} + \\ & + c_j A_3^0 \ln R_3 \bar{\zeta}_{3j} + A_j^0 \left(\zeta_j + \frac{m_j}{\zeta_j} \right) \pi i + \\ & + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{a_{jk}}{\zeta_j^k} + \frac{l_j a_{1k}}{\bar{\zeta}_{1j}^k} + \frac{n_j a_{2k}}{\bar{\zeta}_{2j}^k} + \frac{c_j a_{3k}}{\bar{\zeta}_{3j}^k} \right); \quad (j = 1, 2) \quad (3.11) \\ \Phi_3(z_3) = & \left[A_3^0 \left(\zeta_3 + \frac{m_3}{\zeta_3} \right) + B_3 \right] \ln \zeta_3 + \left[A_3^0 \left(\bar{\zeta}_3 + \frac{m_3}{\bar{\zeta}_3} \right) + \right. \\ & \left. + B_3 \right] \ln (-\bar{\zeta}_3) + A_3^0 \ln R_3 \zeta_3 + A_3^0 \ln R_3 \bar{\zeta}_3 + \\ & + A_3^0 \left(\zeta_3 + \frac{m_3}{\zeta_3} \right) \pi i + \sum_{k=1}^{\infty} a_{3k} \left(\frac{1}{\zeta_3^k} + \frac{1}{\bar{\zeta}_3^k} \right) \end{aligned}$$

Здесь a_{1k} , a_{2k} — неизвестные коэффициенты, выражающиеся через b_{1k} и b_{2k} ; $A_n^0 = A_n R_n$;

$$a_{31} = -r_3 R_3 c_{32} + A_3^0 m_3 (\ln R_3 + 2)$$

$$a_{3, 2k} = \frac{r_3 R_3}{2k} (m_3 c_{3, 2k-1} - c_{3, 2k+1})$$

$$a_{3, 2k+1} = \frac{r_3 R_3}{2k+1} (m_3 c_{3, 2k} - c_{3, 2k+2})$$

Разложим следующие функции, голоморфные внутри эллипсов L_{nj} , в ряды по полиномам Фабера:

$$\left[\bar{\zeta}_{nj}(z_j) + \frac{m_n}{\bar{\zeta}_{nj}(z_j)} \right] \ln [-\bar{\zeta}_{nj}(z_j)] = \sum_{r=0}^{\infty} \alpha_{jr}^{(n)} P_r(z_j) \quad (3.12)$$

$$\ln [-\bar{\zeta}_{nj}(z_j)] = \sum_{r=0}^{\infty} \beta_{jr}^{(n)} P_r(z_j); \quad \bar{\zeta}_{nj}(z_j) = \sum_{r=0}^{\infty} \gamma_{jr}^{(n)} P_r(z_j)$$

$$\frac{1}{[\bar{\zeta}_{nj}(z_j)]^k} = \sum_{r=0}^{\infty} A_{jkr}^{(n)} P_r(z_j)$$

$$\left[\bar{\zeta}_3(z_3) + \frac{m_3}{\bar{\zeta}_3(z_3)} \right] \ln [-\bar{\zeta}_3(z_3)] = \sum_{r=0}^{\infty} \alpha_{3r} P_r(z_3)$$

$$\ln [-\bar{\zeta}_3(z_3)] = \sum_{r=0}^{\infty} \beta_{3r} P_r(z_3)$$

$$\bar{\zeta}_3(z_3) = \sum_{r=0}^{\infty} \gamma_{3r} P_r(z_3)$$

Учитывая представления (3.11) и разложения (3.12), из граничных условий (3.4) на контуре отверстия методом рядов получим следующую систему алгебраических уравнений:

$$a_{jk} + \sum_{n=1}^{\infty} (L_{jnk} a_{1n} + N_{jnk} a_{2n}) = M_{jk} \quad (3.13)$$

$$(j = 1, 2; \quad k = 1, 2, \dots)$$

Здесь

$$L_{jnk} = m_j^k l_j A_{jnk}^{(1)} - l_j l_1 A_{1nk}^{(1)} - n_j l_2 A_{2nk}^{(1)}$$

