

С. В. АЛЕКСАНДРОВСКИЙ, П. Ф. УРЕНЕВ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ  
ЦЕНТРАЛЬНО-ОБЖАТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ  
ИЗ ВЫСОКОПРОЧНОГО БЕТОНА

Надежность оценки напряженно-деформированного состояния предварительно напряженных железобетонных конструкций зависит от точности оценки влияния на него ползучести и усадки бетона.

С привлечением нелинейной теории ползучести бетона авторами было проведено экспериментально-теоретическое изучение напряженно-деформированного состояния центрально-обжатых элементов из высокопрочного бетона с учетом его ползучести и усадки.

Экспериментальные исследования проводили на образцах из бетона М 800\*. Все образцы изготовляли в стальных формах одновременно, из одного замеса и хранили в одинаковых температурно-влажностных условиях при температуре, близкой к комнатной, с отклонениями от нее в пределах  $\pm 3^\circ\text{C}$ .

Бетон приготавливали на портландцементе Новоздолбуновского завода активностью 60.6 МПа. В качестве крупного заполнителя применяли гранитный щебень фракций 5—15 мм, плотностью 2640 кг/м<sup>3</sup>. Мелкий заполнитель — Москворецкий песок с модулем крупности 1.91 и плотностью 2650 кг/м<sup>3</sup>. Состав бетона по массе — 1:0.72:1.67; В/Ц = 0.304.

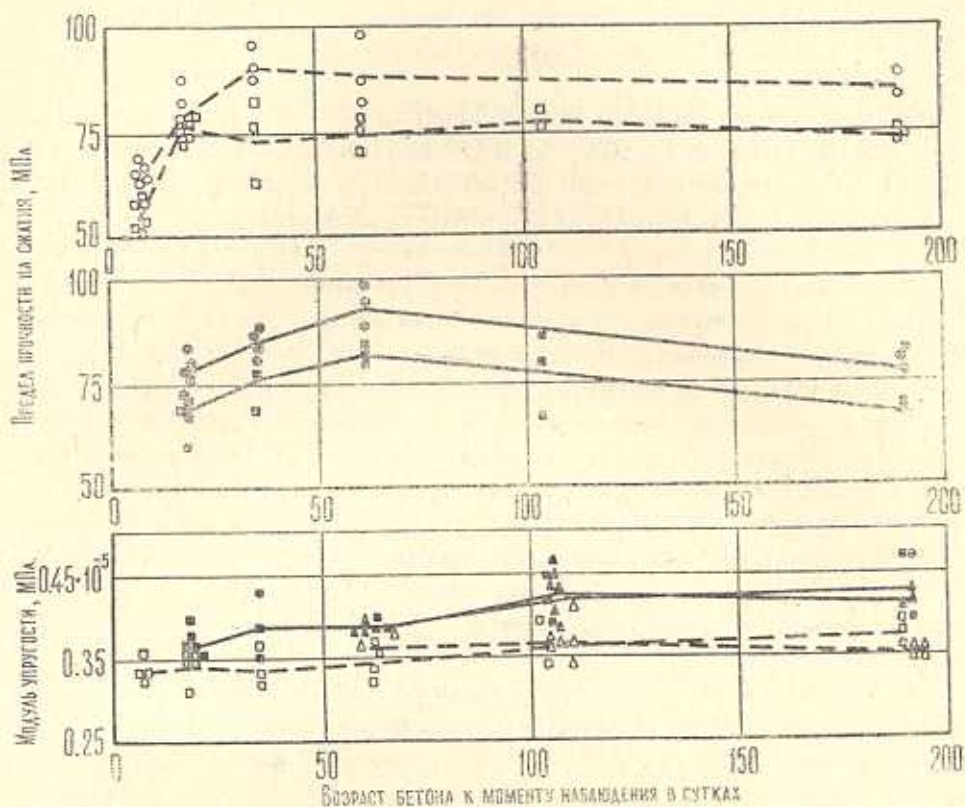
Опыты проводили как на свободно высыхающих, так и на полностью гидроизолированных образцах. Гидроизоляцию применяли для исключения влажностных деформаций бетона, а также для моделирования условий в массивных конструкциях. Изоляция состояла из трех слоев парафина и двух слоев полиэтиленовой пленки со смазкой техническим вазелином между ними.

