ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XXX, № 4, 1977 Механика

Р. М. БАРСЕГЯН

РЕШЕНИЕ ОДНОМЕРНОЙ ЗАДАЧИ НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ ВОДЫ В ДЕФОРМИРУЕМЫХ ГРУНТАХ

В отличие от основных уравнений теории фильтрационной консолидации, базирующихся на законе Дарси—Герсеванова [1, 2], в работе [3] получена система уравнений неустановившейся фильтрации жидкости в деформируемых грунтах, базирующаяся на законе Дарси. При выводе вышеуказанной системы уравнений учитывается собственный вес грунта.

Ниже дается решение системы основных уравнений, приведенных в [3], при следующих предположениях, часто применяемых в практике, а именно $w=\mathrm{const}$, $q=\mathrm{const}$, коэффициент фильтрации не зависит от z, вместо переменного коэффициента пористости берется некоторый осредненный коэффициент $\varepsilon_{\text{ср}}$. Тогда вместо основной системы уравнений теории фильтрационной консолидации получим следующее уравнение:

$$\frac{\partial H}{\partial t}=\frac{(1+\varepsilon_{\text{ср}})^2+a(l-z)(\gamma-\gamma_{ck})}{a\gamma}\,k\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \tag{1.1}$$

Представляет интерес решение уравнения (1.1) для случая устройства водохранилища при условиях

$$H(z,\,0)=\frac{l-H_1}{l}z+H_1+h_0,\quad H(l,\,t)=l+h_0=H_2,\quad H(0,\,t)=H_1 \tag{1.2}$$

Если величины H_1 и h_0 будут заданными функциями от времени, то нужно интегрировать уравнение (1.1) со следующими условиями:

$$H(z,\,0)=\frac{l-H_1}{l}z+H_1+h_0,\quad H(l,\,t)=l+h_0(t)=\varphi(t)$$

$$H(0,\,t)=H_1(t) \tag{1.3}$$

где H_1 и h_0 в начальном условии являются значениями соответственно функций $H_1(t)$ и $h_0(t)$ при $t=0$, l — мощность слоя грунта, h_0 — глубина воды в водохранилище.

Перепишем уравнение (1.1) в виде

$$\frac{\partial H}{\partial t}=(\alpha+\beta z)\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \tag{1.4}$$

где

$$\alpha=\frac{k(1+\varepsilon_{\text{ср}})^2}{a\gamma}+\frac{k(\gamma-\gamma_{ck})l}{\gamma},\qquad \beta=\frac{k(\gamma_{ck}-\gamma)}{\gamma}$$

Применяя к уравнению (1.4) и к условиям (1.3) преобразование Лапласа по времени, после подстановки $\alpha+\beta z=x$ получим задачу (1.5)—(1.6)

$$\frac{d^2h}{dx^2}-\frac{ph}{\beta^2 x}=-\frac{\psi(x)}{\beta^2 x} \tag{1.5}$$

$$h\big|_{x=\alpha}=\overline{H}_1(p), \quad h\big|_{x=\alpha+\beta l}=\overline{\varphi}(p) \tag{1.6}$$

где

$$\psi(x)=H\left(\frac{x-\alpha}{\beta},\, 0\right), \quad h(x,\, p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}H dt$$

$$\overline{H}_1(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}H_1(t)\,dt, \quad \overline{\varphi}(t)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}\varphi(t)\,dt$$

Для однородного уравнения, соответствующего уравнению (1.5), линейно независимыми решениями являются

$$h_1=\sqrt{x}\,J_1(\theta) \quad \text{и} \quad h_2=\sqrt{x}\,Y_1(\theta)$$

где $\theta=\frac{2i\sqrt{px}}{\beta}$, а $J_1(\theta)$ и $Y_1(\theta)$ — функции Бесселя первого порядка соответственно первого и второго рода.

Общее решение уравнения (1.5) дается формулой

$$h=\sqrt{x}\left\{J_1(\theta)\left[C_1-\pi\int\psi(x)\sqrt{x}\;Y_1(\theta)\,dx\right]+\right.$$
$$\left.+\,Y_1(\theta)\left[C_2+\pi\int\psi(x)\sqrt{x}\;J_1(\theta)\,dx\right]\right\} \tag{1.7}$$

где C_1 и C_2 — произвольные постоянные.

