

С. С. ШАГИНЯН

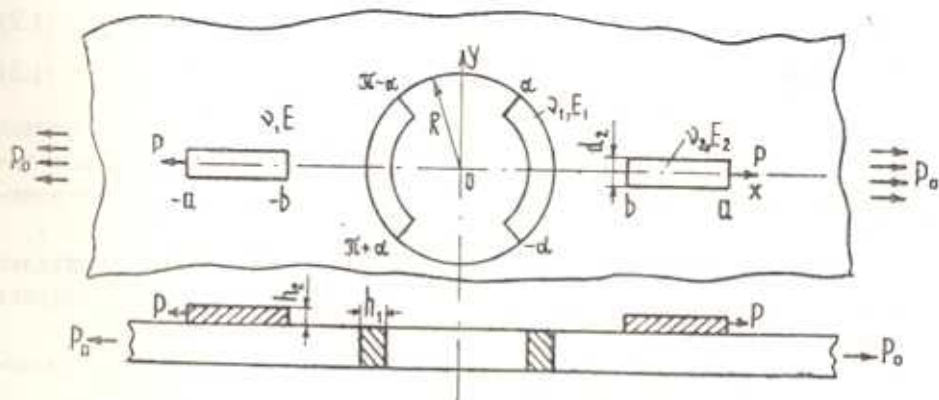
О ДВУХ КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ ПЛАСТИНЫ
 С КРУГОВЫМ ОТВЕРСТИЕМ. УСИЛЕННОЙ УПРУГИМИ
 НАКЛАДКАМИ

В настоящей работе излагается решение двух плоских контактных задач для пластины с круговым отверстием, когда последняя усилена системой тонких упругих накладок. На основе известных предположений [1—3] решение указанных задач сведено к решению системы сингулярных интегро-дифференциальных уравнений при определенных граничных условиях. С помощью аппарата ортогональных многочленов Чебышева для поставленных задач получено эффективное решение, содержащее в явном виде характерные особенности контактных напряжений вблизи концов прикрепленных накладок.

1. Пусть упругий лист в виде тонкой бесконечной пластины с круговым отверстием радиуса $R = 1$, что не нарушает общности, усилена системами упругих накладок (стрингеров) таким образом, как это показано на фиг. 1 и 2. Пусть, далее, этот лист деформируется силами P , действующими соответственно на концах упругих прямолинейных накладок, расположенных симметрично относительно начала координат, и подвержен на бесконечности одностороннему растяжению в направлении оси стрингеров силами интенсивности P_0 .

Цель работы заключается в определении закона распределения контактных напряжений под накладками.

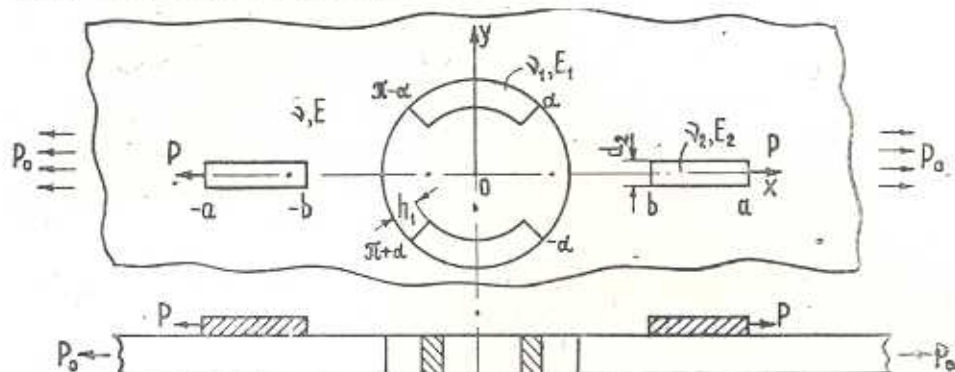
В дальнейшем задачу, показанную на фиг. 1, кратко будем именовать первой, а на фиг. 2 — второй контактной задачей соответственно.



Фиг. 1.

Условимся все физические и геометрические величины, относящиеся к криволинейным накладкам, обозначать индексом 1, к прямолинейным

накладкам — индексом 2 и, наконец, к основанию, то есть к пластине с круговым отверстием, без индекса.



