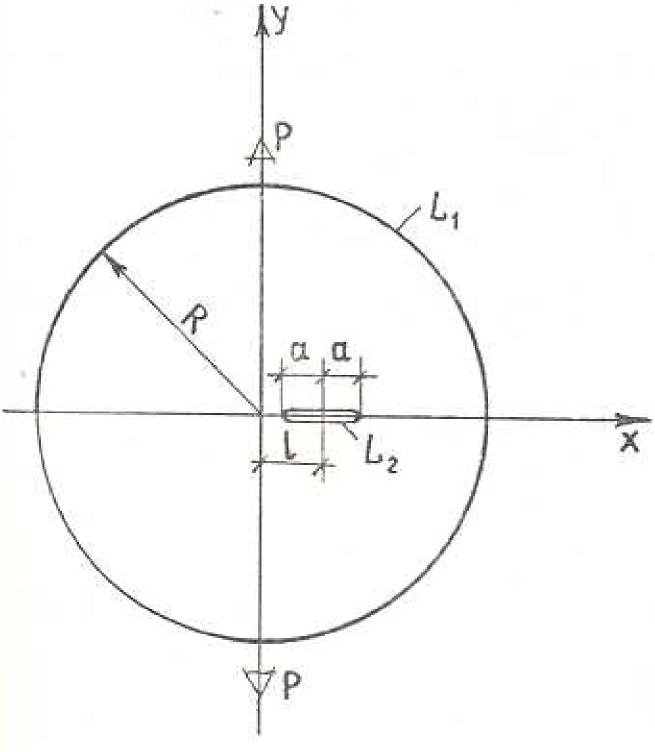
ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXIX, № 5, 1976 Механика

О. М. САПОНДЖЯН, Р. А. ЭНФИАДЖЯН

КРУГОВОЙ ДИСК С РАДИАЛЬНЫМ РАЗРЕЗОМ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ СИЛ

Рассматривается плоская задача для круговой области с радиальным разрезом. Считается, что на контуре L_1 приложены две взаимно уравновешивающиеся силы P, а кромки радиального разреза свободны от нагрузки (фиг. 1). Решение задачи сведено к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений и к рекуррентным соотношениям. Доказывается квази-вполне регулярность бесконечных систем. Определены коэффициенты интенсивности напряжений у вершин разреза. Произведены числовые расчеты.



Фиг. 1.

1. Решение задачи выражается аналитическими функциями $\varphi_2(z)$ и $\psi_2(z)$ в рассматриваемой области при следующих граничных условиях [1]:

$$\varphi_2(t) + t\overline{\varphi_2'(t)} + \overline{\psi_2(t)} = f(t) + C \quad \text{на } L_1$$

$$\varphi_2(t) + t\overline{\varphi_2'(t)} + \overline{\psi_2(t)} = 0 \quad \text{на } L_2$$

где $f(t)=0$ на дуге правой полуокружности и $f(t)=P$ на дуге левой полуокружности. $f(t)$ изменяется скачком при переходе через точки приложения сосредоточенных сил P; C — постоянная, подлежащая определению.

Аналитические функции $\varphi_2(z)$ и $\psi_2(z)$ отыскиваются в виде

$$\varphi_2(z)=\varphi_0(z)+\varphi_1(z) \tag{1.1}$$

$$\psi_2(z)=\psi_0(z)+\psi_1(z) \tag{1.2}$$

Функции $\varphi_0(z)$ и $\psi_0(z)$ определяют решение задачи для сплошного диска под действием сосредоточенных сил, а $\varphi_1(z)$ и $\psi_1(z)$ — аналитические функции, которые находятся из граничных условий

$$\varphi_1(t)+t\overline{\varphi_1'(t)}+\overline{\psi_1(t)}=C \text{ на } L_1 \tag{1.3}$$

$$\varphi_1(t)+t\overline{\varphi_1'(t)}+\overline{\psi_1(t)}=-F(t) \text{ на } L_2 \tag{1.4}$$

где

$$F(t)=\varphi_0(t)+t\overline{\varphi_0'(t)}+\overline{\psi_0(t)} \text{ на } L_2 \tag{1.5}$$

Из [1] имеем

$$\varphi_0(z)=-\frac{iP}{2\pi}\left(\ln\frac{iR-z}{-iR-z}-\frac{iz}{R}\right) \tag{1.6}$$

$$\psi_0(z)=-\frac{iP}{2\pi}\left(\ln\frac{iR-z}{-iR-z}-\frac{iR}{iR-z}+\frac{iR}{iR+z}\right) \tag{1.7}$$