Подставляя в (1.7)

$$\psi(x)=H\left(\frac{x-\alpha}{\beta},\, 0\right)=\frac{(l-H_1)(x-\alpha)}{l\beta}+H_1+h_0=xv+w$$

где

$$v=\frac{l-H_1}{l\beta}, \quad w=\frac{\alpha(H_1-l)}{l\beta}+H_1+h_0$$

после вычисления интегралов и с помощью граничных условий (1.6) получим

$$h=\frac{xv+w}{p}+\frac{\sqrt{x}}{\Delta p\sqrt{\alpha(\alpha+\beta l)}}\left\{\sqrt{\alpha+\beta l}\,[p\overline{H}_1(p)-\right.$$
$$-\,\alpha v-w][Y_1(\theta_2)\,J_1(\theta)-J_1(\theta_2)\,Y_1(\theta)]+$$
$$\left.+\sqrt{\alpha}\,[p\overline{\varphi}(p)-(\alpha+\beta l)\,v-w]\,[J_1(\theta_1)\,Y_1(\theta)-Y_1(\theta_1)\,J_1(\theta)]\right\} \tag{1.8}$$

где

$$\Delta = J_1(\theta_1)\, Y_1(\theta_2) - J_1(\theta_2)\, Y_1(\theta_1)$$

$$\theta_1 = \frac{2i\sqrt{p\alpha}}{\beta}, \quad \theta_2 = \frac{2i\sqrt{p(\alpha+\beta l)}}{\beta}$$

Из (1.7) с помощью граничных условий

$$h\big|_{x=\alpha} = \frac{H_1}{p} \quad \text{и} \quad h\big|_{x=\alpha+\beta l} = \frac{H_2}{p}$$

которые получаются из условий (1.2) после применения к ним преобразования Лапласа, имеем

$$h = \frac{xv+w}{p} + \frac{\sqrt{x}}{\Delta p\sqrt{\alpha(\alpha+\beta l)}}\{\sqrt{\alpha+\beta l}\,(H_1 - \alpha v - w)[Y_1(\theta_2)\, J_1(\theta) -$$

$$- J_1(\theta_2)\, Y_1(\theta)] + \sqrt{\alpha}\,[H_2 - (\alpha+\beta l)\, v - w][J_1(\theta_1)\, Y_1(\theta) - Y_1(\theta_1)\, J_1(\theta)]\} \tag{1.9}$$

Для перехода от решения (1.8) к оригиналу, воспользуемся теоремой разложения. С этой целью представим решение (1.8) в виде

$$h = \frac{xv-w}{p} + \frac{\Phi(p)}{\Psi(p)}$$

где

$$\Phi(p) = \frac{\sqrt{x}}{p\sqrt{\alpha(\alpha+\beta l)}}\{\sqrt{\alpha+\beta l}\,(p\overline{H}_1 - \alpha v - w)\,[Y_1(\beta_0\theta_1)\, J_1(\theta) -$$

$$- J_1(\beta_0\theta_1)\, Y_1(\theta)] + \sqrt{\alpha}\,[p\bar{\varphi} - (\alpha+\beta l)\, v - w][J_1(\theta_1)\, Y_1(\theta) - Y_1(\theta_1)\, J_1(\theta)]\}$$

$$\Psi(p) = J_1(\theta_1)\, Y_1(\beta_0\theta_1) - Y_1(\theta_1)\, J_1(\beta_0\theta_1)$$

$$\beta_0 = \sqrt{\frac{\alpha+\beta l}{\alpha}}$$

Пусть функции $\overline{H}_1(p)$ и $\bar{\varphi}(p)$ такие, что $\Phi(p)$ является обобщенным полиномом (то есть $\Phi(p)$ разлагается в ряд по степеням p) и степень этого полинома меньше степени обобщенного полинома $\Psi(p)$ (эти условия, очевидно, выполняются при постоянных граничных условиях задачи), тогда по теореме разложения

$$H(x, t) = xv + w + L^{-1}\left[\frac{\Phi(p)}{\Psi(p)}\right] = xv + w + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi(p_n)}{\Psi'(p_n)} e^{p_n t}$$