Фиг. 2.

Не останавливаясь здесь на подробностях, сразу приведем, следуя работам [3—10], определяющие уравнения, из которых будут определяться неизвестные контактные напряжения, действующие под упругими накладками. Эти уравнения записываются в виде системы сингулярных интегро-дифференциальных уравнений вида

$$\int_b^a \left[\frac{1}{t-x} + K_{11}(t, x) \right] \varphi'(t) dt + \int_L K_{12}(x, \theta_0) \psi'(\theta_0) d\theta_0 = \lambda^* \varphi(x) + P_0 f_1(x) \quad (1.1)$$

$$\int_b^a K_{21}(t, \theta) \varphi'(t) dt + \int_L \left[\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\theta_0 - \theta}{2} + K_{22}(\theta, \theta_0) \right] \psi'(\theta_0) d\theta_0 = \lambda^{**} \psi(\theta) + P_0 f_2(\theta)$$

при граничных условиях

$$\varphi(b) = 0, \quad \varphi(a) = P/d_2 \quad (1.2)$$

$$\psi(\theta) = 0 \text{ на концах линии } L \quad (1.3)$$

Отметим, что при выводе системы уравнений (1.1) использованы свойства периодичности и симметричности касательных контактных напряжений. При этом, интегралы от ядер Гильберта и Коши следует понимать в смысле главного значения по Коши.

Для первой контактной задачи линия интегрирования L представляет собой интервал $-\alpha < \theta < \alpha < \pi/2$, а для второй задачи — интервал $0 < \alpha < \theta < \pi - \alpha$.

Здесь параметры λ^* , λ^{**} зависят от геометрических и упругих характеристик стрингеров и пластины и имеют значения

$$\lambda^* = \frac{2\pi(1+\nu)\mu(\nu_2 + \lambda_2)}{x d_2 h_2 \nu_2 (2\nu_2 + 3\lambda_2)}, \quad \lambda^{**} = \frac{4\pi\mu}{(\nu+1)h_1(2\nu_1 + \lambda_1)}$$

где λ , μ — параметры Ламе, $\kappa = (3-\nu)/(1+\nu)$, (ν — коэффициент Пуассона), d_1 и h_1 — соответственно ширина и высота прямолинейных накладок, h_2 — ширина криволинейных накладок. Далее

$$K_{11}(t, x) = \frac{1}{x+t} + \frac{x^2+1}{x} \frac{t}{x^2 t^2 - 1} + \frac{2t}{x^2(x^2 t^2 - 1)} -$$

$$- t \left(\frac{x^2-1}{x^2} + \frac{t^2-1}{t^2} \right) \frac{x^2 t^2 + 1}{(x^2 t^2 - 1)^2} + \frac{(t^2-1)(x^2+1)(x^2 t^2 + 1)}{\kappa t x^2 (1-x^2 t^2)^2} +$$

$$+ \frac{2t(t^2-1)(x^2-1)(3+x^2 t^2)}{x(1-x^2 t^2)^3} - \frac{1}{\kappa t x^2}, \quad b \leq t, x \leq a$$

$$K_{12}(x, \theta_0) = \left[\frac{x - \cos \theta_0}{x^2 - 2x \cos \theta_0 + 1} - \frac{x + \cos \theta_0}{x^2 + 2x \cos \theta_0 + 1} \right] \sin \theta_0 +$$

$$+ \frac{x-1}{x+1} \frac{(x^2+1) \sin 2\theta_0}{x^4 - 2x^2 \cos 2\theta_0 + 1} +$$

$$+ \frac{2 \sin \theta_0}{x+1} \left[\frac{(x^2+1) \cos \theta_0 + 2x}{(x^2 + 2x \cos \theta_0 + 1)^2} + \frac{(x^2+1) \cos \theta_0 - 2x}{(x^2 - 2x \cos \theta_0 + 1)^2} \right]$$

$$b \leq x \leq a, \theta_0 \in L$$

$$K_{21}(t, \theta) = \frac{(x+1)^2}{4x} \cos \theta \ln \frac{t^2 - 2t \cos \theta + 1}{t^2 + 2t \cos \theta + 1} + \frac{(x+1)^2}{2x} \frac{t \sin^2 \theta}{t^2 - 2t \cos \theta + 1} +$$