$$N_{jnk} = m_j^k n_j A_{jnk}^{(2)} - l_j n_1 A_{1nk}^{(2)} - n_j n_2 A_{2nk}^{(2)}$$

$$M_{jk} = l_j R_{1k} + n_j R_{2k} + (r_j m_j^k + k_j) R_{3k} + r_j a_{3k} - m_j^k R_{jk} +$$

$$+ \delta_k^1 (l_j A_1^0 \ln R_1 + n_j A_2^0 \ln R_2 + k_j A_3^0 \ln R_3)$$

$$R_{1k} = l_j (A_1^0 \alpha_{jk}^{(1)} + B_1 \beta_{jk}^{(1)} + A_1^0 \gamma_{jk}^{(1)} \ln R_1) +$$

$$+ n_j (A_2^0 \alpha_{jk}^{(2)} + B_2 \beta_{jk}^{(2)} + A_2^0 \gamma_{jk}^{(2)} \ln R_2) +$$

$$+ c_f (A_3^0 \alpha_{jk}^{(3)} + B_3 \beta_{jk}^{(3)} + A_3^0 \gamma_{jk}^{(3)} \ln R_3) + \sum_{n=1}^{\infty} a_{3n} A_{jnk}^{(3)}$$

$$R_{2k} = A_3^0 \alpha_{3k} + B_3 \beta_{3k} + A_3^0 \gamma_{3k} \ln R_3 + \sum_{n=1}^{\infty} a_{3n} A_{3nk}$$

После решения систем уравнений (2.6) и (3.13) комплексные потенциалы (3.11) станут известными, что позволяет найти напряжения в полуплоскости по следующим формулам [4, 7]:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= -2 \operatorname{Re} \sum_{j=1}^3 \beta_j^2 \Phi_j'(z_j) \\ \sigma_y &= 2 \operatorname{Re} \sum_{j=1}^3 \Phi_j'(z_j) \\ \tau_{xy} &= -2 \operatorname{Re} \sum_{j=1}^3 i \beta_j \Phi_j'(z_j)\end{aligned}\quad (3.14)$$

§ 4. На ЭВМ ЕС-1020 были проведены численные исследования напряженного состояния полуплоскости, изготовленной из стеклотекстолита КАСТ-В [1], для которого

$$\begin{aligned}a_{11} &= 0.508 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{кг}; & \alpha_1 &= 3 \cdot 10^{-5}; & \alpha_2 &= 4 \cdot 10^{-5} \\ a_{22} &= 0.735 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{кг}; & \beta_1 &= 1.20443 \\ a_{12} &= -0.0882 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{кг}; & \beta_2 &= 0.99869 \\ a_{33} &= 1.42 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{кг}; & \beta_3 &= 0.79101\end{aligned}$$

Температура на контуре отверстия T_1 считалась равной единице.

В полученном решении граничные условия на границе полуплоскости удовлетворяются точно, а на контуре отверстия — приближенно. Степень точности удовлетворения последним зависит от количества уравнений, оставляемых в системе (3.13) при численном решении задачи. Это количество варьировалось от 10 до 28, что позволяло удовлетворить граничным условиям с точностью до 1%.

Таблица 1

h/a	y/a					
	0	1	2	3	4	5
10	-0.133	-0.272	-0.382	-0.548	-0.750	-0.967
3	-1.457	-2.291	-4.463	-6.609	-7.121	-6.925
2	-3.236	-5.949	-11.75	-15.24	-12.41	-9.823
1.5	-5.725	-14.93	-27.73	-27.97	-26.64	-22.70
1.25	-8.574	-37.76	-55.83	-51.02	-38.99	-26.12

Для случая, когда $b = 3a$, в табл. 1 приведены значения напряжений σ_y вблизи прямолинейной границы, а в табл. 2 — значения напряжений σ_y , действующих вблизи контура отверстия на площадках, перпендикулярных к нему. В табл. 3 даны значения максимальных напряжений в точках контура отверстия (фиг. 1), когда $h = 2a$.