Выбранные ветви многозначных функций (1.6) и (1.7) при $z<R$ представляются в виде

$$\varphi_0(z)=-\frac{P}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\frac{1}{2k-1}\left(\frac{z}{R}\right)^{2k-1}-\frac{Pz}{2\pi R}+\frac{P}{2} \tag{1.8}$$

$$\psi_0(z)=-\frac{P}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\frac{1}{2k-1}\left(\frac{z}{R}\right)^{2k-1}+\frac{PR}{\pi}\frac{z}{R^2+z^2}+\frac{P}{2} \tag{1.9}$$

Выражение (1.5), с использованием (1.8) и (1.9), приводится к виду

$$F(t)=P-\frac{P}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k}{2k-1}\left[\left(\frac{t}{R}\right)^{2k-1}+\left(\frac{\bar t}{R}\right)^{2k-1}\right]-$$

$$-\frac{P}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\left(\frac{\bar t}{R}\right)^{2k-1}+\frac{Pt}{\pi R}\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\left(\frac{\bar t}{R}\right)^{2k} \tag{1.10}$$

2. На L_1 контурные значения $\varphi_1(t)$ и $\psi_1(t)$ выразим через вспомогательную функцию $\omega(t)$ [2] в виде

$$\varphi_1(t) = \omega(t) + \frac{C}{2} \tag{2.1}$$

$$\psi_1(t) = -\overline{\omega(t)} - \bar{t}\,\omega'(t) + \frac{\overline{C}}{2} \tag{2.2}$$

При этом $\omega(t)$ представляется в виде комплексного ряда Фурье

$$\omega(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \left(\frac{t}{R}\right)^k + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \left(\frac{R}{t}\right)^k \tag{2.3}$$

a_k и b_k — искомые коэффициенты (действительные числа вследствие симметрии задачи относительно оси OX).

Для установления формулы перехода от функции $\omega(t)$ к функции $\varphi_1(z)$ выражение (2.1) запишем в виде

$$\varphi_1(t) - \lim_{\substack{z \to t \\ \text{изнутри}}} \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{L_1} \frac{\omega(t)\,dt}{t - z} - \frac{C}{2} = -\lim_{\substack{z \to t \\ \text{извне}}} \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{L_1} \frac{\omega(t)\,dt}{t - z}$$

Введем, далее, функцию $\varphi(z)$, голоморфную вне L_2 по условию

$$\varphi(z) = \begin{cases} \varphi_1(z) - \dfrac{1}{2\pi i} \displaystyle\int\limits_{L_1} \dfrac{\omega(t)\,dt}{t - z} - \dfrac{C}{2} & \text{внутри } L_1 \\ -\dfrac{1}{2\pi i} \displaystyle\int\limits_{L_1} \dfrac{\omega(t)\,dt}{t - z} & \text{вне } L_1 \end{cases} \tag{2.4}$$

Из (2.2) имеем

$$\psi_1(t) + \lim_{\substack{z \to t \\ \text{изнутри}}} \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{L_1} \frac{\overline{\omega(t)} + \bar{t}\,\omega'(t)}{t - z}\,dt - \frac{\overline{C}}{2} =$$

$$= \lim_{\substack{z \to t \\ \text{извне}}} \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{L_1} \frac{\overline{\omega(t)} + \bar{t}\,\omega'(t)}{t - z}\,dt$$

Введем голоморфную вне L_2 функцию $\psi(z)$

$$\psi(z) = \begin{cases} \psi_1(z) + \dfrac{1}{2\pi i} \displaystyle\int\limits_{L_1} \dfrac{\overline{\omega(t)} + \bar{t}\,\omega'(t)}{t - z}\,dt - \dfrac{C}{2} & \text{внутри } L_1 \\ \dfrac{1}{2\pi i} \displaystyle\int\limits_{L_1} \dfrac{\overline{\omega(t)} + \bar{t}\,\omega'(t)}{t - z}\,dt & \text{вне } L_2 \end{cases} \tag{2.5}$$

Используя (2.3), из формул (2.4) и (2.5) получаем

$$\varphi_1(z) = \varphi(z) + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \left(\frac{z}{R}\right)^k + \frac{C}{2} \tag{2.6}$$

$$\psi_1(z) = \psi(z) - \sum_{k=1}^{\infty} b_k \left(\frac{z}{R}\right)^k - \sum_{k=2}^{\infty} k a_k \left(\frac{z}{R}\right)^{k-2} + \frac{\overline{C}}{2} \tag{2.7}$$