$$+ \frac{(x+1)^2}{2x} \frac{t \sin^2 \theta}{t^2 + 2t \cos \theta + 1} + \frac{x^2-1}{2x} \sin^2 \theta \operatorname{arctg} \frac{2t \sin \theta}{t^2-1} -$$

$$- \frac{x^2-1}{x} \frac{t(t^2-1) \cos^2 \theta}{t^4 - 2t^2 \cos 2\theta + 1} +$$

$$+ \frac{2t[1-x-(1+x)t^2][(t^4+1) \cos 2\theta - 2t^2]}{x(t^4 - 2t^2 \cos 2\theta + 1)^2}, \quad b < t \leq a, \theta \in L$$

$$K_{22}(\theta, \theta_0) = \sin(\theta - \theta_0) \ln \left| \operatorname{tg} \frac{\theta - \theta_0}{2} \right| + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{\theta - \theta_0}{2} -$$

$$- \frac{\pi(x-1)}{2(x+1)} \cos(\theta - \theta_0) \operatorname{sign}(\theta - \theta_0), \quad \theta, \theta_0 \in L$$

$$f_1(x) = -\frac{\pi(x+1)}{4x d_2} \left[x+1 - \frac{2(x+2)}{x^2} + \frac{6}{x^4} \right], \quad b \leq x \leq a$$

$$f_2(\theta) = \frac{\pi(x+1)^2}{x d_2} \cos 2\theta, \quad \theta \in L$$

Нетрудно видеть, что ядра K_{ij} ($i, j=1, 2$) в соответствующих областях непрерывны и имеют там же квадратично суммируемые частные производные первого порядка.

Контактные напряжения под накладками обеих задач даются формулами

$$q(x) = \varphi'(x), \quad (b < x < a), \quad \tau(\theta) = \frac{2xd_2}{(x+1)^2} \psi'(\theta), \quad \theta \in L$$

Здесь $q(x)$ — контактное напряжение, действующее под прямолинейными накладками, $\tau(\theta)$ — под криволинейными накладками.

Таким образом, решение поставленных контактных задач сведено к решению системы уравнений (1.1) при граничных условиях (1.2) и (1.3).

2. Займемся сначала решением первой контактной задачи. Решение (1.1) для этого случая представим в виде

$$\varphi'(x) = \left[1 - \left(\frac{2x - a - b}{a - b} \right)^2 \right]^{-1/2} \sum_{m=0}^{\infty} y_m T_m \left(\frac{2x - a - b}{a - b} \right), \quad b < x < a$$

$$\psi'(\theta) = \frac{\sec \frac{\theta}{2}}{\sqrt{2 \cos \theta - 2 \cos \alpha}} \sum_{m=1}^{\infty} z_{2m-1} T_{2m-1} \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right), \quad -\alpha < \theta < \alpha$$

где $T_n(x) = \cos(n \arccos x)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) — многочлены Чебышева первого рода, а y_m ($m = 0, 1, 2, \dots$) и z_{2m-1} ($m = 1, 2, \dots$) — неизвестные коэффициенты, которые подлежат определению. Обычным способом [4—8] определение неизвестных коэффициентов y_m ($m = 1, 2, \dots$) и z_{2m-1} ($m = 1, 2, \dots$) можно свести к решению бесконечных систем линейных уравнений. Не останавливаясь на подробностях, сразу приведем окончательный вид этой системы

$$y_n + \sum_{m=1}^{\infty} y_m (A_{mn} + B_{mn}) + \sum_{m=1}^{\infty} C_{mn} z_{2m-1} = a_n, \quad n = 1, 2, \dots$$

$$z_{2n-1} + \sum_{m=1}^{\infty} z_{2m-1} (E_{mn} + F_{mn}) + \sum_{m=1}^{\infty} D_{mn} y_m = b_n, \quad n = 1, 2, \dots$$
(1.4)