Характеристики физико-механических свойств бетона определяли при кратковременных испытаниях кубов и призм в различных возрастах бетона (фиг. 1).

Ползучесть исследуемого бетона изучали в соответствии с требованиями методических рекомендаций [1] на призмах с размерами 7×7×60 см, которые загружали длительной постоянной нагрузкой в рычажных установках при напряжениях в долях от призмной прочности бетона, составивших 0.25 и 0.42. Деформации бетона измеряли индикаторами часового типа с точностью  $2 \cdot 10^{-5}$ . Центрирование образцов производили по геометрической оси через шары в лунках стальных оголовков. В тех редких

\* Экспериментальная часть работы выполнена совместно с канд. техн. наук Г. Н. Окуневым, за что авторы выражают ему свою благодарность.

случаях, когда деформации бетона на взаимно противоположных гранях отличались более, чем на 20%, образцы отбраковывались.



Фиг. 1. Изменение физико-механических свойств исследованного бетона во времени:  $\Delta$  — призмы  $7 \times 7 \times 60$  см;  $\circ$  — кубы  $10 \times 10 \times 10$  см;  $\square$  — призмы  $10 \times 10 \times 40$  см. Примечание: залитые значки и сплошные линии — изолированные образцы; незалитые значки и пунктирные линии — неизолированные образцы.

Деформации ползучести находили вычитанием из полных деформаций нагруженных образцов их упругих деформаций при нагружении и средних температурно-усадочных деформаций, определяемых в предположении аддитивности усадки и ползучести на незагруженных образцах — эталонах: трех изолированных и трех неизолированных.

По результатам длительных испытаний образцов при двух уровнях напряжений были построены экспериментальные кривые относительных деформаций ползучести (фиг. 2а), по которым затем определяли кривые мер линейных  $S(t-\tau_1)$  и нелинейных  $S_n(t-\tau_1)$  деформаций ползучести [2] (фиг. 2б, в). Экспериментальные кривые мер ползучести аппроксимировались в форме:

$$\begin{aligned} S(t-\tau_1) &= \Delta\Phi [1 - e^{-\alpha_1(t-\tau_1)}] + \Delta S [1 - e^{-\alpha_2(t-\tau_1)}] \\ S_n(t-\tau_1) &= \Delta\Phi_n [1 - e^{-\alpha_{1n}(t-\tau_1)}] + \Delta S_n [1 - e^{-\alpha_{2n}(t-\tau_1)}] \end{aligned} \quad (1.1)$$

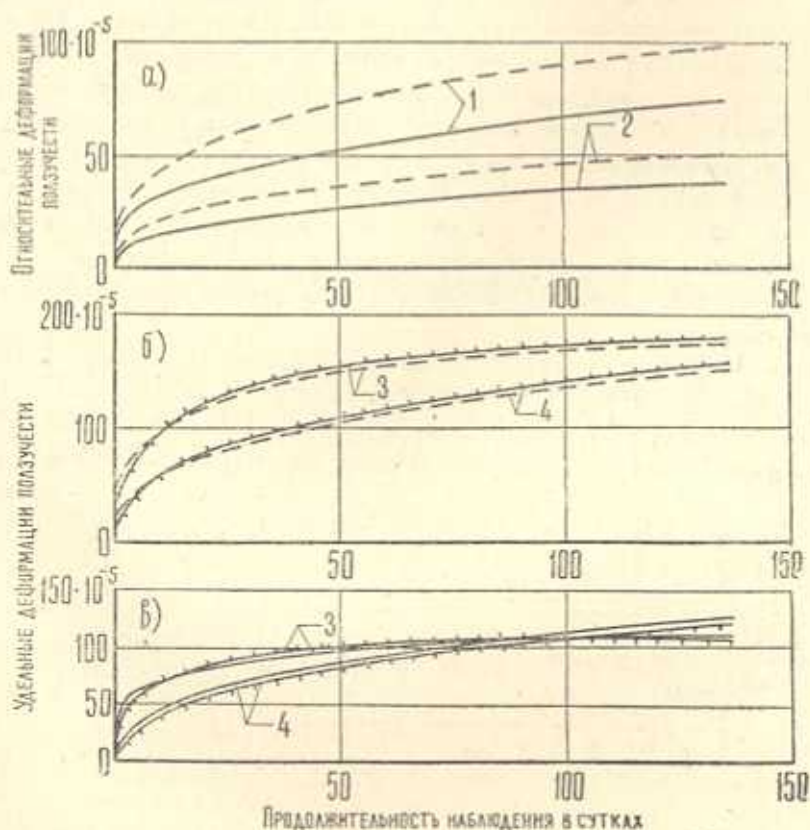
при значениях параметров, указанных в табл. 1.