где p_n — корни уравнения

$$J_1(\theta_1)\, Y_1(\beta_0\theta_1) - Y_1(\theta_1)\, J_1(\beta_0\theta_1) = 0 \tag{1.10}$$

$$\theta_1 = \frac{2i\sqrt{p\alpha}}{\beta}$$

После вычисления $\Psi'(p)$ и некоторых преобразований из (1.9) получим решение задачи в виде

$$H(x,\, t) = xv + w -$$

$$- \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{\alpha(\alpha+\beta l)}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\alpha+\beta l}\, f_1(t)\, \Delta_{1n} + \sqrt{\alpha}\, f_2(t)\, \Delta_{2n}}{J_1^2(\theta_1^n) - J_1^2(\beta_0 \theta_1^n)} J_1(\theta_1^n)\, J_1(\beta_0 \theta_1^n)\, e^{-\frac{(\theta_1^n \beta)^2}{4\alpha}} \tag{1.11}$$

где

$$f_1(t) = \frac{(\theta_1^n \beta)^2}{4\alpha} H_1(t) + \alpha v + w, \qquad f_2(t) = \frac{(\theta_1^n \beta)^2}{4\alpha} \varphi(t) + (\alpha + \beta l) v + w$$

$$\Delta_{1n} = J_1(\beta_1 \theta_1^n)\, Y_1(\beta_0 \theta_1^n) - Y_1(\beta_1 \theta_1^n)\, J_1(\beta_0 \theta_1^n)$$

$$\Delta_{2n} = J_1(\theta_1^n)\, Y_1(\beta_1 \theta_1^n) - Y_1(\theta_1^n)\, J_1(\beta_1 \theta_1^n)$$

$$\beta_1 = \sqrt{\frac{x}{\alpha}}, \qquad \theta_1^n = \frac{2i\sqrt{p_n \alpha}}{\beta}$$

В решении (1.11) ряд быстро сходится и поэтому для практических целей достаточно удовлетвориться первыми несколькими членами ряда (иногда одним только первым членом). Ниже в табл. 1 приводятся первые шесть корней уравнения (1.10) для значения β_0 от 1.1 до 3.0.

Таблица 1

β_0	θ_1^1	θ_1^2	θ_1^3	θ_1^4	θ_1^5	θ_1^6
1.1	31.4270	62.8370	94.2510	125.6660	157.0041	188.4615
1.2	15.7277	31.4259	47.1305	62.8368	78.5438	94.2511
1.3	10.4993	20.9578	31.4250	41.8947	52.3626	62.8341
1.4	7.8875	15.7250	23.5758	31.4245	42.0652	51.4834
1.5	6.3219	12.5861	18.8628	25.1427	31.4239	37.7057
1.6	5.2792	10.4942	15.7228	20.9552	26.2387	32.8842
1.7	4.5349	9.0003	13.4803	17.9641	22.5514	28.1293
1.8	3.9770	7.8801	11.7985	15.7211	19.6185	24.4642
1.9	3.5433	7.0090	10.4907	13.9767	17.6562	22.0176
2.0	3.1966	6.3123	9.4445	12.5812	15.7199	18.8595
2.5	2.1567	4.2233	6.3066	8.3954	10.5009	12.5081
3.0	1.6350	3.1790	4.7380	6.3020	7.8750	9.3810

В табл. 2 приведен первый корень для достаточно обширных значений β_0. Эти корни находятся графически.

Таблица 2

β_0	4	5	6	7	8	9	10	11	19	39
θ_1^1	1.1120	0.8472	0.6864	0.5780	0.4998	0.4406	0.3941	0.3566	0.2035	0.1336

В частном случае при постоянных граничных условиях $H_1=\text{const}$, $\varphi=H_2=\text{const}$ (см. условие (1.2)) из (1.7) получим

$$h=\frac{xv+w}{p}+\frac{\sqrt{x}}{\Delta p\sqrt{\alpha(\alpha+\beta l)}}\{\sqrt{\alpha+\beta l}\,(H_1-\alpha v-w)\,[Y_1(\theta_2)\,J_1(\theta)-$$

$$-J_1(\theta_2)\,Y_1(\theta)]+$$

$$+\sqrt{\alpha}\,[H_2-(\alpha+\beta l)\,v-w]\,[J_1(\theta_1)\,Y_1(\theta_1)-Y_1(\theta_1)\,J_1(\theta)]\}$$