где введены обозначения

$$A_{mn} = \frac{4}{\pi^2 (a-b)} \int_b^a U_{n-1} \left(\frac{2x - a - b}{a - b} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{2x - a - b}{a - b} \right)^2} dx \times$$

$$\times \int_b^a K_{11}(t, x) \left[1 - \left(\frac{2t - a - b}{a - b} \right)^2 \right]^{-1/2} T_m \left(\frac{2t - a - b}{a - b} \right) dt$$

$$m, n = 1, 2, \dots$$

$$B_{mn} = \frac{2\lambda^*}{\pi^2 m} \int_b^a U_{m-1} \left(\frac{2x-a-b}{a-b} \right) U_{n-1} \left(\frac{2x-a-b}{a-b} \right) \times \\ \times \left[1 - \left(\frac{2x-a-b}{a-b} \right)^2 \right] dx, \quad m, n = 1, 2, \dots$$

$$C_{mn} = \frac{4}{\pi^2 (a-b)} \int_b^a U_{n-1} \left(\frac{2x-a-b}{a-b} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{2x-a-b}{a-b} \right)^2} dx \times \\ \times \int_{-\pi}^{\pi} K_{12}(x, \theta_0) \frac{\sec \frac{\theta_0}{2}}{\sqrt{2 \cos \theta_0 - 2 \cos \alpha}} T_{2n-1} \left(\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) d\theta_0 \\ m, n = 1, 2, \dots$$

$$d_n = \frac{4P_0}{\pi^2 (a-b)} \int_b^a f_1(x) U_{n-1} \left(\frac{2x-a-b}{a-b} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{2x-a-b}{a-b} \right)^2} dx + \\ + \int_b^a \left[\frac{4\lambda^* c}{\pi^2 (a-b)} - \frac{2\lambda^* y_0}{\pi^2} \arccos \left(\frac{2x-a-b}{a-b} \right) \right] \times \\ \times U_{n-1} \left(\frac{2x-a-b}{a-b} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{2x-a-b}{a-b} \right)^2} dx - \\ - \frac{4y_0}{\pi^2 (a-b)} \int_b^a U_{n-1} \left(\frac{2x-a-b}{a-b} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{2x-a-b}{a-b} \right)^2} dx \times \\ \times \int_b^a K_{11}(t, x) \left[1 - \left(\frac{2t-a-b}{a-b} \right)^2 \right]^{-1/2} dt, \quad n = 1, 2, \dots$$

$$D_{mn} = \frac{1}{\pi^2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \int_{-\pi}^{\pi} U_{2n-2} \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) \sqrt{2 \cos \theta - 2 \cos \alpha} \sec \frac{\theta}{2} d\theta \times \\ \times \int_b^a K_{21}(t, \theta) \left[1 - \left(\frac{2t-a-b}{a-b} \right)^2 \right]^{-1/2} T_m \left(\frac{2t-a-b}{a-b} \right) dt \\ m, n = 1, 2, \dots$$

$$E_{mn} = \frac{1}{\pi^2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \int_{-\pi}^{\pi} U_{2n-2} \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) \sqrt{2 \cos \theta - 2 \cos \alpha} \sec \frac{\theta}{2} d\theta \times$$

$$\times \int_{-\alpha}^{\alpha} K_{2m}(\theta, \theta_0) \frac{\sec \frac{\theta_0}{2}}{\sqrt{2 \cos \theta_0 - 2 \cos \alpha}} T_{2m-1} \left(\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) d\theta_0$$

$$m, n = 1, 2, \dots$$

$$F_{mn} = \frac{\lambda^{**} \operatorname{csc} \alpha}{\pi^2 (2m-1)} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \int_{-\alpha}^{\alpha} U_{2n-2} \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) \times$$

$$\times U_{2m-2} \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) (2 \cos \theta - 2 \cos \alpha) \sec^2 \frac{\theta}{2} d\theta, \quad m, n = 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{P_0}{\pi^2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \int_{-\alpha}^{\alpha} f_2(\theta) U_{2n-2} \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) \sqrt{2 \cos \theta - 2 \cos \alpha} \sec \frac{\theta}{2} d\theta -$$

$$- \frac{y_0}{\pi^2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \int_{-\alpha}^{\alpha} U_{2n-2} \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) \sqrt{2 \cos \theta - 2 \cos \alpha} \sec \frac{\theta}{2} d\theta \times$$

$$\times \int_b^a K_{21}(t, \theta) \left[1 - \left(\frac{2t - a - b}{a - b} \right)^2 \right]^{-1/2} dt, \quad n = 1, 2, \dots$$