Таблица 1

Значение параметров, входящих в формулу 1

Вид бетона	Предельные значения составляющих мер ползучести $10^5$				Параметры $\alpha$ и $\alpha_n$ в $(сут)^{-1}$			
	$\Delta\Phi$	$\Delta S$	$\Delta\Phi_n$	$\Delta S_n$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_{1n}$	$\alpha_{2n}$
Без изоляции	165	50	90	90	0.0075	0.4	0.022	0.25
С изоляцией	120	37	80	70	0.01	0.266	0.007	0.63

Аппроксимирующие кривые мер ползучести были близки к опытным и имели среднеквадратическое отклонение ординат до 5%, фиг. 2б.



Фиг. 2. Относительные (а) и удельные деформации ползучести по отношению к постоянному уровню напряжений  $\tau = \frac{\sigma_0}{R_{sp}} = \text{const}$ : неизолированный (б) и изолированный (в) образцов: б — нелинейные  $S_n(t - \tau_1)$  и в — линейные  $S(t - \tau_1)$ .

Экспериментальные кривые: — — — неизолированный бетон; ————— изолированный бетон; + + + соответствующие аппроксимирующие кривые.

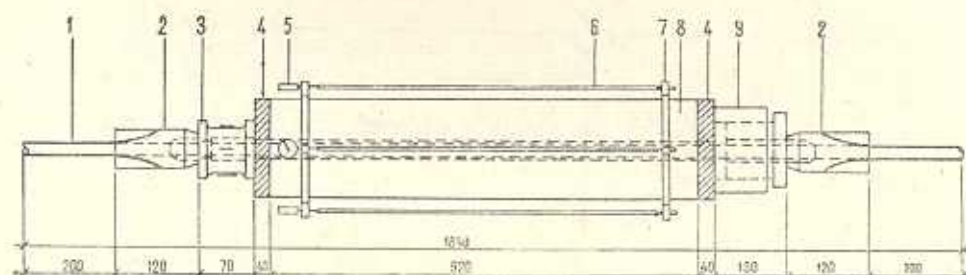
Ползучесть арматуры не исследовалась. Ее влияние на потери напряжений устраняли путем предварительной вытяжки арматуры до напряжений, равных 0.9 от нормативного предела прочности. После вытяжки арма-

тура имела модуль упругости  $E_a = 0.192 \cdot 10^6$  МПа. Вытяжка арматуры повысила ее предел упругости на 54% и поэтому во всех преднапряженных образцах арматура работала только в упругой стадии.

Исследование напряженно-деформированного состояния центрально-обжатых элементов из высокопрочного бетона проводили на образцах с размерами  $10 \times 10 \times 100$  см, изолированных и не изолированных от высыхания. Образцы представляли собой бетонные призмы со стальными оголовками толщиной 4 см. Предварительно напряженная арматура из стали класса А-У  $\varnothing 28$  мм располагалась без сцепления с бетоном в канале  $= \varnothing 34$  мм, по оси призмы. Натяжение арматуры проводилось методом: «на упоры» на горизонтальной машине Амслер-500.

Величины потерь усилий в предварительно напряженной арматуре от ползучести и усадки бетона были малы по сравнению с усилиями в ней ( $\approx 10\%$ ), поэтому требовалась большая точность их измерения. Для этого вели одновременный четырехкратный контроль за усилиями в арматуре: по шкале горизонтальной машины, с помощью электротензодатчиков, наклеенных на арматуре; тарированному электротензометрическому динамометру и по деформациям бетона в момент его обжатия, измеряемым с помощью индикаторов часового типа. Электротензометрический динамометр представлял собой полый цилиндр из Ст. 45 с наклеенными тензодатчиками. Перед установкой динамометра производилась его тарировка на прессе, результаты которой учитывались при контроле усилия предварительного напряжения арматуры.