Представим решение h в виде

$$h=\frac{xv+w}{p}+\frac{\Phi_1(p)}{\Psi_1(p)}$$

где

$$\Phi_1(p)=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{\alpha(\alpha+\beta l)}}\{\sqrt{\alpha+\beta l}\,(H_1-\alpha v-w)\,[Y_1(\theta_2)\,J_1(\theta)-$$

$$-J_1(\theta_2)\,Y_1(\theta)]+$$

$$+\sqrt{\alpha}\,[H_2-(\alpha+\beta l)\,v-w]\,[J_1(\theta_1)\,Y_1(\theta)-Y_1(\theta_1)\,J_1(\theta)]\}$$

$$\Psi_1(p)=p\,[J_1(\theta)\,Y_1(\theta_2)-Y_1(\theta_1)\,J_1(\theta_2)]$$

Функции $\Phi_1(p)$ и $\Psi_1(p)$ являются обобщенными полиномами, поэтому по теореме разложения имеем

$$H(x,\ t)=xv+w+L^{-1}\left[\frac{\Phi_1(p)}{\Psi_1(p)}\right]=xv+w+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\Phi_1(p_n)}{\Psi_1'(p_n)}\,e^{p_n t}$$

где p_n —корни уравнения $\Psi_1(p)=0$.

Корни уравнения $\Psi_1(p)=0$ являются: $p=0$—нулевой корень и бесчисленное множество корней характеристического уравнения, совпадающего с уравнением (1.10).

Для нулевого корня $p=0$ имеем

$$\frac{\Phi_1(0)}{\Psi_1'(0)}=\lim_{p\to 0}\frac{\Phi_1(p)}{\Psi_1'(p)}$$

Разлагая в ряды бесселевые функции и производные от них, входящие в $\Phi_1(p)$ и $\Psi_1'(p)$, после некоторых преобразований получим

$$\lim_{p\to 0}\frac{Y_1(\theta)\,J_1(\theta_1)-J_1(\theta)\,Y_1(\theta_1)}{(p\cdot\Delta)'}=\frac{x-\alpha}{\beta l}\sqrt{\frac{\alpha+\beta l}{x}}$$

$$\lim_{p\to 0}\frac{J_1(\theta)\,Y_1(\theta_2)-Y_1(\theta)\,J_1(\theta_2)}{(p\cdot\Delta)'}=\frac{\alpha+\beta l-x}{\beta l}\sqrt{\frac{\alpha}{x}}$$

и поэтому

$$\lim_{p \to 0} \frac{\Phi_1(p)}{\Psi_1'(p)} = \frac{(H_1 - H_2)(\alpha - x)}{\beta l} + H_1 - xv - w$$

Прибавляя к полученному выражению для нулевого корня выражение оригинала части преобразованной функции, соответствующего корням характеристического уравнения, получим

$$H(x,\ t) = \frac{(H_1 - H_2)(\alpha - x)}{\beta l} + H_1 +$$

$$+ \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{\alpha(\alpha + \beta l)}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Q}{J_1^2(\theta_1^n) - J_1^2(\beta_0 \theta_1^n)} J_1(\theta_1^n) J_1(\beta_0 \theta_1^n) e^{-\frac{(\theta_1^n \beta)^2}{4\alpha}} \tag{1.12}$$

где

$$Q = \sqrt{\alpha + \beta l}\,(H_1 - \alpha v - w) F_1(\theta^n,\ \theta_2^n) +$$

$$+ \sqrt{\alpha}\,[H_2 - (\alpha + \beta l) v - w] F_2(\theta^n,\ \theta_1^n)$$

$$F_1(\theta^n,\ \theta_2^n) = Y_1(\theta_2^n) J_1(\theta^n) - J_1(\theta_2^n) Y_1(\theta^n)$$

$$F_2(\theta^n,\ \theta_1^n) = J_1(\theta_1^n) Y_1(\theta^n) - Y_1(\theta_1^n) J_1(\theta^n)$$

$$\theta_2^n = \frac{2i\sqrt{p_n(\alpha + \beta l)}}{\beta}$$

Если не ввести собственный вес грунта, то, как известно, уравнение движения жидкости в деформируемых грунтах (уравнение консолидации) будет

$$\frac{\partial H}{\partial t} = c \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \tag{1.13}$$

которое получается из уравнения (1.4) при $\beta = 0$.

