ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XXX, № 3, 1977 Механика

А. Н. ОРЛОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ СИЛ ПРИ ДЛИТЕЛЬНОМ ДЕЙСТВИИ НАГРУЗКИ ДЛЯ ГИБКИХ СТЕРЖНЕЙ С ОПОРНЫМИ ЗАКРЕПЛЕНИЯМИ, ОБЛАДАЮЩИМИ ПОЛЗУЧЕСТЬЮ

При изучении устойчивости формы упругих стержней и стержневых систем различают потерю устойчивости первого рода, связанную с возможностью существования двух равновесных форм, и потерю устойчивости второго рода, связанную с возможностью неограниченного развития перемещений стержня или системы.

Поскольку ползучесть увеличивает деформации, а следовательно, и перемещения, то естественно при изучении устойчивости стержней и стержневых систем, выполненных из материалов, обладающих ползучестью, рассматривать потерю устойчивости второго рода.

У стержня такая потеря устойчивости может иметь место при наличии начальных несовершенств формы (начальная погибь) или состояния (внецентренное приложение сжимающей силы, отклонение от прямолинейной формы вследствие наличия внешнего воздействия).

Поведение однородных и неоднородных сжатых гибких стержней при длительном действии нагрузки в условиях линейной ползучести описано достаточно полно, в частности, в работах [1], [2], [3]. Однако, следует отметить, что все полученные решения относятся к стержням с опорными закреплениями, не обладающими ползучестью и не меняющими своих свойств во времени. До настоящего времени вопрос о поведении гибких сжатых стержней с опорными закреплениями, обладающими ползучестью и сжатых длительно действующими силами, изучен недостаточно.

Настоящая статья посвящена вопросу определения критических сил с учетом ползучести для гибких стержней с опорными закреплениями, обладающими ползучестью.

Рассматривается гибкий однородный и изотропный стержень, выполненный из материала, обладающего линейной ползучестью, с поперечным сечением, симметричным относительно одной из главных центральных осей.

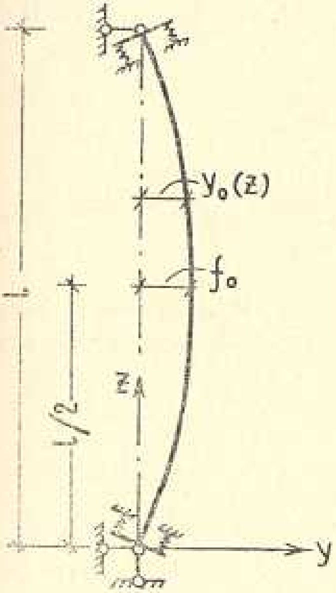
На опорах имеются абсолютно жесткие связи, исключающие возможность горизонтальных смещений, а также связи, обладающие упругими свойствами и ползучестью, препятствующие поворотам. Деформативные свойства характеризуются модулем упругости $E(t)$ и полной относительной деформацией $\delta(t, \tau)$, а опорных связей — $E_1(t)$, $\delta_1(t, \tau)$ и $E_2(t)$, $\delta_2(t, \tau)$.

Стержень имеет несовершенство в виде начальной погиби $y_0(z)$ и сжат постоянными во времени силами P. Изгиб стержня, а следовательно, и потеря устойчивости, может происходить в плоскости zoy (фиг. 1). Потеря устойчивости из этой плоскости исключена.

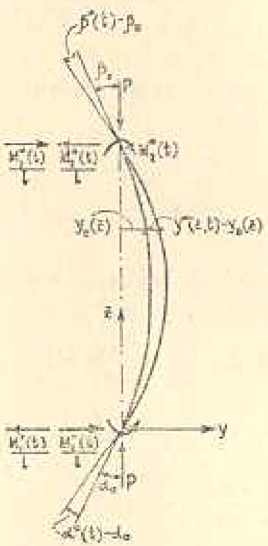
Связь между деформациями и напряжениями в материале стержня устанавливается формулой, основанной на линейной зависимости теории ползучести,

$$\varepsilon^*(t) = \frac{\sigma^*(t)}{E(t)} - \int_{\tau_1}^{t} \sigma^*(\tau) \frac{\partial \delta(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau \tag{1.1}$$

При деформации стержня на опорах, вследствие наличия связей, обладающих как упругими свойствами, так и ползучестью, возникают моменты $M_1^*(t)$ и $M_2^*(t)$, переменные во времени (фиг. 2).



