ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XXX, № 3, 1977 Механика

А. М. СИМОНЯН

О ДВУХ ВОПРОСАХ В ОДНОМЕРНОЙ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ

Развитие техники с применением высоких напряжений и температур делает все более актуальным изучение явления ползучести. Для учета ползучести при расчете элементов конструкций необходимо иметь теорию ползучести, достаточно точно обобщающую аппроксимации деформаций ползучести при постоянных напряжениях на случаи произвольно изменяющихся во времени напряжений. Теории ползучести, чисто феноменологические или основанные на физических представлениях, многочисленны, однако выбор их для конкретного материала затрудняется тем, что при одних и тех же программах изменения напряжения различные теории, зачастую предсказывают незначительные расхождения кривых ползучести, соизмеримые с разбросом экспериментальных данных. В этом смысле определенный интерес представляют качественные явления, предсказываемые той или иной теорией ползучести и относительно легко проверяемые экспериментальным путем.

В настоящей работе формулируются два подхода в одномерной теории ползучести — преемственность и допущение нарушения коммутативности, и исследуются соответствующие предсказания по ряду современных теорий ползучести — теории упрочнения, теории наследственности, энергетической теории Сосника, кинетической теории в двух вариантах, структурной теории Малинина-Хажинского, теории Лагнеборга и теории, использованной автором при изучении III стадии ползучести.

1. Примем следующую формулировку преемственности: «ползучесть образца, имеющего некоторую остаточную деформацию, тем интенсивнее, чем при меньшем напряжении была достигнута эта остаточная деформация».

Преемственность имеет экспериментальные подтверждения в работах [1—4 и др.]. Схематически она показана на фиг. 1. Здесь при $\varepsilon > \varepsilon_0$ и при одном и том же напряжении σ кривая I положе кривой II, а та, в свою очередь, положе кривой III. Математически она может быть записана следующим образом. Принимается программа эксперимента

$$\sigma(t) = \begin{cases} \sigma_0 & 0 < t < t_0 \\ \sigma & t > t_0 \end{cases} \quad \varepsilon_c(\sigma_0, t_0) \equiv \varepsilon_{0_c} = \text{const} \tag{1.1}$$

Рассмотрим выражение

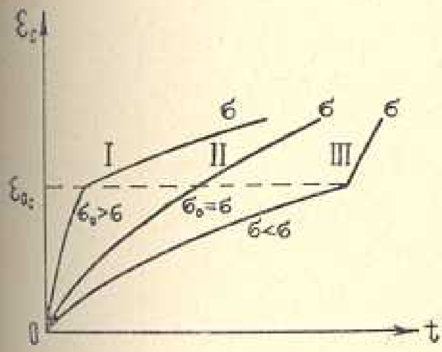
$$\varepsilon_c - \varepsilon_{0_c} = F_1(\sigma, \theta, t_0) = F_2(\sigma, \theta, \sigma_0); \quad t > t_0, \quad \theta = t - t_0 \tag{1.2}$$

где с помощью условия $\varepsilon_{0_c} = \text{const}$ в F_1 устранено σ_0, а в $F_2 - t_0$.

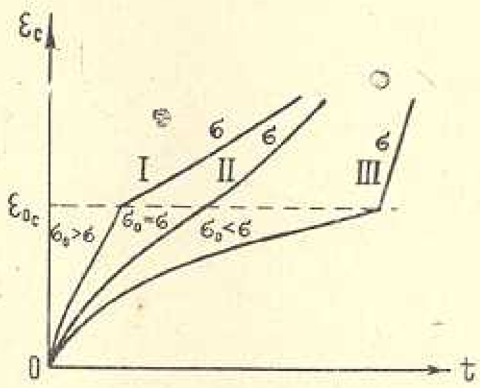
Преемственность соблюдается, если имеет место

$$\frac{\partial F_1}{\partial t_0} > 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial F_2}{\partial \sigma_0} < 0 \tag{1.3}$$

Отметим, что это допущение согласуется с высказанным в [5, 6] утверждением, что после увеличения нагрузки деформации ползучести протекают с большей скоростью, чем это предсказывается гипотезой уравнения состояния [5].