Граничное условие (1.4), с учетом (2.6) и (2.7), приводится к виду

$$\varphi(t) + t\overline{\varphi'(t)} + \overline{\psi(t)} = f_1(t) \tag{2.8}$$

где

$$f_1(t) = -C - \sum_{k=1}^{\infty} a_k \left(\frac{t}{R}\right)^k - t \sum_{k=1}^{\infty} k a_k \frac{\overline{t}^{k-1}}{R^k} +$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} b_k \left(\frac{\overline{t}}{R}\right)^k + \sum_{k=2}^{\infty} k a_k \left(\frac{\overline{t}}{R}\right)^{k-2} - F(t)$$

Равенство (2.8) представляет собой граничное условие первой основной задачи для бесконечной односвязной области с прямолинейным разрезом по оси OX. Таким образом, определение функций $\varphi(z)$ и $\psi(z)$ сводится к решению вспомогательной задачи, соответствующей граничному условию (2.8).

3. Прямолинейный разрез по оси OX будем рассматривать как предельный случай эллипса. Для решения вспомогательной задачи отобразим внешность эллипса на внешность единичной окружности посредством известной функции [1]

$$z = A\left(\zeta + \frac{m}{\zeta}\right) + e \tag{3.1}$$

где $A = \dfrac{a+b}{2}$, $m = \dfrac{a-b}{a+b}$ (a и b — полуоси эллипса).

При $m = 1$ эллипс обращается в радиальный разрез.

Подставив (3.1) при $\zeta = \sigma = e^{i\theta}$ в (2.8), получаем граничное условие на окружности $|\zeta| = 1$

$$\varphi(\sigma) + \frac{1}{\sigma}\frac{\sigma^2 + m}{1 - m\sigma^2}\overline{\varphi'(\sigma)} + \frac{e}{A(1 - m\sigma^2)}\overline{\varphi'(\sigma)} + \overline{\psi(\sigma)} = f(\sigma) \tag{3.2}$$

Пользуясь известным методом Н. И. Мусхелишвили [1] решения плоской задачи для бесконечной плоскости с эллиптическим отверстием, получаем выражения для функций $\varphi(\zeta)$ и $\psi(\zeta)$, голоморфных вне единичной окружности $|\zeta| = 1$. Преобразовав эти выражения при $m = 1$, получаем

$$\varphi(\zeta) = \sum_{\nu=1}^{\infty} (A_\nu + B_\nu)\left(\frac{1}{\zeta}\right)^\nu \tag{3.3}$$

$$\psi(\zeta) = -\frac{A\left(\zeta + \frac{1}{\zeta}\right) + e}{A\left(1 - \frac{1}{\zeta^2}\right)} \varphi'(\zeta) + \varphi(\zeta) \tag{3.4}$$

Из выражения (3.4) на плоскости z получается зависимость

$$\psi(z) = \varphi(z) - z\varphi'(z) \tag{3.5}$$

4. Выражения функций (2.6) и (2.7) содержат неизвестные коэффициенты a_k и b_k. Из выражений (2.1), (2.2), (2.6), (2.7), с учетом (2.3), на контуре L_1 следует

$$\varphi(t) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \left(\frac{R}{t}\right)^k \tag{4.1}$$

$$\psi(t) = -\sum_{k=1}^{\infty} a_k \left(\frac{R}{t}\right)^k - \frac{a_1 R}{t} + \sum_{k=1}^{\infty} k b_k \left(\frac{R}{t}\right)^{k-2} \tag{4.2}$$

Приравнивая правые части выражений (4.2) и (3.5), с учетом (4.1), получаем рекуррентные соотношения

$$a_1 = -b_1$$

$$a_2 = -3b_2$$

$$a_k = (k-2)\, b_{k-2} - (k+1)\, b_k \quad (\text{при} \quad k = 3, 4, \ldots) \tag{4.3}$$

В выражении (3.3), заменяя ζ на z, согласно (3.1), по формуле

$$\zeta = \frac{z-e}{2A} + \sqrt{\left(\frac{z-e}{2A}\right)^2 - 1}$$

аналогично [3], получаем при $|z| > e + a$

$$\varphi(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{R}{z}\right)^k \sum_{\nu=1}^{k} (A_\nu + B_\nu)\, \alpha_{\nu,k}^{(7)} \tag{4.4}$$