Фиг. 1. Схема стержня с упругими связями, обладающими ползучестью.



Фиг. 2. Схема деформированного состояния стержня, нагрузка и реактивные усилия.

Изгибающий момент, действующий в произвольном сечении, определяется по формуле

$$M^*(t) = -Py^*(z, t) + \frac{l-z}{l} M_1^*(t) + \frac{z}{l} M_2^*(t) \tag{1.2}$$

При записи уравнения устойчивости, в данном случае уравнения медленного движения, принимается во внимание, что линейная ползучесть не влияет ни на геометрию деформации, ни на зависимости между напряжениями и внешними нагрузками [4], [5]. В силу этого в условиях ползучести справедливы зависимости

$$\frac{1}{\rho^*(z, t)} = \frac{\varepsilon_1^*(t, z) - \varepsilon_2^*(z, t)}{h} \approx \frac{\partial^2}{\partial z^2} [y^*(z, t) - y_0(z)] \tag{1.3}$$

$$\sigma_1^*(z, t) = \frac{P}{F} + \frac{M^*(z, t)}{2I} h, \quad \sigma_2^*(z, t) = \frac{P}{F} - \frac{M^*(z, t)}{2I} h \quad (1.4)$$

где $\frac{1}{\rho^*(z, t)}$ — дополнительная кривизна стержня в рассматриваемом сечении, вызванная изгибом; $\varepsilon_1^*(z, t)$, $\varepsilon_2^*(z, t)$ — деформации крайних волокон сечения; $\sigma_1^*(z, t)$, $\sigma_2^*(z, t)$ — напряжения в крайних волокнах сечения; h — высота поперечного сечения, F — площадь поперечного сечения; I — момент инерции поперечного сечения.

Исключая деформации из (1.3) с помощью (1.1), можно получить

$$\frac{1}{\rho^*(z, t)} = \frac{1}{h}\left\{\frac{\sigma_1^*(z, t) - \sigma_2^*(z, t)}{E(t)} - \int_{\tau_1}^{t}[\sigma_1^*(z, \tau) - \sigma_2^*(z, \tau)]\frac{\partial\delta(t, \tau)}{\partial\tau}d\tau\right\} \quad (1.5)$$

а с учетом (1.4) выражение (1.5) преобразуется в

$$\frac{1}{\rho^*(z, t)} = \frac{1}{I}\left[\frac{M^*(z, t)}{E(t)} - \int_{\tau_1}^{t} M^*(z, \tau)\frac{\partial\delta(t, \tau)}{\partial\tau}d\tau\right] \quad (1.6)$$

Под действием сил P концевые сечения стержня поворачиваются на углы $\alpha^*(t)-\alpha_0$ и $\beta^*(t)-\beta_0$, пропорциональные возникающим в связях моментам $M_1^*(t)$ и $M_2^*(t)$:

$$\alpha^*(t) - \alpha_0 = \frac{1}{k_1(t)}\left[M_1^*(t) - E_1(t)\int_{\tau_1}^{t} M_1^*(\tau)\frac{\partial\delta(t, \tau)}{\partial\tau}d\tau\right] \quad (1.7)$$

$$\beta^*(t) - \beta_0 = \frac{1}{k_2(t)}\left[M_2^*(t) - E_2(t)\int_{\tau_1}^{t} M_2^*(\tau)\frac{\partial\delta(t, \tau)}{\partial\tau}d\tau\right] \quad (1.8)$$

$$k_1(t) = \overline{k}_1 E_1(t), \qquad k_2(t) = \overline{k}_2 E_2(t) \quad (1.9)$$

$\overline{k}_1$ и $\overline{k}_2$ — коэффициенты, определяемые свойствами связей.

В общем случае, когда упругие характеристики и характеристики ползучести стержня и опорных связей различны, то есть $E(t) \neq E_1(t) \neq E_2(t)$ и $\delta(t, \tau) \neq \delta_1(t, \tau) \neq \delta_2(t, \tau)$, задача по отысканию перемещений $y^*(z, t)$ и критических сил $P_{дл}$ при длительном действии нагрузки сводится к решению системы из трех интегро-дифференциальных уравнений, полученных из (1.6), (1.7), (1.8) с учетом (1.2), (1.3) и равенств

$$\begin{aligned} \alpha^*(t) - \alpha_0 &= \frac{\partial}{\partial z}[y^*(0, t) - y_0(0)] \\ \beta^*(t) - \beta_0 &= \frac{\partial}{\partial z}[y^*(l, t) - y_0(l)] \end{aligned} \quad (1.10)$$