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Преемственность имеет место и для ползучести на III стадии (фиг. 2), хотя здесь эксперименты для его подтверждения единичны. Как показано в работе [4] для стали Х181110 при 700°С, удлинение образца до некоторого значения ε_{0_c} тем больше разупрочняет его, чем при меньшем напряжении достигнута эта деформация ε_{0_c}.

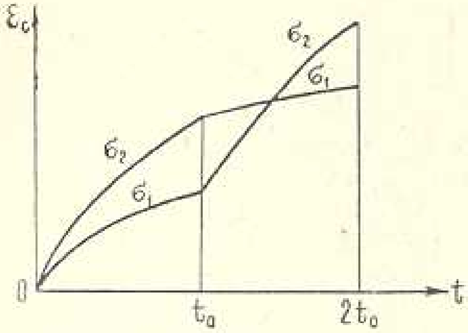
2. Ф. Одквистом [7] в 1956 г. был введен так называемый коммутативный закон ползучести, согласно которому при ряде последовательных приложений напряжений полные пластические деформации ползучести не зависят от порядка, в котором прикладывались напряжения. В той же работе [7] приведены экспериментальные данные, не подтверждающие коммутативный закон. Дальнейшие исследования [1, 3 и др.] по проверке коммутативного закона привели к общему выводу [5, 8] о систематичности отклонений экспериментальных данных от коммутативного закона, причем общая деформация ползучести оказывается большей в том случае, когда на последней ступени нагрузка оказывается большей (фиг. 3). Такое нарушение коммутативности будем называть «нормальным». При наличии противоположной картины (фиг. 4) нарушение коммутативности будем называть «обратным».

Математически допущение нарушения коммутативности может быть записано следующим образом. Принимаются следующие две программы экспериментов:

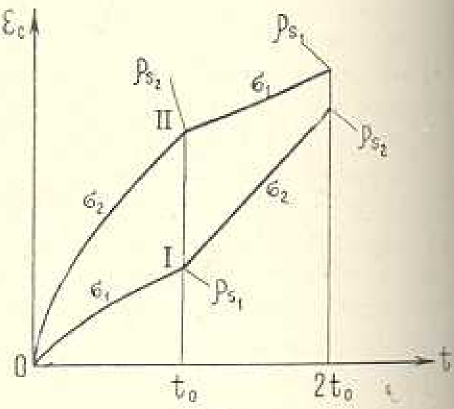
$$1)\qquad \sigma(t)=\begin{cases}\sigma_1 & 0<t<t_0\\ \sigma_2 & t_0<t<2t_0\end{cases}$$

$$2)\qquad \sigma(t)=\begin{cases}\sigma_2 & 0<t<t_0\\ \sigma_1 & t_0<t<2t_0\end{cases} \tag{2.1}$$

При положительности $\varepsilon_{1_c}(2t_0)-\varepsilon_{2_c}(2t_0)$ имеет место нормальное нарушение коммутативности, а при его отрицательности — обратное нарушение коммутативности.



Фиг. 3.



Фиг. 4.

Далее будут рассмотрены предсказания относительно принятых допущений согласно некоторым теориям ползучести.

3. Теория упрочнения (или «гипотеза уравнения состояния») [5, 9] предсказывает однозначную зависимость между скоростью ползучести $\left(\frac{\partial\varepsilon_c}{\partial t}\right)$, напряжением ($\sigma$) и деформацией ползучести (ε_c) независимо от истории нагружения

$$\frac{\partial\varepsilon_c}{\partial t}=f(\sigma,\ \varepsilon_c) \tag{3.1}$$

Согласно (3.1), на фиг. 1 и 2 при $\varepsilon_c>\varepsilon_{0_c}$ кривые I, II и III в точках с одинаковыми ординатами должны иметь касательные с равным наклоном, что противоречит постулату преемственности.

Как показано в работе [7], для вырожденной зависимости ($f(\sigma,\varepsilon_c)=f_1(\sigma)f_2(\varepsilon_c)$), согласно теории упрочнения, имеет место коммутативный закон, то есть на фиг. 3 и 4 кривые должны пересекаться в точке $t=2t_0$.