Здесь $U_{n-1}(x) = \sin(n \arccos x) / \sin \arccos x$ ($n = 1, 2, \dots$) — многочлены Чебышева второго рода, а постоянные c и y_0 определяются из граничных условий (1.2), (1.3) и имеют значения

$$c = P/d_2, \quad y_0 = 2P/\pi d_2 (a - b)$$

Перейдем теперь к решению второй контактной задачи. С помощью функционального соотношения

$$\frac{1}{2} \int_a^{\pi-\alpha} \operatorname{ctg} \frac{\theta_0 - \theta}{2} T_{2m-1} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi - 2\theta_0}{4} \operatorname{ctg} \frac{\pi - 2\alpha}{4} \right) \frac{\sec \frac{\pi - 2\theta_0}{4}}{\sqrt{2 \sin \theta_0 - 2 \sin \alpha}} d\theta_0 =$$

$$= -\frac{\pi}{2} \operatorname{csc} \frac{\pi - 2\alpha}{4} U_{2m-2} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi - 2\theta}{4} \operatorname{ctg} \frac{\pi - 2\alpha}{4} \right) \sec \frac{\pi - 2\theta}{4}$$

$$m = 1, 2, \dots, \quad (\alpha < \theta < \pi - \alpha)$$

которое весьма просто получается из соответствующего функционального соотношения, приведенного в работах [7, 10], и представляя искомые функции в виде разложений

$$v'(x) = \left[1 - \left(\frac{2x - a - b}{a - b} \right)^2 \right]^{-1/2} \sum_{m=0}^{\infty} y_m T_m \left(\frac{2x - a - b}{a - b} \right), \quad b < x < a$$

$$\psi'(\theta) = \frac{\sec \frac{\pi - 2\theta}{4}}{\sqrt{2 \sin \theta - 2 \sin \alpha}} \sum_{m=1}^{\infty} z_{m-1} T_{2m-1} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi - 2\theta}{4} \operatorname{ctg} \frac{\pi - 2\alpha}{4} \right),$$

$$\alpha < \theta < \pi - \alpha$$

для определения неизвестных коэффициентов $\{y_m\}_{m=1}^{\infty}$ и $\{z_{2m-1}\}_{m=1}^{\infty}$ получим бесконечную систему линейных уравнений со структурой, похожей системе бесконечных уравнений (1.4) первой контактной задачи.

3. Исследование полученных бесконечных систем можно провести совершенно аналогичным способом, как это сделано в работах [4—8]. При этом можно показать такие интервалы изменения значений параметров λ^* и λ^{**} , для которых написанные системы уравнений вполне регулярны.

Далее, можно показать, что свободные члены этих систем стремятся к нулю при $n \rightarrow \infty$ не медленнее, чем n^{-1} .

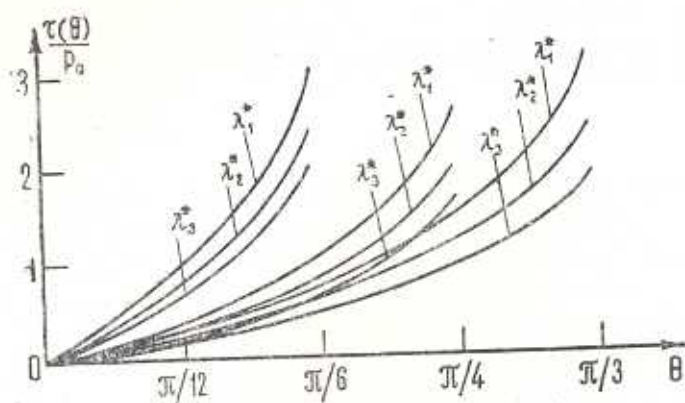
Перейдем к обсуждению числовых результатов. Численная реализация полученных формул произведена на ЭВМ «Наири-2» в случае, когда прямолинейные накладки отсутствуют, а пластина, усиленная на круговой границе симметрично расположенными криволинейными накладками, деформируется односторонне растягивающими усилиями P_0 , равномерно распределенными на бесконечности. При этом предполагалось, что ширина криволинейных накладок $h_1 = 0.25$ см, а в качестве материала основания для обеих задач взят алюминий (катанный) с упругими постоянными $E = 0.69 \cdot 10^6$ кг/см², $\nu = 0.3$. Остальные параметры варьировались различными способами. Эти вариации включали выбор материала накладок, а также длины участков контакта. Параметр λ^* в обеих задачах давался формулой