Усилие натяжения арматуры передавали на бетон через анкера, динамометр и резьбовую муфту, при помощи которой выбирался зазор от удлинения арматуры при натяжении. Схема центрально-обжатого образца приведена на фиг. 3. Анкера представляли собой цилиндры из Ст. 3, которые



Фиг. 3. Схема центрально-обжатого образца: 1 — арматура  $\varnothing 28$  мм; 2 — опрессованный цилиндр; 3 — электротензометрический динамометр; 4 — стальной оголовок; 5 — индикатор часового типа; 6 — удлинитель  $l = 700$  мм; 7 — рамка для крепления индикаторов; 8 — бетонная призма  $10 \times 10 \times 100$  см с отверстием по оси; 9 — резьбовая муфта.

одевали на арматуру и опрессовывали в специальных штампах на прессе, в результате чего происходило полное заполнение периодического профиля арматуры, обжимаемой сталью. Результаты пробных испытаний анкеров на

выдергивание показали, что их разрушение происходит из-за разрыва арматуры вне зоны анкеровки.

Начальные уровни обжатия бетона в опытах составляли в долях от призмной прочности: для изолированного бетона: 0.431; 0.511; 0.55; 0.57, а для неизолированного бетона: 0.46; 0.52; 0.56; 0.60.

Деформации бетона предварительно напряженных образцов измеряли стационарно установленными индикаторами часового типа с точностью  $1.43 \cdot 10^{-5}$ .

По деформациям бетона предварительно напряженных образцов (за вычетом деформаций упругого обжатия) подсчитывались опытные величины потерь предварительного напряжения по формуле:

$$\sigma_n(t) = \frac{\Delta \varepsilon_6(t) E_a m_6}{1 + \nu_m n_m m_m + \frac{k E_a F_a}{l_a}} \left( 1 + \nu_6 n_6 m_6 + \nu_m n_m m_m + \frac{k E_a F_a}{l_a} \right) \quad (1.2)$$

где  $\Delta \varepsilon_6(t)$  — экспериментальные величины деформаций бетона образцов от его ползучести;

$$\nu_{( )} = \frac{F_a}{F_{( )}}, \quad n_{( )} = \frac{E_a}{E_{( )}}, \quad m_{( )} = \frac{l_{( )}}{l_a}$$

$k$  — тарировочная постоянная муфты, характеризующая ее деформативные свойства.

Определялись также «конечные» значения потерь предварительного напряжения арматуры по разности начального и конечного усилия в арматуре  $N_{03}$ , определяемого экспериментально, путем растяжения образца до  $\sigma_6 = 0$  по формуле

$$\sigma_n = \frac{N_{01} - N_{03}}{F_a} \quad (1.3)$$

где

$$N_{01} = N_{60} + \varepsilon_{60} \frac{l_6}{l_a} E_a F_a + N_{60} \left( \frac{l_m}{F_m E_m l_a} + \frac{k}{l_a} \right)$$

Здесь  $N_{60}$  — экспериментальная величина усилия в бетоне в момент обжатия;  $\varepsilon_{60}$  — деформация упругого обжатия бетона. Конечные величины потерь, подсчитанные по формулам 2 и 3, отличались не более, чем на 5%.

Кривые деформаций ползучести бетона предварительно напряженных образцов показаны на фиг. 4.

Теоретические значения потерь предварительного напряжения вычисляли по нелинейной теории упруго-ползучего тела. Исследования проводили на бетоне зрелого возраста ( $\tau \geq 44$  сут.) и, как видно из фиг. 1 и 2, изменение характеристик его прочностных и деформативных свойств было незначительным (до 10%); поэтому в расчетах они принимались постоянными и равными: для изолированного бетона  $R_{np} = 74.7$  МПа;  $E_6 = 4.05 \cdot 10^4$  МПа; для неизолированного бетона  $R_{np} = 72.8$  МПа;  $E_6 = 3.56 \cdot 10^4$  МПа.