4. Наследственная теория [10]

$$\varepsilon_c(t)=\int_0^t f[\sigma(\tau)]\,K(t,\ \tau)\,d\tau \tag{4.1}$$

вообще говоря, дает различные предсказания относительно преемственности в зависимости от вида аппроксимации при постоянных напряжениях или, что то же, в зависимости от вида ядра $K(t, \tau)$. Согласно программе (1.1) и уравнению (4.1) получим

$$\varepsilon_c - \varepsilon_{0_c} = F_1(\sigma, \theta, t_0) = C(\theta) f(\sigma) - \varepsilon_{0_c} + \frac{\varepsilon_{0_c}}{C(t_0)}[C(t_0 + \theta) - C(\theta)] \quad (4.2)$$

где

$$C(t) = \int_0^t K(t, \tau)\, d\tau$$

Рассмотрим два простейших типа ядер $K(t, \tau)$ — экспоненциальное $e^{-\gamma(t-\tau)}$ $\left(\text{аппроксимация } \varepsilon_c = f(\sigma)\frac{1}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t})\right)$ и степенное $(t-\tau)^{\alpha}$ со слабой особенностью $(0 < \alpha < 1)$ $\left(\text{аппроксимация } \varepsilon_c = \frac{f(\sigma)}{1+\alpha} t^{1-\alpha}\right)$.

Для экспоненциального ядра имеем $\frac{\partial F_1}{\partial t_0} = \varepsilon_{0_c} \frac{\partial}{\partial t_0} e^{-\gamma\theta} = 0$, то есть преемственность не соблюдается, а имеет место картина, аналогичная предсказанной теорией упрочнения.

Для степенного ядра имеем $\frac{\partial F_1}{\partial t_0} = \frac{\partial}{\partial t_0}\left[\frac{(t_0 + \theta)^{1-\alpha} - \theta^{1-\alpha}}{t_0^{1-\alpha}}\right] = \frac{(1-\alpha)\theta}{t_0^{2-\alpha}(t_0 + \theta)^{\alpha}}\left[\left(\frac{t_0 + \theta}{\theta}\right)^{\alpha} - 1\right] > 0$, то есть преемственность соблюдается.

Соответственно программам экспериментов (2.1), для (4.1) получим

$$\varepsilon_{1_c}(2t_0) - \varepsilon_{2_c}(2t_0) = [f(\sigma_2) - f(\sigma_1)]\,[2C(t_0) - C(2t_0)] \quad (4.3)$$

Выражение (4.3) в условиях затухающей скорости ползучести всегда положительно, откуда заключаем о соблюдении «нормального» нарушения коммутативности для любого наследственного оператора с затухающей памятью.

5. Согласно энергетической теории Соснина [11] имеем

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{f(\sigma)}{(A^* - A)^m}, \qquad A = \int_0^t \sigma \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t}\, dt \quad (5.1)$$

что соответствует аппроксимации по времени

$$\varepsilon_c(t) = \frac{A^*}{\sigma}\left|1 - \sqrt[m+1]{1 - t\,\frac{f(\sigma)(m+1)}{A^{*m+1}}}\right| \quad (5.2)$$

описывающей деформации с монотонно возрастающей скоростью.

Соответственно программе эксперимента (1.1) из (5.1) при $t > t_0$ получим

$$\varepsilon_c(t) - \varepsilon_c(t_0) = \frac{A^*}{\sigma}\left\{\sqrt[m+1]{1 - \frac{m+1}{A^{*m+1}} t_0 f(\sigma_0)} - \right.$$

$$\left. - \sqrt[m+1]{1 - \frac{m+1}{A^{*m+1}}\left[t_0 f(\sigma_0) + \theta f(\sigma)\right]}\right\} \tag{5.3}$$

Устраняя здесь t_0 из условия $\varepsilon_{0_c} = \text{const}$, в обозначениях (1.2) получим

$$F_2(\sigma, \theta, \sigma_0) = \frac{A^*}{\sigma}\left\{1 - \frac{\varepsilon_{0_c}\sigma_0}{A^*} - \sqrt[m+1]{\left[1 - \frac{\varepsilon_{0_c}\sigma_0}{A^*}\right]^{m+1} - \frac{m+1}{A^{*m+1}}\theta f(\sigma_0)}\right\} \tag{5.4}$$

причем

$$\frac{\partial F_2}{\partial \sigma_0} = \frac{\varepsilon_{0_c}}{\sigma}\left\{-1 + \frac{1}{\left[1 - \frac{m+1}{A^{*m+1}}\theta f(\sigma_0)\left(1 - \frac{\varepsilon_{0_c}\sigma_0}{A^*}\right)^{-m-1}\right]^{\frac{m}{m+1}}}\right\} > 0$$

то есть преемственность не соблюдается.