Система имеет вид

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}[y^*(z, t) - y_0(z)] + \frac{P}{IE(t)}\left[y^*(z, t) - E(t)\int_{\tau_1}^{t} y^*(z, \tau)\frac{\partial\delta(t, \tau)}{\partial\tau}d\tau\right] -$$

$$-\frac{l-z}{lIE(t)}\left[M_1^*(t) - E(t)\int_{\tau_1}^{t} M_1^*(\tau)\frac{\partial\delta(t, \tau)}{\partial\tau}d\tau\right] -$$

$$-\frac{z}{lIE(t)}\left[M_2^*(t) - E(t)\int_{\tau_1}^{t} M_2^*(\tau)\frac{\partial\delta(t, \tau)}{\partial\tau}d\tau\right] = 0 \qquad (1.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}[y^*(0, t) - y_0(0)] = \frac{1}{k_1(t)}\left[M_1^*(t) - E_1(t)\int_{\tau_1}^{t} M_1^*(\tau)\frac{\partial\delta_1(t, \tau)}{\partial\tau}d\tau\right]$$

$$\frac{\partial}{\partial z}[y^*(l, t) - y_0(l)] = \frac{1}{k_2(t)}\left[M_2^*(t) - E_2(t)\int_{\tau_1}^{t} M_2^*(\tau)\frac{\partial\delta_2(t, \tau)}{\partial\tau}d\tau\right]$$

При $t=\tau_1$ система (1.11) сводится к дифференциальному уравнению второго порядка, соответствующему упруго-мгновенной задаче,

$$\frac{d^2y(z)}{dz^2} + \lambda^2 y(z) = \frac{d^2y_0(z)}{dz^2} + \frac{\lambda^2 k_1}{P}\frac{l-z}{l}\frac{d}{dz}[y(0) - y_0(0)] -$$

$$-\frac{\lambda^2 k_2}{P}\frac{z}{l}\frac{d}{dz}[y(l) - y_0(0)], \qquad \lambda^2 = \frac{P}{EI} \qquad (1.12)$$

с граничными условиями

$$y(0) = 0, \quad y(l) = 0 \qquad (1.13)$$

Если начальная погибь $y_0(z)$ задана в виде функции

$$y_0(z) = f_0 \sin\frac{\pi z}{l} \qquad (1.14)$$

то решение уравнения (1.12) можно представить следующим образом:

$$y(z) = f\sin\frac{\pi z}{l} + \pi(f - f_0)\frac{Q}{\left(\tau_{11} - \frac{lP}{k_1}\right)\left(\tau_{11} - \frac{lP}{k_2}\right) - \tau_{12}^2} \qquad (1.15)$$

где

$$Q = \left(\tau_{11} + \tau_{12} - \frac{lP}{k_1}\right)\left(\frac{\sin\lambda z}{\sin\lambda l} - \frac{z}{l}\right) -$$

$$-\left(\tau_{11} + \tau_{12} - \frac{lP}{k_2}\right)\left(\frac{\sin\lambda z}{\operatorname{tg}\lambda l} - \cos\lambda z + \frac{l-z}{l}\right)$$

Здесь

$$\gamma_1 = \frac{\lambda l}{\operatorname{tg}\lambda l} - 1, \quad \gamma_2 = \frac{\lambda l}{\sin\lambda l} - 1, \quad f = \frac{f_0}{1 - P/P_э}, \quad P_э = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \tag{1.16}$$

Перемещение $y(z)$ неограниченно возрастает, когда знаменатель второго слагаемого стремится к нулю. Следовательно, критические силы упруго-мгновенной задачи могут определяться как корни уравнения устойчивости

$$\left(\gamma_1 - \frac{lP}{k_1}\right)\left(\gamma_1 - \frac{lP}{k_2}\right) - \gamma_2^2 = 0 \tag{1.17}$$

или

$$\left(\frac{\lambda l}{\operatorname{tg}\lambda l} - 1 - \frac{lP}{k_1}\right)\left(\frac{\lambda l}{\operatorname{tg}\lambda l} - 1 - \frac{lP}{k_2}\right) - \left(\frac{\lambda l}{\sin\lambda l} - 1\right)^2 = 0 \tag{1.18}$$

Нетрудно заметить, что уравнение (1.18) совпадает с уравнением устойчивости первого рода [6].