Связь между напряжениями и деформациями в бетоне принималась в форме интегрального уравнения [2]

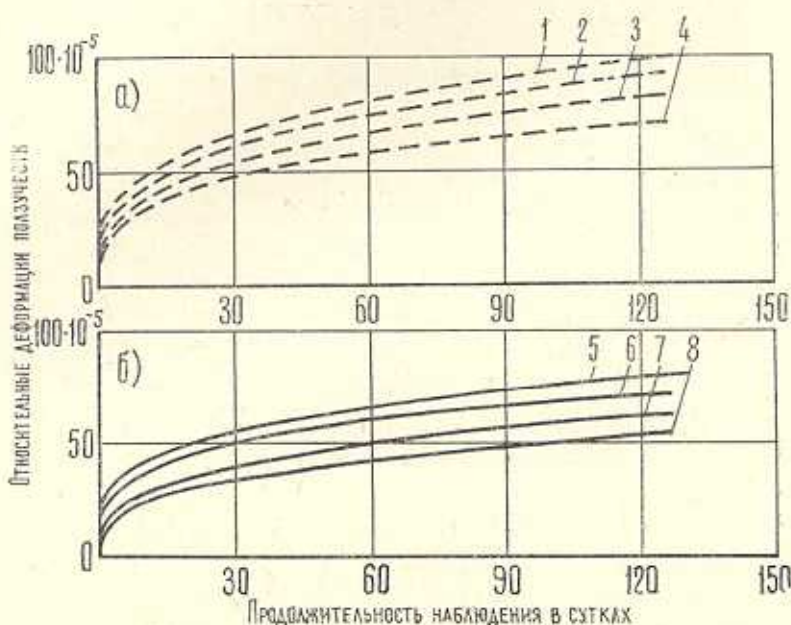
$$\varepsilon_6(t) E_6 = \sigma_6(t) + \int_{\tau_1}^t \sigma_6(\tau) K_3(t-\tau) d\tau + \int_{\tau_1}^t \sigma_6(\tau) f\left[\frac{\sigma_6(\tau)}{\sigma_0}\right] K_4(\tau-\tau_1) d\tau \quad (1.4)$$

где

$$K_3(t-\tau) = -\frac{E_6}{R_{np}} \frac{\partial}{\partial \tau} S(t-\tau) \quad (1.5)$$

$$K_4(\tau-\tau_1) = -\frac{E_6}{R_{np}} \frac{\partial}{\partial \tau} [S_n(t-\tau_1) - S_n(\tau-\tau_1)]$$

— соответственно линейное и нелинейное ядра ползучести, а  $\sigma_0$  — единичные напряжения в выбранной системе единиц измерений. При этом (в запас) принято в духе теории старения, что нелинейная составляющая деформаций ползучести полностью необратима, то есть величина потерь усилия обжатия несколько преувеличивалась.



Фиг. 4. Деформации центрально-обжатых образцов после обжатия бетона (за вычетом деформаций усадки): неизолированный бетон (а); изолированный бетон (б); 1 —  $\tau_0 = 0.61$ ; 2 —  $\tau_0 = 0.56$ ; 3 —  $\tau_0 = 0.52$ ; 4 —  $\tau_0 = 0.48$ ; 5 —  $\tau_0 = 0.60$ ; 6 —  $\tau_0 = 0.55$ ; 7 —  $\tau_0 = 0.51$ ; 8 —  $\tau_0 = 0.45$ .

Уравнения равновесия усилий и совместности деформаций в образцах были получены с учетом неравенства длин бетона и арматуры в связи с наличием стальных проставок между анкерами арматуры и бетонным образцом:

$$N_0(t) = N_a(t) = N_{sp}(t) = N(t)$$

$$\Delta_0 = \Delta l_a(t) + \Delta l_b(t) + \Delta l_p(t) + \Delta l_m(t) \quad (1.6)$$

где  $N_{(i)}(t)$  — усилие к текущему моменту времени  $t$ , соответственно, в бетоне, и арматуре и проставке;  $\Delta_0$  — абсолютная начальная деформация удлинения арматуры от усилия предварительного напряжения.  $\Delta l_{(i)}(t)$  — абсолютная деформация к текущему моменту времени  $t$ , соответственно:  $a$  — арматуры;  $b$  — бетона;  $p$  — резьбовой муфты;  $m$  — сплошных проставок.