Для проверки нарушения коммутативности используем программы экспериментов (2.1), согласно которым имеем

$$\varepsilon_{1_c}(2t_0) - \varepsilon_{2_c}(2t_0) =$$

$$= \left(\frac{A^*}{\sigma_1} - \frac{A^*}{\sigma_2}\right)\left\{\sqrt[m+1]{1 - \frac{m+1}{A^{*m+1}}\left[f(\sigma_1) + f(\sigma_2)\right]} + 1 - \right.$$

$$\left. + \sqrt[m+1]{1 - \frac{m+1}{A^{*m+1}} t_0 f(\sigma_1)} - \sqrt[m+1]{1 - \frac{m+1}{A^{*m+1}} t_0 f(\sigma_2)}\right\} < 0 \tag{5.5}$$

так как $\sigma_2 > \sigma_1$ и функция $\psi(\alpha) = \sqrt[m+1]{1 - \alpha - \beta} + 1 - \sqrt[m+1]{1 - \alpha} - \sqrt[m+1]{1 - \beta}$ при $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $\alpha + \beta < 1$ имеет отрицательную производную $\frac{\partial \psi}{\partial \alpha} = -\frac{1}{m+1}\left[\frac{1}{\sqrt[m+1]{(1-\alpha-\beta)^m}} - \frac{1}{\sqrt[m+1]{(1-\alpha)^m}}\right] < 0$, $\psi(0) = 0$ и, следовательно, $\psi(\alpha) < 0$. Из (5.5) заключаем об обратном нарушении коммутативности.

6. Согласно одному из вариантов кинетической теории [5] имеет место соотношение

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = f\left(\sigma, \int_0^{\varepsilon_c} \sigma d\varepsilon_c\right) \tag{6.1}$$

При аппроксимации $\varepsilon_c = \lambda \sigma^m t^n$ уравнение (6.1) запишется так

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = n\lambda^{\frac{1}{n}} \sigma^{\frac{m-n+1}{n}} \left(\int_0^{\varepsilon_c} \sigma d\varepsilon_c\right)^{\frac{n-1}{n}} \tag{6.2}$$

Используя программы экспериментов (2.1), из (6.2) получим выражение

$$\varepsilon_{1_c}(2t_0) - \varepsilon_{2_c}(2t_0) =$$

$$= \lambda t_0^n \sigma_1^m \left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right) \left\{1 + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^{m+1} - \left[1 + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^{\frac{m+1}{n}}\right]^n\right\} \tag{6.3}$$

которое положительно при любом $n < 1$, следовательно, в условиях ползучести с затухающей скоростью предсказывается нормальное нарушение коммутативности.

Для соблюдения преемственности, согласно кинетической теории, достаточно условие убывания f по второму аргументу. Действительно, согласно (1.1) для $t > t_0$ имеем

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = f\{\sigma, \sigma_0 \varepsilon_{0_c} + \sigma[\varepsilon_c(t) - \varepsilon_{0_c}]\}, \quad \varepsilon_{0_c} = \text{const} \tag{6.4}$$

откуда легко видеть, что при достижении одной и той же деформации $\varepsilon_c(t)$ скорость ползучести будет тем больше, чем меньше σ_0.

7. Рассмотрим еще один вариант кинетической теории [3]

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = \nu \varepsilon_c^{-\alpha} \exp\left[\frac{\sigma}{a} + \frac{\int\limits_0^{\varepsilon} \varepsilon_c \, d\sigma}{b}\right] \tag{7.1}$$

соответствующий аппроксимации $\varepsilon_c = \left[(\alpha + 1)\nu t e^{\frac{\sigma}{a}}\right]^{\frac{1}{1+\alpha}}$.