В случае одинаковых свойств опорных закреплений ($k_1 = k_2 = k$) уравнения (1.15) и (1.18) упрощаются

$$y(z) = f\sin\frac{\pi z}{l} - \pi(f - f_0)\frac{\operatorname{tg}\frac{\lambda l}{2}\sin\lambda z + \cos\lambda z - 1}{\frac{lP}{k} + \lambda l\operatorname{tg}\frac{\lambda l}{2}} \tag{1.19}$$

$$\left(\frac{\lambda l}{\operatorname{tg}\lambda l} - \frac{\lambda l}{\sin\lambda l} - \frac{lP}{k}\right)\left(\frac{\lambda l}{\operatorname{tg}\lambda l} + \frac{\lambda l}{\sin\lambda l} - \frac{lP}{k} - 2\right) = 0 \tag{1.20}$$

В этом частном случае перемещения определяются по формуле (1.19), а критическая сила $P_{кр}$ при кратковременном действии нагрузки разыскивается как корень уравнения

$$\operatorname{tg}\frac{\lambda l}{2} = -\frac{P}{\lambda k} \tag{1.21}$$

Если стержень и опорные связи выполнены из материалов, подчиняющихся законам наследственой теории старения, то [5]

$$\begin{aligned} \delta(t,\tau) &= \frac{1}{E(\tau)} + \theta(\tau)\left[1 - e^{-\gamma(t-\tau)}\right], & \theta(\tau) &= C + Ae^{-\gamma\tau} \\ \delta_1(t,\tau) &= \frac{1}{E_1(\tau)} + \theta_1(\tau)\left[1 - e^{-\gamma_1(t-\tau)}\right], & \theta_1(\tau) &= C_1 + A_1e^{-\gamma_1\tau} \\ \delta_2(t,\tau) &= \frac{1}{E_2(t)} + \theta_2(\tau)\left[1 - e^{-\gamma_2(t-\tau)}\right], & \theta_2(\tau) &= C_2 + A_2e^{-\gamma_2\tau} \end{aligned} \tag{1.22}$$

Предполагается, что материалы являются достаточно старыми, а значит $E(t) = E(\tau) = E = \mathrm{const}$, $E_1(t) = E_1(\tau) = E_1 = \mathrm{const}$, $E_2(t) = E_2(\tau) = E_2 = \mathrm{const}$.

Система интегро-дифференциальных уравнений (1.11) может быть сведена к системе дифференциальных уравнений с частными производными. Для этого над каждым из уравнений системы необходимо выполнить следующие операции: вычислить первую производную по t, вычислить вторую производную по t, сложить вторую производную с первой, умноженной на соответствующее γ. Полученная таким образом система дифференциальных уравнений имеет вид

$$\frac{\partial^4}{\partial z^2 \partial t^2}[y^*(z,\ t) - y_0(z)] + \lambda^2 \frac{\partial^2 y^*(z,\ t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^3}{\partial z^2 \partial t}[y^*(z,\ t) + y_0(z)] +$$

$$+ \gamma\lambda^2[1 + E\theta(t)]\frac{\partial y^*(z,\ t)}{\partial t} - \frac{\lambda^2}{P}\frac{l-z}{l}\frac{\partial^2 M_1^*(t)}{\partial t^2} -$$

$$-\gamma\frac{\lambda^2}{P}\frac{l-z}{l}[1 + E\theta(t)]\frac{\partial M_1^*(t)}{\partial t} - \frac{\lambda^2}{P}\frac{z}{l}\frac{\partial^2 M_2^*(t)}{\partial t^2} -$$

$$-\gamma\frac{\lambda^2}{P}\frac{z}{l}[1 + E\theta(t)]\frac{\partial M_2^*(t)}{\partial t} = 0 \qquad (1.23)$$

$$k_1\frac{\partial^3}{\partial z \partial t^2}[y^*(0,\ t) - y_0(0)] + \gamma_1 k_1\frac{\partial^2}{\partial z \partial t}[y^*(0,\ t) - y_0(0)] =$$

$$= \frac{\partial^2 M_1^*(t)}{\partial t^2} + \gamma_1[1 + E_1\theta_1(t)]\frac{\partial M_1^*(t)}{\partial t}$$

$$k_2\frac{\partial^3}{\partial z \partial t^2}[y^*(l,\ t) - y_0(l)] + \gamma_2 k_2\frac{\partial^2}{\partial z \partial t}[y^*(l,\ t) - y_0(l)] =$$

$$= \frac{\partial^2 M_2^*(t)}{\partial t^2} + \gamma_2[1 + E_2\theta_2(t)]\frac{\partial M_2^*(t)}{\partial t}$$

Для определения перемещений $y^*(z,\ t)$ следует решить систему (1.23) с известными граничными и начальными условиями. Однако, для нахождения критической силы $P_{дл}$ нет необходимости решать (1.23) в заданном виде.