Абсолютные деформации проставок вычислялись отдельно для резьбовой муфты  $\Delta l_p(t)$  и для частей проставки сплошного сечения (оголовков, динамометра, анкеров):  $\Delta l_m(t)$ .

Уравнения (1.6), с учетом (1.4) можно привести к одному нелинейному интегральному уравнению, устанавливающему связь между начальным усилием обжатия  $Q$  и текущим усилием в образце  $N(t)$  с учетом ползучести бетона:

$$Q = N(t) + \int_{\tau_1}^t N(\tau) K_1(t - \tau) d\tau + \int_{\tau_1}^t N(\tau) f \left[ \frac{N(\tau)}{N_0} \right] K_2(\tau - \tau_1) d\tau \quad (1.7)$$

здесь

$$Q = \frac{N_{01}}{1 + \nu_a n_a m_a + \nu_b n_b m_b + \frac{k E_a F_a}{l_a}} \quad (1.8)$$

а

$$K_1(t - \tau) = \frac{\nu_b n_b m_b}{1 + \nu_b n_b m_b + \nu_a n_a m_a + \frac{k E_a F_a}{l_a}} K_3(t - \tau) \quad (1.9)$$

$$K_2(\tau - \tau_1) = \frac{\nu_a n_a m_a}{1 + \nu_b n_b m_b + \nu_a n_a m_a + \frac{k E_a F_a}{l_a}} K_4(\tau - \tau_1) \quad (1.10)$$

— соответственно, линейное и нелинейное ядра; а

$$f \left[ \frac{N(\tau)}{N_0} \right] = \frac{N(\tau)}{N_0}$$

где  $N_0$ , с учетом указанного выше выбора  $\sigma_0$ , численно равно  $F_0$ .

После ряда преобразований уравнение (1.7) было приведено к виду, удобному для его вычисления по методу последовательных приближений

$$N(t) = N_1(t) - \int_{\tau_1}^t N_1(\tau) f \left[ \frac{N_1(\tau)}{N_0} \right] Z(t - \tau) d\tau \quad (1.11)$$

где

$$N_1(t) = Q \left[ 1 - \int_{\tau_1}^t H_1(t-\tau) d\tau \right] \quad (1.12)$$

— решение соответствующего линейного интегрального уравнения с ядром  $K_1(t-\tau)$ , получаемого из (1.7) при  $K_2(\tau-\tau_1)=0$ , принимаемое в дальнейшем за первое приближение;

$$Z(t-\tau) = K_2(\tau-\tau_1) \left[ 1 - \int_{\tau_1}^t H_1(t-\xi) d\xi \right] \quad (1.13)$$

— ядро интегрального уравнения (1.11);

$$H_1(t-\tau) = D_1 e^{-\rho_1(t-\tau)} + D_2 e^{-\rho_2(t-\tau)} \quad (1.14)$$

— резольвента ядра  $K_1(t-\tau)$ ;

$\rho_1$  и  $\rho_2$  — корни характеристического уравнения:

$$\rho^2 - (\alpha_1 + \alpha_2 + A_1 + A_2) \rho + (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 A_2 + \alpha_2 A_1) = 0 \quad (1.15)$$

$$D_1 = \frac{(A_1 + A_2)(A_1 + A_2 - \rho_2) + \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2}{\rho_1 - \rho_2} \quad (1.16)$$

$$D_2 = - \frac{(A_1 + A_2)(A_1 + A_2 - \rho_1) + \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2}{\rho_1 - \rho_2} \quad (1.17)$$

$$A_1 = \frac{\alpha_1 \Delta \Phi E_s \nu_s n_s m_s}{R_{np} \left( 1 + \nu_m n_m m_m + \nu_s n_s m_s + \frac{k E_s F_a}{I_a} \right)} \quad (1.18)$$

$$A_2 = \frac{A_1}{\alpha_1 \Delta \Phi} \alpha_2 \Delta S \quad (1.19)$$

$\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\Delta \Phi$ ,  $\Delta S$  — параметры меры ползучести  $S(t-\tau)$  (табл. 1).