Для программы экспериментов (1.1) из (7.1) получим

$$F_2[\sigma, \vartheta, \sigma_0] = \left[\varepsilon_{0_c}^{\alpha+1} + (\alpha + 1)\nu\vartheta e^{\left(\frac{\sigma}{a} + \frac{\sigma - \sigma_0}{b}\varepsilon_{0_c}\right)}\right]^{\frac{1}{1+\alpha}} - \varepsilon_{0_c} \tag{7.2}$$

откуда видно, что $\frac{\partial F_2}{\partial \sigma_0} < 0$ и, следовательно, преемственность соблюдается как для затухающей ползучести ($\alpha > 0$), так и для ползучести с возрастающей скоростью ($-1 < \alpha < 0$).

Для программ экспериментов (2.1) из (7.1) получим

$$\varepsilon_{1_c}(2t_0) - \varepsilon_{2_c}(2t_0) = \mu\left[1 + e^{(\sigma_2 - \sigma_1)\left(\frac{1}{a} + \frac{\mu}{b}\right)}\right]^{\frac{1}{1+\alpha}} -$$

$$- \mu\left[e^{\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{a}} + e^{-(\sigma_2 - \sigma_1)\frac{\mu}{b}} e^{\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{a(1+\alpha)}}\right]^{\frac{1}{1+\alpha}} > 0 \tag{7.3}$$

где

$$\mu = \left[(\alpha + 1)\nu t_0 e^{\frac{\sigma_1}{a}}\right]^{\frac{1}{1+\alpha}}$$

следовательно, уравнением (7.1) предсказывается нормальное нарушение коммутативности и для затухающей ползучести, и для ползучести с возрастающей скоростью.

8. Согласно теории Малинина-Хажинского [6]

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = F(\sigma - \rho)$$

$$d\rho = A(\sigma - \rho, \sigma)\, d\varepsilon_c \tag{8.1}$$

где F и A — экспериментально определяемые функции, причем F — возрастающая функция, а величина ρ до нагружения равна нулю. При $A(\sigma-\rho, \sigma)=\mathrm{const}$ (8.1) вырождается в теорию упрочнения.

Соответственно программе эксперимента (1.1) $\varepsilon_c(t) - \varepsilon_c(t_0)$ здесь будет определяться лишь значением $\rho(t_0)$ и напряжением σ, независимо от истории нагружения. Для соблюдения преемственности при достижении одного и того же $\varepsilon_c(t_0)$ величина $\rho_0 = \rho(t_0)$ должна быть тем меньшей, чем меньше σ_0, то есть при $\varepsilon_c(t_0) = \mathrm{const}$ $\dfrac{\partial \sigma_0}{\partial \rho_0} > 0$. Используя это для второго уравнения (8.1), получим

$$\int_0^{\rho_0} \frac{\partial}{\partial \sigma_0}\left[\frac{1}{A(\sigma-\rho, \sigma)}\right] d\rho = -\frac{d\rho_0}{d\sigma_0}\frac{1}{A(\sigma_0-\rho_0, \sigma_0)} < 0$$

что во всяком случае соблюдается при $\dfrac{\partial A(\sigma-\rho, \sigma)}{\partial \sigma} > 0.$

Рассмотрение же нарушения коммутативности, в общем, здесь затруднено тем, что для этого необходимо рассматривать также и случай уменьшения напряжения, а функция $A(\sigma-\rho, \sigma)$ в силу корректности (8.1) должна иметь различные выражения для случая нагружения и разгрузки, при этом, естественно, для разгрузки могут быть выбраны выражения, соответствующие различным предсказаниям.

9. Согласно теории Лагнеборга [12], имеем

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = \dot{\varepsilon}_{0c} \exp\{-\beta[\sqrt{\rho(t)} - \sqrt{\rho_0}\,]\}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + 2M\tau\rho^2 = C\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} \tag{9.1}$$

где $\beta>0$ и $C>0$ — постоянные, M, τ и $\dot{\varepsilon}_{0c}$ — функции от напряжения, ρ — плотность дислокаций. Уравнения (9.1) описывают ползучесть материала в первых двух стадиях, причем скорость ползучести на второй стадии $\dot{\varepsilon}_s$ определяется по формуле

$$\dot{\varepsilon}_s = \frac{2M\tau}{C}\rho_s^2$$

где ρ_s — установившаяся плотность дислокаций на второй стадии ползучести, определяемая из формулы

$$C = \frac{2M\tau\rho_s^2}{\dot{\varepsilon}_0} \exp[\beta(\sqrt{\rho_s} - \sqrt{\rho_0})]$$