Найдем решение уравнения (1.13) с условиями (1.2). С помощью преобразования Лапласа по времени из (1.13) и (1.2) получим:

$$c \frac{d^2 H}{dz^2} - ph + H(z,\ 0) = 0 \tag{1.14}$$

$$h|_{z=0} = \frac{H_1}{p}, \quad h|_{z=l} = \frac{H_2}{p}, \quad \text{где} \quad H(z,\ 0) = \frac{l - H_1}{l} z + H_1 + h_0 = \delta z + \sigma$$

Решение задачи (1.14) имеет вид

$$h = \frac{\delta z + \sigma}{p} + (H_2 - \delta l - \sigma) \frac{\operatorname{sh} \sqrt{\frac{p}{c}}\, z}{p \operatorname{sh} \sqrt{\frac{p}{c}}\, l} + (H_1 - \sigma) \frac{\operatorname{sh} \sqrt{\frac{p}{c}}\,(l - z)}{p \operatorname{sh} \sqrt{\frac{p}{c}}\, l} \tag{1.15}$$

Переходя з (1.15) к оригиналу, получим

$$H(z,\,t)=\delta z+\sigma-(H_2-\delta l-\sigma)\,\frac{\sqrt{c}}{l}\int\limits_0^{\frac{z}{\sqrt{c}}}\vartheta_0\left(\frac{u\sqrt{c}}{2l},\,\frac{tc}{l^2}\right)du-$$

$$-(H_1-\sigma)\frac{\sqrt{c}}{l}\int\limits_0^{\frac{l-z}{\sqrt{c}}}\vartheta_0\left(\frac{u\sqrt{c}}{2l},\,\frac{tc}{l^2}\right)du \qquad (1.16)$$

где ϑ_0 — тета-функция.

Имея решения одной и той же задачи с учетом собственного веса грунта (1.12) и без его учета (1.16), можно с помощью сравнения этих решений установить необходимость учета собственного веса грунта при рассмотрении задач фильтрации в деформируемых грунтах.

Приведем решения этих задач для малых t (больших p).

С помощью известных асимптотических разложений бесселевых функций для больших значений аргумента z

$$J_1(z)\approx\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\cos\left(z-\frac{3\pi}{4}\right)\qquad Y_1(z)\approx\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\sin\left(z-\frac{3\pi}{4}\right)$$

$$|z|\gg 1$$

из (1.9) после некоторых преобразований получим

$$h=\frac{xv+w}{p}+\sqrt{\frac{x}{\alpha}}(H_1-\alpha v-w)\,\frac{\theta_1\sqrt{\beta_0}}{\sqrt{\theta\theta_2}}\;\frac{\sin(\theta_2-\theta)}{p\sin(\beta_0-1)\,\theta_1}-$$

$$-\sqrt{\frac{x}{\alpha+\beta l}}[H_2-(\alpha+\beta l)\,v-w]\sqrt{\frac{\beta_0\theta_1}{\theta}}\;\frac{\sin(\theta_1-\theta)}{p\sin(\beta_0-1)\,\theta_1}$$

или же

$$h=\frac{xv+w}{p}+\sqrt[4]{\frac{\alpha}{x}}\,(H_1-\alpha v-w)\,\frac{\sin\gamma_2\sqrt{p}}{p\sin\gamma_0\sqrt{p}}-$$

$$-\sqrt[4]{\frac{\alpha}{\alpha+\beta l}}[H_2-(\alpha+\beta l)\,v-w]\,\frac{\sin\gamma_1\sqrt{p}}{p\sin\gamma_0\sqrt{p}} \qquad (1.17)$$

где

$$\gamma_0=\frac{2i}{\beta}\,(\sqrt{\alpha+\beta l}-\sqrt{\alpha}),\quad \gamma_1=\frac{2i}{\beta}\,(\sqrt{\alpha}-\sqrt{x})$$

$$\gamma_2=\frac{2i}{\beta}\,(\sqrt{\alpha+\beta l}-\sqrt{x})$$

Для перехода от преобразованного решения (1.17) к оригиналу заметим, что числитель и знаменатель в выражениях, входящих в (1.17),

$$\frac{\Phi_1(p)}{\Psi_0(p)}=\frac{\sin\gamma_2\sqrt{p}}{p\sin\gamma_0\sqrt{p}},\qquad \frac{\Phi_2(p)}{\Psi_0(p)}=\frac{\sin\gamma_1\sqrt{p}}{p\sin\gamma_0\sqrt{p}}$$

не являются обобщенными полиномами после разложения их в ряды. Но их можно привести к обобщенным полиномам, разделив числитель и знаменатель дроби на $\sqrt{p}$.