Известно, что для сжатых стрежней с начальной погибью либо внецентренно приложенной нагрузкой критерий для определения критической силы при длительном действии нагрузки математически сформулирован так:

$$y^*(z,\ t)\Big|_{t\to\infty} \to \infty, \qquad \frac{\partial y^*(z,\ t)}{\partial t}\Bigg|_{t\to\infty} \to \text{const}, \qquad \frac{\partial^2 y^*(z,\ t)}{\partial t^2}\Bigg|_{t\to\infty} \to 0 \quad (1.24)$$

и под критической следует понимать минимальную силу, вызывающую неограниченное развитие перемещений с постоянной скоростью [3].

Так как при $t\to\infty$ деформирование происходит с постоянной скоростью, то

$$\frac{\partial y^*(z, t)}{\partial t} \to \text{const}, \quad \frac{\partial^2 y^*(z, t)}{\partial t^2} \to 0, \quad \frac{\partial M_1^*(t)}{\partial t} \to \text{const}, \quad \frac{\partial^2 M_1^*(t)}{\partial t^2} \to 0$$

$$\frac{\partial M_2^*(t)}{\partial t} \to \text{const}, \quad \frac{\partial^2 M_2^*(t)}{\partial t^2} \to 0, \; \theta(t) \to C, \; \theta_1(t) \to C_1, \; \theta_2(t) \to C_2 \quad (1.25)$$

$$CE = c, \quad C_1E_1 = c_1, \quad C_2E_2 = c_2$$

и система (1.23) вырождается в дифференциальное уравнение упругой линии стержня

$$\frac{d^2y^*(z)}{dz^2} + \lambda^2_{\text{дл}} y^*(z) = \frac{d^2y_0(z)}{dz^2} + \frac{\lambda^2_{\text{дл}}k_1}{P(1+c_1)} \frac{l-z}{l} \frac{d}{dz}[y^*(0) - y_0(0)] -$$

$$- \frac{\lambda^2_{\text{дл}}k_2}{P(1+c_2)} \frac{z}{l} \frac{d}{dz}[y^*(l) - y_0(l)], \qquad \lambda^2_{\text{дл}} = \lambda^2(1+c) \qquad (1.26)$$

Используя полученные выше результаты при решении упруго-мгновенной задачи и аналогию в выражениях (1.12) и (1.26), можно записать уравнение устойчивости при $t = \infty$

$$\left[\frac{\lambda_{\text{дл}}l}{\operatorname{tg}\lambda_{\text{дл}}l} - 1 - \frac{lP}{k_1}(1+c_1)\right]\left[\frac{\lambda_{\text{дл}}l}{\operatorname{tg}\lambda_{\text{дл}}l} - 1 - \frac{lP}{k_2}(1+c_2)\right] -$$

$$- \left(\frac{\lambda_{\text{дл}}l}{\sin\lambda_{\text{дл}}l} - 1\right)^2 = 0 \qquad (1.27)$$

или

$$\left(\frac{\lambda_{\text{дл}}l}{\operatorname{tg}\lambda_{\text{дл}}l} - 1 - \frac{lP}{k_{1\text{дл}}}\right)\left(\frac{\lambda_{\text{дл}}l}{\operatorname{tg}\lambda_{\text{дл}}l} - 1 - \frac{lP}{k_{2\text{дл}}}\right) - \left(\frac{\lambda_{\text{дл}}l}{\sin\lambda_{\text{дл}}l} - 1\right)^2 = 0 \quad (1.28)$$

где

$$k_{1\text{дл}} = \frac{k_1}{1+c_1}, \qquad k_{2\text{дл}} = \frac{k_2}{1+c_2} \qquad (1.29)$$

Итак, для определения критической силы при длительном действии нагрузки достаточно в уравнении устойчивости упруго-мгновенной задачи заменить значения упруго-мгновенных модулей длительными модулями

$$E_{\text{дл}} = \frac{E}{1+c}, \qquad E_{1\text{дл}} = \frac{E_1}{1+c_1}, \qquad E_{2\text{дл}} = \frac{E_2}{1+c_2} \qquad (1.30)$$

и определять $P_{\text{дл}}$ как корень уравнения (1.28).