В работе [12] принимается, что до нагружения образца дислокации в нем отсутствуют ($\rho=0$), но сразу после нагружения $\rho=\rho_0(\sigma)$; в дальнейшем же при ступенчатых изменениях напряжения плотность дислокаций претерпевает лишь непрерывные изменения. Недостаток такой концепции иллюстрируется сравнением ползучести вновь нагруженного образца до напряжения σ с ползучестью образца, догруженного от весьма малого напряжения $\delta\sigma$ до того же напряжения σ. В первом случае сразу после приложения напряжения σ плотность дислокаций равна $\rho_0(\sigma)$, во втором же случае она равна $\rho_s(\delta\sigma) \to 0$. Этот недостаток не имеет места, если в (9.1) принять

$$\rho_0(\sigma) = 0 \tag{9.2}$$

то есть если пренебречь ρ_0 в сравнении с ρ_s.

Из уравнений (9.1) вытекает, что скорость ползучести на некотором участке действия постоянного напряжения σ определяется величиной σ, а также значением ρ в начале этого участка, независимо от истории нагружения. Для программы эксперимента (1.1) после выхода на вторую стадию ползучести одна и та же деформация $\varepsilon(t_0)$ будет соответствовать различным значениям $\rho_s = \sqrt{\dfrac{C\dot{\varepsilon}_s}{2M\tau}}$ в зависимости от величины σ_0, причем при меньшем σ_0, а следовательно и ρ_s, ползучесть будет более интенсивной, что подтверждает соблюдение преемственности.

Для проверки нарушения коммутативности, используя (9.1) и (9.2), запишем уравнение для дополнительной деформации $\Delta = \varepsilon_c - \dot{\varepsilon}_s t$:

$$C\frac{d\Delta}{d\rho} = \frac{1 - \dfrac{2M(\sigma)\tau(\sigma)\rho_s^2(\sigma)}{\dot{\varepsilon}_{0_c}(\sigma)\,C}\exp(\beta\sqrt{\rho})}{1 - \dfrac{2M(\sigma)\tau(\sigma)\rho^2}{\dot{\varepsilon}_{0_c}(\sigma)\,C}\exp(\beta\sqrt{\rho})} \tag{9.3}$$

Принимая в (2.1), что за промежуток времени t_0 ползучесть устанавливается (фиг. 4) согласно программам (2.1), после ряда выкладок из (9.1), (9.2) и (9.3) получим

$$\Delta_1(2t_0) - \Delta_2(2t_0) = \frac{1}{C}\int_0^{\rho_{s_1}} \frac{\exp[\beta(\sqrt{\rho_{s_1}} - \sqrt{\rho})] - 1}{\exp[\beta(\sqrt{\rho_{s_1}} - \sqrt{\rho})] - \dfrac{\rho^2}{\rho_{s_1}^2}}\,d\rho -$$

$$- \frac{1}{C}\int_0^{\rho_{s_1}} \frac{\exp[\beta(\sqrt{\rho_{s_1}} - \sqrt{\rho})] - 1}{\exp[\beta(\sqrt{\rho_{s_2}} - \sqrt{\rho})] - \dfrac{\rho^2}{\rho_{s_2}^2}}\,d\rho =$$

$$
=\frac{1}{C}\int_0^{\rho_{s_1}}\left\{\frac{\exp\left[\beta\left(\sqrt{\rho_{s_1}}-\sqrt{\rho}\right)\right]-1}{\exp\left[\beta\left(\sqrt{\rho_{s_1}}-\sqrt{\rho}\right)\right]-\frac{\rho^2}{\rho_{s_1}^2}}-\right.
$$

$$
\left.-\frac{\exp\left[\beta\left(\sqrt{\rho_{s_1}}-\sqrt{\rho\frac{\rho_{s_2}}{\rho_{s_1}}}\right)\right]-1}{\exp\left[\beta\left(\sqrt{\rho_{s_2}}-\sqrt{\rho\frac{\rho_{s_2}}{\rho_{s_1}}}\right)\right]-\frac{\rho^2\rho_{s_1}^2}{\rho_{s_2}^4}}\right\}d\rho \qquad (9.4)
$$