Воспользуемся теоремой разложения

$$L^{-1}\left[\frac{\Phi_1(p)}{\Psi_0(p)}\right]=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\Phi_1(p_n)}{\Psi_0'(p_n)}e^{p_nt},\qquad L^{-1}\left[\frac{\Phi_2(p)}{\Psi_0(p)}\right]=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\Phi_2(p_n)}{\Psi_0'(p_n)}e^{p_nt}$$

так как корни $\Psi_0(p)$ являются $p=0$ (нулевой корень) и

$$p_n=-\frac{\beta^2\pi^2n^2}{4(\sqrt{\alpha+\beta l}-\sqrt{\alpha})^2}\qquad(n=1, 2,\ldots)$$

то

$$L^{-1}\left[\frac{\Phi_1(p)}{\Psi_0(p)}\right]=\frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}\sin\frac{\sqrt{\alpha+\beta l}-\sqrt{x}}{\sqrt{\alpha+\beta l}-\sqrt{\alpha}}\pi n e^{-\frac{\beta^2\pi^2n^2t}{4(\sqrt{\alpha+\beta l}-\sqrt{\alpha})^2}}$$

$$L^{-1}\left[\frac{\Phi_2(p)}{\Psi_0(p)}\right]=\frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}\sin\frac{\sqrt{\alpha}-\sqrt{x}}{\sqrt{\alpha+\beta l}-\sqrt{\alpha}}\pi n e^{-\frac{\beta^2\pi^2n^2t}{4(\sqrt{\alpha+\beta l}-\sqrt{\alpha})^2}}$$

Для нулевого корня $p=0$ воспользуемся отношениями, которые с помощью вышеуказанного способа представлены в виде обобщенных полиномов относительно p. Тогда

$$\lim_{p\to 0}\frac{\Phi_1(p)}{\Psi_0'(p)}=\frac{\sqrt{\alpha+\beta l}-\sqrt{x}}{\sqrt{\alpha+\beta l}-\sqrt{\alpha}},\qquad \lim_{p\to 0}\frac{\Phi_2(p)}{\Psi_0'(p)}=\frac{\sqrt{\alpha}-\sqrt{x}}{\sqrt{\alpha+\beta l}-\sqrt{\alpha}}$$

Окончательное решение задачи можно написать так:

$$\begin{gathered}H=xv+w+\sqrt[4]{\frac{\alpha}{x}}(H_1-\alpha v-w)\left\{\frac{\sqrt{\alpha+\beta l}-\sqrt{x}}{\sqrt{\alpha+\beta l}-\sqrt{\alpha}}+\right.\\ \left.+\frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}\sin\frac{\sqrt{\alpha+\beta l}-\sqrt{x}}{\sqrt{\alpha+\beta l}-\sqrt{\alpha}}\pi n e^{-\frac{\beta^2\pi^2n^2t}{4(\sqrt{\alpha+\beta l}-\sqrt{\alpha})^2}}\right\}-\\ -\sqrt[4]{\frac{\alpha}{\alpha+\beta l}}[H_2-(\alpha+\beta l)v-w]\left\{\frac{\sqrt{\alpha}-\sqrt{x}}{\sqrt{\alpha+\beta l}-\sqrt{\alpha}}+\right.\\ \left.+\frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}\sin\frac{\sqrt{\alpha}-\sqrt{x}}{\sqrt{\alpha+\beta l}-\sqrt{\alpha}}\pi n e^{-\frac{\beta^2\pi^2n^2t}{4(\sqrt{\alpha+\beta l}-\sqrt{\alpha})^2}}\right\}\end{gathered}\tag{1.18}$$

Для задачи без учета собственного веса грунта из (1.15) при малых t (больших p) имеем следующее асимптотическое представление:

$$h=\frac{\delta z+\sigma}{p}+(H_2-\delta l-\sigma)e^{-\sqrt{p}\frac{l-z}{\sqrt{c}}}+(H_1-\sigma)e^{-\sqrt{p}\frac{z}{\sqrt{c}}}$$