Приравнивая правые части выражений (4.1) и (4.4), на контуре L_1 имеем функциональное уравнение, из которого, приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях t, получается бесконечная система линейных алгебраических уравнений относительно a_k и b_k

$$b_k = \sum_{\nu=1}^{k} (A_\nu + B_\nu)\, \alpha_{\nu,k}^{(7)} \quad (k = 1, 2, \ldots) \tag{4.5}$$

где

$$B_\nu = \frac{P}{\pi}\left(\frac{A}{e}\right)^\nu \left[2 \sum_{k=\left[\frac{\nu+2}{2}\right]}^{\infty} \frac{(-1)^k (2k-2)!\, e^{2k-1}}{R^{2k-1}} \times \right.$$

$$\times \sum_{i=0}^{\left[\frac{2k-\nu-1}{2}\right]} \frac{\left(\frac{A^2}{e^2}\right)^i}{i!\,(\nu+i)!\,(2k-2i-\nu-1)!} +$$

$$+ \sum_{k=\left[\frac{\nu+2}{2}\right]}^{\infty} \frac{(-1)^k (2k-1)!\, e^{2k-1}}{R^{2k-1}} \sum_{i=0}^{\left[\frac{2k-\nu-1}{2}\right]} \frac{\left(\frac{A^2}{e^2}\right)^i}{(2k-2i-\nu-1)!\, i!\, (\nu+i)!} -$$

$$- \frac{e}{R} \sum_{k=\left[\frac{\nu+1}{2}\right]}^{\infty} \frac{(-1)^k 2k!\, e^{2k}}{R^{2k}} \sum_{i=0}^{\left[\frac{2k-\nu}{2}\right]} \frac{\left(\frac{A^2}{e^2}\right)^i}{(2k-2i-\nu-1)!\, i!\, (i+\nu+1)!} -$$

$$- \frac{A^2}{Re} \sum_{k=\left[\frac{\nu+2}{2}\right]}^{\infty} \frac{(-1)^k 2k!\, e^{2k}}{R^{2k}} \sum_{i=0}^{\left[\frac{2k-\nu-1}{2}\right]} \frac{\left(\frac{A^2}{e^2}\right)^i}{(2k-2i-\nu-1)!\, i!\, (i+\nu+1)!} -$$

$$\left. - \frac{e}{R} \sum_{k=\left[\frac{\nu+1}{2}\right]}^{\infty} \frac{(-1)^k 2k!\, e^{2k}}{R^{2k}} \sum_{i=0}^{\left[\frac{2k-\nu+1}{2}\right]} \frac{\left(\frac{A^2}{e^2}\right)^i}{(2k-2i-\nu-1)!\, i!\, (i+\nu+1)!} \right] \tag{4.6}$$

а выражения A_ν и $\alpha^{(7)}_{\nu,k}$ совпадают с соответствующими выражениями, приведенными в работе [3].

5. Решение задачи свелось к определению неизвестных коэффициентов из бесконечных систем (4.3) и (4.5). Отметим, что эти уравнения аналогичны бесконечным системам уравнений, полученных ранее в работе [3], где доказана их квазивполне регулярность. Различны только свободные члены уравнений.

Можно показать, что при условии

$$B_\nu < B\left(\frac{a}{R-e}\right)^\nu \quad (\text{при } \nu = 1, 2, 3, \ldots) \tag{5.1}$$

где B — ограниченная сверху величина при $\frac{a}{R-e} < 1$, доказательство регулярности уравнений (4.3) и (4.5) аналогично приведенному в работе [3]. Покажем, что условие (5.1) имеет место. В выражении (4.6), изменив порядок суммирования, получаем

$$B_\nu = \frac{P}{\pi}\left(\frac{A}{e}\right)^\nu \left[2 \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{A^2}{e^2}\right)^i}{i!\,(\nu+i)!} \sum_{k=i+\left[\frac{\nu+2}{2}\right]}^{\infty} \frac{(-1)^k (2k-2)!\, e^{2k-1}}{R^{2k-1}(2k-2i-\nu-1)!} + \right.$$

$$+ \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{A^2}{e^2}\right)^i}{i!\,(\nu+i)!} \sum_{k=i+\left[\frac{\nu+2}{2}\right]}^{\infty} \frac{(-1)^k (2k-1)!\, e^{2k-1}}{R^{2k-1}(2k-2i-\nu-1)!} -$$