$$\lambda^* = \frac{\pi(1 + \nu_1)(1 - 2\nu_1)E}{2(1 - \nu_1)h_1E_1}$$

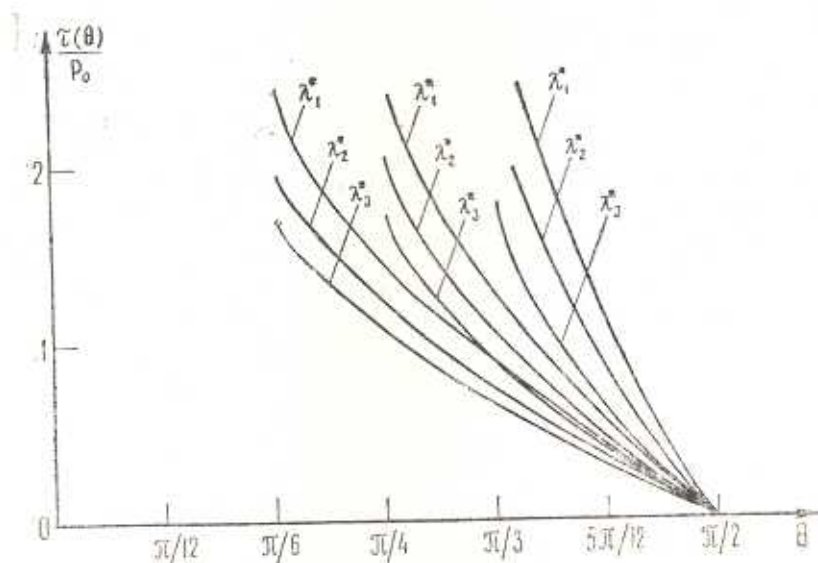
и принимал три значения в зависимости от выбора материала накладок. Значению $\lambda_1^* = 1.7442$ соответствует углеродистая сталь с упругими постоянными $E_1 = 2.1 \cdot 10^6$ кг/см², $\nu_1 = 0.24$; значению $\lambda_2^* = 2.8316$ соответствует медь с упругими постоянными $E_1 = 1.1 \cdot 10^6$ кг/см², $\nu_1 = 0.31$ и, наконец, $\lambda_3^* = 4.2494$ — дюралюминий (катанный) с упругими постоянными $E_1 = 0.71 \cdot 10^6$ кг/см², $\nu_1 = 0.32$.

На фиг. 3 и 4, соответствующих первой и второй контактным задачам, показаны закономерности изменения контактного напряжения в зависимости от материалов контактирующих пар и длин участков контакта. Было замечено следующее: с возрастанием значений параметра λ^* , то есть, когда материал накладок становится более податливым, контактное напряжение под упругими криволинейными накладками уменьшается. Этот факт становится более наглядным, когда увеличивается длина участка контакта.

Далее, определены значения нормального напряжения $\sigma_0(r, \theta)$ в точке $M(R, \pi/2)$ для различных контактирующих пар и длин участков кон-



Фиг. 3.



Фиг. 4.

такта. Эти результаты приведены в табл. 1 и 2, соответствующих первому и второму контактному задачам.

Таблица 1

λ^*	σ_0		
	$\alpha = \pi/6$	$\alpha = \pi/4$	$\alpha = \pi/3$
1.7442	2.5882	2.2339	1.9722
2.8316	2.6337	2.3486	2.1720
4.2494	2.6799	2.4552	2.3440

Таблица 2

λ^*	σ_0		
	$\alpha = \pi/6$	$\alpha = \pi/4$	$\alpha = \pi/3$
1.7442	0.3483	0.2329	-0.0407
2.8316	0.7167	0.6124	0.3198
4.2494	1.0506	0.9768	0.6819

Резюмируя анализ полученных числовых данных, можно утверждать, что усиление круговой границы пластины упругими накладками положи-

тельно влияет на напряженное состояние пластины в целом. При этом эффективность усиления пластины с круговым отверстием указанным образом более очевидна в случае второй контактной задачи.