оригинал которого есть функция

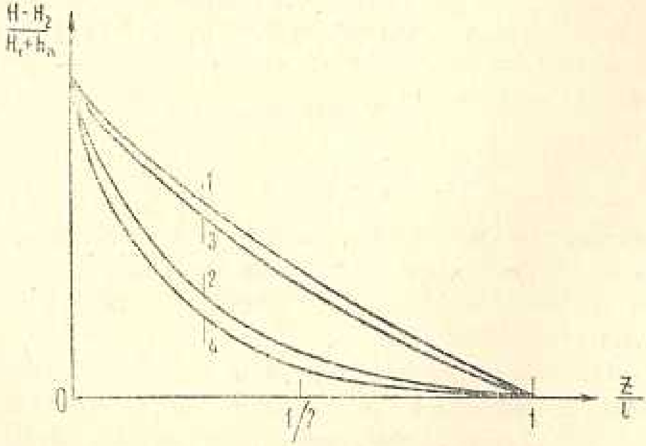
$$H=\delta z+\sigma+(H_2-\delta l-\sigma)\operatorname{erfc}\frac{l-z}{2\sqrt{ct}}+(H_1-\sigma)\operatorname{erfc}\frac{z}{2\sqrt{ct}} \qquad (1.19)$$

Асимптотические решения (1.18) и (1.19) пригодны для малых значений времени.

Рассмотрим численный пример для следующих расчетных параметров:

$$H_1=45\ м,\ h_0=5\ м,\ H_2=15\ м,\ \gamma=1\ г/см^3,\ \gamma_{ск}=2.65\ г/см^3$$

$$\varepsilon_{ср}=0.8,\ k=1\ см/сут,\ a=0.0002\ см^2/г,\ l=10\ м$$



Фиг. 1.

Результаты вычислений по формулам (1.12) (график 1) и (1.16) (график 2) приведены на фиг. 1 для значения времени $t=1$ сут. Графики 3 и 4, построенные для $t=1$ сут. по формулам (1.18) и (1.19) почти совпадают с графиками соответственно функций (1.12) и (1.16).

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

Поступила 19 XII 1975

Ռ. Մ. ԲԱՐՍԵՂՅԱՆ

ԴԵՖՈՐՄԱՑՎՈՂ ԲՆԱՀՈՂԵՐՈՒՄ ՋՐԻ ՈՉ ՍՏԱՑԻՈՆԱՐ ՖԻԼՏՐԱՑԻԱՅԻ ՄԻԱՉԱՓ ԽՆԴՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄԸ

Ամփոփում

Միաչափ ֆիլտրացիայի հիմնական հավասարումները սեղմելի հողում ստացվել են Դարսու օրենքի հիման վրա, որոնք տարբերվում են այն հավասարումներից, որոնք ստացվում են Դարսի-Գերսևանովի օրենքի միջոցով։ Գործնականում թույլատրելի որոշ ենթադրությունների հիման վրա կատարվում է ստացված հավասարումների ձևափոխություն, որից հետո բերվում են նոր ստացված և մինչև այժմ ընդունված հավասարումների լուծումների համեմատությունը։ Թվային օրինակի վրա երևում է, որ միևնույն խնդրի երկու լուծումների մեջ կա զգալի տարբերություն։

THE SOLUTION OF ONE-DIMENSIONAL PROBLEM ON UNSTEADY FILTRATION OF WATER IN DEFORMED SOILS

R. M. BARSEGHIAN

Summary

In deducing the principal equations of a one-dimensional problem on filtration of water in deformed soils the Darci law is taken as the basic law of filtration whereas the Darci-Gersevanov law is applied in soil mechanics at present.

On certain assumptions admitted in practice, the system of principal equations is reduced to one equation whose solution is presented in the paper. To compare the results the solution of the equation is given, on the same assumption, obtained on the basis of Darci-Gersevanov's law. A numerical example is used to show a considerable discrepancy in the solutions for these equations.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Флорин В. А.* Основы механики грунтов, т. 2. М., Госстройиздат, 1961.
2. *Цытович Н. А.* Механика грунтов. М., Изд. «Высшая школа», 1973.
3. *Барсегян Р. М.* К одномерной задаче неустановившейся фильтрации воды в деформируемых грунтах. ДАН СССР, 1974, т. 214, № 4.