Полное решение нелинейного интегрального уравнения (1.7) равно

$$N(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} N_n(t) \quad (1.20)$$

где « $n$ »-ое приближение:

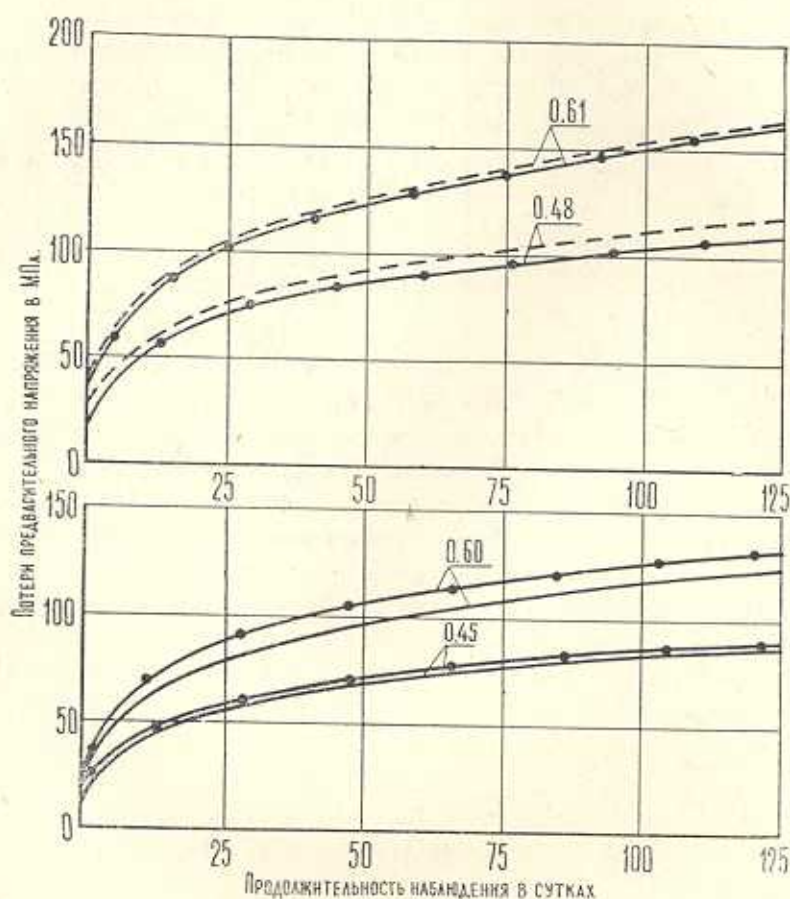
$$N_n(t) = N_1(t) - \int_{\tau_1}^t N_{n-1}(\tau) f \left[ \frac{N_{n-1}(\tau)}{N_0} \right] Z(t-\tau) d\tau \quad (1.21)$$

Теоретические же величины самих потерь усилий предварительного натяжения арматуры от усадки и ползучести бетона определяли по формуле, аналогичной (1.3):



$$\Delta N_n(t) = N_{01} - N(t) \left( 1 + \nu_6 n_6 m_6 + \nu_m n_m m_m + \frac{k E_a F_a}{l_a} \right) \quad (1.22)$$

По вышеприведенным формулам были рассчитаны теоретические потери усилий обжатия от ползучести бетона изолированных и не изолированных от высыхания образцов, по которым были вычислены соответствующие потери напряжений и сравнены с опытными данными, подсчитанными по формуле (1.2) (фиг. 5 и табл. 2).



Фиг. 5. Кривые потерь напряжений в арматуре центрально-обжатых образцов  $10 \times 10 \times 100$  см при  $l_6 = 0.7l_n$ .

— — — экспериментальные кривые; — — — теоретические кривые по нелинейной теории упруго-ползучего тела. а) неизолированный бетон; б) изолированный бетон.

Примечание: цифры на кривых указывают начальный уровень напряжений обжатия бетона в долях от  $R_{пр}$ .