$$
\rho_{s_1}<\rho_{s_2}
$$

Рассмотрим функцию

$$
\varphi(\beta)=\frac{\exp\left[\beta\left(\sqrt{\rho_{s_2}}-\sqrt{\frac{\rho_{s_1}\rho}{\rho_{s_2}}}\right)\right]-1}{1-\frac{\rho_{s_1}^2\rho^2}{\rho_{s_2}^4}}-\frac{\exp\left[\beta\left(\sqrt{\rho_{s_1}}-\sqrt{\rho}\right)\right]-1}{1-\frac{\rho^2}{\rho_{s_1}^2}} \qquad (9.5)
$$

Поскольку $\varphi(0)=0$ и, кроме того,

$$
\varphi'(\beta)=\frac{\sqrt{\rho_{s_2}}\exp\left[\beta\left(\sqrt{\rho_{s_2}}-\sqrt{\frac{\rho_{s_1}\rho}{\rho_{s_2}}}\right)\right]}{\left(1+\frac{\rho\rho_{s_1}}{\rho_{s_2}^2}\right)\left(1+\sqrt{\frac{\rho\rho_{s_1}}{\rho_{s_2}^2}}\right)}-
$$

$$
-\frac{\sqrt{\rho_{s_1}}\exp\left[\beta\left(\sqrt{\rho_{s_1}}-\sqrt{\rho}\right)\right]}{\left(1+\frac{\rho}{\rho_{s_1}}\right)\left(1+\sqrt{\frac{\rho}{\rho_{s_1}}}\right)}>0
$$

то

$$
\varphi(\beta)>0 \qquad (9.6)
$$

при любом положительном β. Из соотношений (9.5) и (9.6) как для $\rho_{s_1}<\rho$, так и для $\rho_{s_1}>\rho$ после ряда выкладок получаем, что подынтегральное выражение (9.4) отрицательно при любом ρ и, следовательно,

$$
\Delta_1(2t_0)-\Delta_2(2t_0)<0 \qquad (9.7)
$$

откуда заключаем, что теория Лагнеборга в стадии установившейся ползучести предсказывает обратное нарушение коммутативности, как и показано на фиг. 4.

10. В работе [4] при изучении деформаций с возрастающей скоростью использовалось уравнение

$$
\varepsilon_c(t)=k\alpha\int_0^t\sigma^\lambda(\tau)\left[\int_0^\tau\sigma^\nu(\xi)\,d\xi\right]^{\alpha-1}d\tau \qquad (10.1)
$$

где положим

$$\lambda = \frac{n}{\alpha^2}(\alpha^2 - \alpha + 1), \qquad \nu = \frac{n}{\alpha^2} \tag{10.2}$$

Уравнение (10.1) соответствует аппроксимации $\varepsilon_c(t) = kt^{\alpha}\sigma^n$ $(n = \lambda + 2\nu - \nu)$ и может описывать как деформации с возрастающей скоростью ($\alpha > 1$), так и с затухающей скоростью ($0 < \alpha < 1$).

Для программы эксперимента (1.1) из (10.1) и (10.2) получим

$$\varepsilon_c(t) - \varepsilon_c(t_0) = \varepsilon_c(t_0)\left\{\left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^{\frac{n(\alpha-1)}{\alpha^2}} + \theta\sqrt[\alpha]{\frac{k}{\varepsilon_c(t_0)}}\right]^{\alpha} - \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^{\frac{n(\alpha-1)}{\alpha}}\right\} \tag{10.3}$$

Выражение (10.3) является убывающей функцией от σ_0, независимо от значения $\alpha > 1$, то есть здесь всегда предсказывается принцип преемственности.

Для программ экспериментов (2.1) имеем

$$\varepsilon_{1_c}(2t_0) - \varepsilon_{2_c}(2t_0) = k\sigma_2^n t_0^{\alpha}\left[1 - \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}n}\right]\left\{\left[\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^{\frac{n}{\alpha^2}} + 1\right]^{\alpha} - \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^{\frac{n}{\alpha}} - 1\right\} \tag{10.4}$$

Выражение (10.4) положительно и для затухающей ползучести и для ползучести с возрастающей скоростью, следовательно, всегда предсказывается нормальное нарушение коммутативности.