Автор благодарен С. М. Мхитаряну за постановку задачи и обсуждение результатов.

Институт механики АН
Армянской ССР

Поступила 18 VII 1976

Ս. Ս. ՇԱՀԻՆԻԱՆ

ԱՌԱՋԳՐԱԿԱՆ ՎԵՐԱԴԻՐՆԵՐՈՎ ՈՒԺԵՂԱՑՎԱԾ ԿՐԸ ԱՆՅՔՈՎ
ՍԱԼԻ ՀԱՄԱՐ ԵՐԿՈՒ ԿՈՆՏԱԿՏԱՑՅՈՒՆ ԿՆԴԻՐՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Աշխատանքում դիտարկված են երկու կոնտակտային խնդիրներ կլորանցքով սալի համար, երբ վերջինս ուժեղացված է բարակ առաձգական վերադիրների համակարգով: Հիմնվելով հայտնի ենթադրությունների վրա [1—3], դիտարկված խնդիրների լուծումները բերված են սինգուլյար ինտեգրո-դիֆերենցիալ հավասարումների սխեմաների լուծմանը: Չերիշևի օրթոգոնալ բազմանդամների օգտագործումով ստացված են այդ որոշիչ հավասարումների էֆեկտիվ լուծումները, որոնք բացահայտ տեսքով պարունակում են կոնտակտային լարումներին բնորոշ եզակիությունները առաձգական վերադիրների ծայրակետերի շրջակայքում:

Մի բանի մասնավոր դեպքերի համար ստացված են թվային արդյունքներ, որոնք ներկայացված են գրաֆիկների և աղյուսակների տեսքով:

TWO CONTACT PROBLEMS FOR A PLATE WITH A CIRCULAR HOLE REINFORCED BY ELASTIC STIFFENERS

S. S. SHAHINIAN

S u m m a r y

The paper deals with contact problems for an infinite plate with a circular hole reinforced by some elastic stiffeners of a small thickness.

The solutions of these problems are reduced to a solution of systems of singular integro-differential equations. The solutions of these equations are found as series over Chebishev polynomials of the first kind.

Quite regular or quasi-regular infinite systems of linear algebraic equations are obtained for the unknown coefficients of the series.

A numerical example is presented.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Melan E.* Ein Beitrag zur theorie geschweisster Verbindungen. *Ing.-Arch.*, 1932. Bd. 3, No. 2.
2. *Арутюнян Н. Х.* Контактная задача для полуплоскости с упругим креплением. *ПММ*, 1968, т. 32, вып. 4.
3. *Шагинян С. С.* Передача нагрузок от кольцевой накладки к плоскости с круговым отверстием. *МТТ*, 1972, № 5.
4. *Arutunian N. K., Mkhitarian S. M.* Some Contact Problems for a semi-plane with Elastic Stiffeners. *Friends in Elasticity and Thermoelasticity. Witold Nowacki Anniversary volume.* Wolters-Noordhoff publ., 1971.
5. *Арутюнян Н. Х., Мхитарян С. М.* Некоторые контактные задачи для полупространства, усиленного упругими накладками. *ПММ*, 1972, т. 36, вып. 5.
6. *Агаян К. А.* Некоторые контактные задачи для бесконечной пластины, усиленной упругими накладками. *МТТ*, 1972, № 5.
7. *Шагинян С. С.* Некоторые контактные задачи для плоскости с круговым отверстием, усиленной на своей границе упругими накладками. *Изв. АН Арм. ССР, Механика*, 1974, т. XXVII, № 1.
8. *Шагинян С. С.* Некоторые контактные задачи для бесконечной пластины с круговым отверстием, усиленной упругими накладками. *Докл. АН Арм. ССР*, 1974, т. 59, № 3.
9. *Морарь Г. А., Попов Г. Я.* К контактной задаче для полуплоскости с упругим конечным креплением. *ПММ*, 1970, т. 34, вып. 3.
10. *Морарь Г. А., Попов Г. Я.* К периодической контактной задаче для полуплоскости с упругими накладками. *ПММ*, 1971, т. 35, вып. 1.