В табл. 2  $\sigma_n^r$ ,  $\sigma_n^0$  — потери предварительного напряжения в МПа соответственно: теоретическое по теории упруго-ползучего тела и опытные, найденные по формуле (1.2), а  $\delta = \frac{\sigma_n^r - \sigma_n^0}{\sigma_n^0}$  в %. Как видно из фиг. 5, ординаты теоретических и опытных кривых потерь усилия обжатия от пол-

Таблица 2

Сравнение теоретических и экспериментальных величин потерь напряжений предварительного обжатия бетона от его ползучести

Вид бетона	Начальный уровень обжатия $\sigma_0 = \frac{\sigma_c}{R_{пр}}$	Потери напряжений $\sigma_n$	Величины потерь $\sigma_n$ в МПа при продолжительности наблюдений в сут				
			5	15	30	70	126
Неизолированный	0.48	$\sigma_n^T$	45.3	62.5	74.7	98.7	119.1
		$\sigma_n^0$	38.3	55.7	73.4	91.1	110.2
		$\delta$	18.2	12.2	1.8	8.3	8.1
	0.61	$\sigma_n^T$	62.8	87.7	104.2	136.4	162.8
		$\sigma_n^0$	61	87	106.3	134.9	160.1
		$\delta$	3	0.8	-2	1.1	1.7
Изолированный	0.45	$\sigma_n^T$	32.9	45	54.6	73.2	87.3
		$\sigma_n^0$	35.2	45.6	59.1	71.7	89.4
		$\delta$	-6.5	-3.4	-7.6	-2	-2.3
	0.60	$\sigma_n^T$	49.4	66	79.2	105.1	124.4
		$\sigma_n^0$	62.8	76.9	92.9	111	133.6
		$\delta$	-21	-14	-15	-5.3	-7

зучести бетона отличаются друг от друга не более, чем на 15%. Таким образом, разработанный метод оценки потерь предварительного напряжения арматуры от ползучести высокопрочного бетона дает надежные результаты, основан на точном учете физико-механических и реологических свойств бетона и арматуры и может быть рекомендован, как «точный» метод при расчете преднапряженных конструкций и сооружений. В дальнейшем на основе этого «точного» метода следует разработать инженерный метод расчета потерь предварительного напряжения от ползучести бетона, наиболее полно учитывающий физико-механические и реологические свойства бетона и арматуры.

НИИЖБ Госстроя СССР

Поступила 15 VII 1976

Ս. Վ. ԱԼԵՔՍԱՆԴՐՈՎՍԿԻ, Պ. Ֆ. ՈՒՐԵՆՅՈՎ

ԲԱՐՁՐ ԱՄՐՈՒԹՅԱՆ ԲԵՏՈՆԻՑ ԿԵՆՏՐՈՆԱՇՐՋԱՍԵՂՄՎԱԾ  
ԷԼԵՄԵՆՏՆԵՐԻ ԼԱՐՎԱԾ-ԳԵՆՈՐՄԱՑՎԱԾ ՎԻՃԱԿԻ ՓՈՐՁՆԱԿԱՆ ԵՎ  
ՏԵՍԱԿԱՆ ՌԻՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՆԵՐ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Ա. Վ. Ալեքսանդրովսկու ոչ գծային սողի տեսության հիման վրա բերված են փորձնական և տեսական ուսումնասիրության արդյունքները կենտրոնային շրջանղմված ամրաթել բետոնե էլեմենտների զեֆորմացված լարվածային վիճակի նշգրիտ հաշվարկի համար: Այդ հաշվարկի փորձնական ստուգումը ցույց է տալիս նրա բարձր նշտուիյունը և հուսալիությունը:

EXPERIMENTAL AND THEORETICAL RESEARCH IN  
STRESS-STRAIN RELATIONS FOR HIGH-STRENGTH  
CONCRETE AXIALLY TENSIONED ELEMENTS

S. V. ALEXANDROVSKY, P. F. URENEV

## S u m m a r y

The results of experimental and theoretical investigation are presented and a precise method to estimate stress-strain relations is developed for high-strength concrete axially tensioned elements in terms of the theory of creep suggested by S. V. Alexandrovsky.

An experimental verification of this calculation method confirmed its high accuracy and reliability.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Методические рекомендации по исследованию усадки и ползучести бетона. М., НИИЖБ Госстроя СССР, 1975.
2. Александровский С. В. Об одной интересной форме уравнений теории упруго-ползучего тела. Проблемы ползучести и усадки бетона. Материалы Второго Всесоюзного совещания. Ереван, 1974, подготовленные к печати НИИЖБ Госстроя СССР, Стройиздат, М., 1974.
3. Дмитриев С. А., Калатуров Б. А. Расчет предварительно-напряженных железобетонных конструкций. Стройиздат, 1965.