Отметим, что выводы п. 10 остались бы в силе и в том случае, если соотношения (10.2) заменить более общими условиями: $\lambda > \nu$ при $\alpha > 1$ и $\lambda < \nu$ при $\alpha < 1$.

Выводы

1. Сформулированы два подхода в теории ползучести — соблюдение преемственности и нарушение коммутативности.

2. Рассмотрены предсказания относительно этих подходов согласно теориям упрочнения, двум вариантам кинетической теории, теории наследственности, энергетической теории Соснина, теории Малинина-Хажинского, теории Лагнеборга и теории, использованной автором при изучении III стадии ползучести.

3. Из рассмотренных теорий преемственность предсказывается наследственной теорией со степенным ядром, кинетической теорией в двух вариантах, теорией Малинина-Хажинского, теорией Лагнеборга и уравнением (10.1).

4. Нормальное нарушение коммутативности предсказывается наследственной теорией с любым ядром, соответствующим затухающей памяти, обоими вариантами кинетической теории и уравнением (10.1).

В заключение отметим, что такая постановка может помочь оптимальному выбору теории ползучести в применении к тому или иному материалу, но, конечно, не может служить однозначным критерием для оценки теории ползучести.

Институт механики
АН Армянской ССР

Поступила 12 I 1976

Ա. Մ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ

ՍՈՂՔԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՄԵՋ ԵՐԿՈՒ ՀԱՐՑԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դիտարկվում են բազմաթիվ փորձարկումներով հաստատված միաչափ սողքի տեսության մեջ երկու մոտեցումներ։ Հետազոտվում են համապատասխան դրանցումները սողքի ամրապնդման, ժառանգականության, Սոսնինի էներգետիկական, կինետիկական երկու վարիանտների, Մալինին-Խաժինսկու ստրուկտուրային, Լագներորգի տեսությունների համաձայն և համաձայն այն հավասարման, որը օգտագործված է եղել հեղինակի կողմից սողքի երրորդ ստադիայի հետազոտումներում։

ON TWO ASPECTS OF THE ONE-DIMENSIONAL CREEP THEORY

A. M. SIMONIAN

S u m m a r y

The study deals with the theoretical analysis of two aspects of the one-dimensional creep theory. Some pertinent predictions in terms of the theory of strengthening, heredity, Sosnin's theory, kinetic theory in two variants, Malinin-Khazhinsky's structural theory, Lagneborg's theory and the theory used by the author in studying the third stage of creep are considered.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Наместников В. С., Хвостунков А. А.* Ползучесть дуралюмина при постоянных и переменных нагрузках. ПМТФ, 1960, № 4.
2. *Вилесова В. С., Хвостунков А. А.* Ползучесть дуралюмина при постоянных и переменных нагрузках. ПМТФ, 1960, № 4.
3. *Наместников В. С., Работнов Ю. Н.* О гипотезе уравнения состояния при ползучести. ЖПМТФ, 1961, № 3.
4. *Симонян А. М.* Исследование высокотемпературной ползучести хромо-никелевой стали в условиях ступенчатых изменений напряжения. Изв. АН АрмССР, Механика, 1974, т. XXVII, № 4.
5. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. М., Наука, 1966.
6. *Малинин Н. Н., Хажинский Г. М.* К построению теории ползучести с анизотропным упрочнением. МТТ, 1969, № 3.

7. *Odqvist F. K. G.* Engineering theories of metallic creep Simposium su la plasticata nella scienza delle costrusioni. Bologna, 1956.

Одквист Ф. Технологические теории ползучести металлов. Механика (сб. переводов), 1959, 2.

8. *Малинин Н. Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести. М., Машиностроение, 1968.

9. *Качанов Л. М.* Теория ползучести. М., Физматгиз, 1960.

10. *Арутюнян Н. Х.* Некоторые вопросы теории ползучести. М.—Л., Гостехтеориздат, 1952.

11. *Сосннн О. В.* Энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности. Ползучесть и разрушение неупрочняющихся материалов. Сообщение 1. Проблемы прочности, 1973, № 5.

12. *Lagneborg R.* A theoretical approach to creep deformation during intermittent load. Trans. ASME, 1971, D. 93, No. 2.