Таблица 2

θ°	h/a					
	100	10	3	2	1.5	1.25
0	-6.135	-9.184	-15.52	-21.88	-32.29	-48.63
30	-6.189	-9.036	-15.14	-21.38	-31.67	-48.04
60	-6.474	-7.915	-12.17	-17.34	-26.55	-42.22
90	-7.852	-1.171	9.41	16.67	23.76	28.68
120	-6.446	-7.413	-7.31	-4.147	3.783	16.02
150	-6.178	-8.964	-14.59	-19.21	-22.77	-37.59
180	-6.147	-9.259	-17.61	-29.04	-52.66	-100.1

Таблица 3

Точки	b/a						
	10	5	3	2	0.5	0.2	0.1
A	48.30	25.26	16.67	12.64	7.232	6.436	6.231
B	-53.45	-35.68	-29.04	-26.49	-35.94	-68.96	-126.2

Из табл. 1, 2 видно, что при сближении отверстия с границей полуплоскости значения напряжений вблизи контуров и в зоне между ними возрастают. Изменяется также характер их распределения. Наибольшая концентрация напряжений наблюдается вблизи точки перемены, лежащей на контуре отверстия. Из табл. 3 следует, что характер распределения напряжений и их концентрации изменяются также с изменением величины отношения полуосей b/a . Если это отношение мало или велико по сравнению с единицей, то наблюдается резкое повышение концентрации напряжений вблизи точки B.

Донецкий государственный университет

Поступила 9 III 1977

Տ. Բ. ՔՈՒՐԿՈՍՈՎԱ, Ս. Ա. ԿԱՍԵՐՅՎ, Ա. Ս. ԿՈՍՄՈՎՈՍԻՍԿԻ

ԷԼԻՊՍԱԶԵՎ ԱՆՅՔՐՈՎ ԱՆԻՉՈՏՐՈՊ ԿԻՍԱԼԱՐՔՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՉԵՐՄԱՅԻՆ ԼԱՐՈՒՄՆԵՐԸ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Գիտարկվում է էլիպսաձև անցրով անիզոտրոպ կիսահարթության համար ջերմա-ստաձգականության հարթ խնդիրը:

Խնդրի լուծումը բերվում է գծային հանրահաշվական հավասարումների անվերջ սիստեմների: Բերվում են թվային ուսումնասիրությունների արդյունքները:

THERMAL STRESSES IN AN ANISOTROPIC SEMI-INFINITE PLATE WITH AN ELLIPTICAL HOLE

T. I. BUGASOVA, S. A. KALOEROV, A. S. KOSMODAMIANSKY

S u m m a r y

A plane problem of thermoelasticity for an anisotropic semi-infinite plate with an elliptical hole is considered. The solution of the problem is reduced to the infinite systems of linear algebraic equations. Numerical calculations are performed.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян С. А., Дургарьян С. М. Некоторые нестационарные температурные задачи для ортотропной пластинки. Изв. АН СССР, ОТН, «Механика и машиностроение», 1962, 3.
2. Калоеров С. А., Космодамианский А. С. Действие сосредоточенной силы в анизотропной полуплоскости с эллиптическим отверстием. «Прикладная механика», 1969, т. V, вып. 11.
3. Калоеров С. А., Космодамианский А. С. Представление комплексных потенциалов в задачах термоупругости многосвязных анизотропных пластин. Сб. «Теоретическая и прикладная механика», вып. 8, Киев—Донецк, «Вища школа», Головное издательство, 1977.
4. Лехницкий С. Г. Анизотропные пластинки. М., Гостехиздат, 1957.
5. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., «Наука», 1966.
6. Прусов И. А. Некоторые задачи термоупругости. Минск, изд. БГУ, 1972.
7. Удалов А. И. Некоторые задачи термоупругости анизотропного тела. Саратов, изд. СГУ, 1967.