Уравнение (1.28), во-первых, позволяет разыскивать критические силы для стержней, выполненных из материалов как стареющих, так и не стареющих. Во-вторых, можно определять P для стержней с различными комбинациями деформативных свойств самих стержней и опорных связей, например: стержень и связи обладают упругими свойствами и ползучестью; стержень обладает упругими свойствами и ползучестью, связи упругие;

стержень упругий, связи обладают упругими свойствами и ползучестью и т. д.

В частном случае равенства характеристик деформативности стержня и податливых связей уравнение для определения $P_{\text{дл}}$ имеет вид

$$\operatorname{tg}\frac{\lambda_{\text{дл}} l}{2} = -\frac{P}{\lambda_{\text{дл}} k_{\text{дл}}} \tag{1.31}$$

отличающийся от соответствующего уравнения упругой задачи только наличием множителя $\dfrac{1}{1+c}$ при E.

Выводы

1. Величина критической силы при длительном действии нагрузки $P_{\text{дл}}$, как и в случае стержня с опорными связями, не меняющими своих свойств во времени, зависит только от полностью обратимых деформаций ползучести. Это вполне естественно, так как определяется из условия $y^*(z, t) \to \infty$ при $t \to \infty$, когда процесс старения закончился.

2. Критическая сила $P_{\text{дл}}$ разыскивается как корень уравнения устойчивости, получаемого из уравнения устойчивости упруго-мгновенной задачи путем замены в нем упруго-мгновенных модулей длительными.

3. Уравнения (1.28) и (1.31) позволяют находить $P_{\text{дл}}$ для стержней, выполненных из материалов как стареющих, так и не стареющих.

4. Полученные результаты могут быть использованы при определении $P_{\text{дл}}$ для неоднородных стержней, в частности, железобетонных, а также при расчетах на устойчивость рамных конструкций.

Одесский инженерно-строительный институт

Поступила 15 III 1976

Ա. Ն. ՕՌԼՈՎ

ԿՐԻՏԻԿԱԿԱՆ ՈՒԺԵՐԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ ՍՈՂՔՈՎ ՕԺՏՎԱԾ ՀԵՆԱՐԱՆԱՅԻՆ ԱՄՐԱՑՈՒՄՆԵՐՈՎ ՃԿՈՒՆ ՁՈՂԵՐԻ ՀԱՄԱՐ ԲԵՌԻ ԵՐԿԱՐԱՏԵՎ ԱԶԴՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ամփոփում

Դիտարկվում է սողքի ազդեցությունը հենարանային ամրացումներով առաձգական և սողքային հատկություններով ճկուն համասեռ ձողերի կայունության վրա։ Բերվում է բեռի երկարատև ազդման դեպքում կրիտիկական ուժերի հաշվման համար բանաձև։

DETERMINATION OF CRITICAL FORCES ON PROLONGED EFFECT OF LOADING FOR ELASTIC PIVOTS WITH BASE ATTACHMENTS AND CREEP

A. N. ORLOV

Summary

The effect of creep on stability of elastic homogeneous pivots with base attachments having elastic characteristics and creep is examined.

The relations for calculation of critical forces on prolonged effect of loading are derived.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Прокопович И. Е.* О влиянии ползучести и старения на устойчивость стержня, сжатого длительно действующей силой. «Строительная механика и расчет сооружений», 1967, № 1.
2. *Орлов А. Н.* Влияние ползучести на устойчивость сжатых железобетонных стержней. Сборник «Строительные конструкции, Киев, «Будівельник», вып. 10, 1968.
3. *Орлов А. Н., Прокопович И. Е.* О влиянии ползучести и старения на величины критических сил для гибких однородных и неоднородных стоек. «Изв. АН АрмССР, Механика», 1969, т. XXII, № 3.
4. *Арутюнян Н. Х.* Некоторые вопросы теории ползучести. М., Гостехиздат, 1952.
5. *Прокопович И. Е.* Влияние длительных процессов на напряженное и деформированное состояние сооружений. М., Госстройиздат, 1963.
6. *Тимошенко С. П.* Устойчивость стержней, пластин и оболочек. М., «Наука», 1971.