$$- \frac{e}{R} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{A^2}{e^2}\right)^i}{i!\,(\nu+1)!} \sum_{k=i+\left[\frac{\nu+1}{2}\right]}^{\infty} \frac{(-1)^k\, 2k!\, e^{2k}}{R^{2k}(2k-2i-\nu)!} -$$

$$- \frac{e}{R} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{A^2}{e^2}\right)^i}{i!\,(i+\nu-1)!} \sum_{k=i+\left[\frac{\nu}{2}\right]}^{\infty} \frac{(-1)^k\, 2k!\, e^{2k}}{R^{2k}(2k-2i-\nu+1)!} -$$

$$\left. - \frac{A^2}{Re} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{A^2}{e^2}\right)^i}{i!\,(i+\nu+1)!} \sum_{k=i+\left[\frac{\nu+2}{2}\right]}^{\infty} \frac{(-1)^k\, 2k!\, e^{2k}}{R^{2k}(2k-2i-\nu-1)!} \right] \qquad (5.2)$$

Рассмотрим неравенство

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{A^2}{e^2}\right)^i}{i!\,(\nu+i)!} \sum_{k=i+\left[\frac{\nu+2}{2}\right]}^{\infty} \frac{(-1)^k (2k-2)!\, e^{2k-1}}{R^{2k-1}(2k-2i-\nu-1)!} <$$

$$< \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{A^2}{e^2}\right)^i}{i!\,(\nu+i)!} \sum_{k=i+\left[\frac{\nu+2}{2}\right]}^{\infty} \frac{(2k-2)!}{(2k-2i-\nu-1)!} \left(\frac{e}{R}\right)^{2k-1} \qquad (5.3)$$

Учитывая

$$\sum_{k=i+\left[\frac{\nu+2}{2}\right]}^{\infty} \frac{(2k-2)!}{(2k-2i-\nu-1)!} \left(\frac{e}{R}\right)^{2k-2i-\nu-1} < \frac{(2i+\nu-1)!}{\left(1-\frac{e}{R}\right)^{2i+\nu}}$$

при $\frac{e}{R} < 1$

и преобразуя правую часть неравенства (5.3), получаем

$$2\frac{P}{\pi}\left(\frac{A}{e}\right)^{\nu}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{A^2}{e^2}\right)^i}{i!\,(\nu+i)!}\sum_{k=i+\left[\frac{\nu+2}{2}\right]}^{\infty}\frac{(-1)^k(2k-2)!\,e^{2k-1}}{R^{2k-1}(2k-2i-\nu-1)!}<$$

$$<2\frac{P}{\pi}\left(\frac{a}{R-e}\right)^{\nu}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(2i+\nu-1)!}{i!\,(\nu+i)!2^{\nu}}\left[\frac{A^2}{(R-e)^2}\right]^i \quad \text{при} \quad \frac{e}{R}<1$$

Аналогичные неравенства получаются для остальных сумм, входящих в (5.2). Следовательно, имеем

$$|B_{\nu}|<\left(\frac{a}{R-e}\right)^{\nu}D_{\nu} \tag{5.4}$$

где

$$D_{\nu}=\frac{P}{\pi}\left\{2\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(2i+\nu+1)!}{i!\,(\nu+i)!2^{\nu}}\left[\frac{A^2}{(R-e)^2}\right]^i+\right.$$

$$+\frac{R}{R-e}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(2i+\nu)!}{i!\,(\nu+i)!2^{\nu}}\left[\frac{A^2}{(R-e)^2}\right]^i+$$

$$+\frac{e}{R-e}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(2i+\nu)!}{i!\,(\nu+i)!2^{\nu}}\left[\frac{A^2}{(R-e)^2}\right]^i+$$

$$+\frac{A^2}{(R-e)^2}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(2i+\nu+1)!}{i!\,(i+\nu+1)!2^{\nu}}\left[\frac{A^2}{(R-e)^2}\right]^i+$$

$$\left.+\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(2i+\nu-1)!}{i!\,(i+\nu-1)!2^{\nu}}\left[\frac{A^2}{(R-e)^2}\right]^i\right\} \tag{5.5}$$

Рассмотрим разность

$$\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(2i+\nu-1)!}{i!\,(\nu+i)!2^{\nu}}\left[\frac{A^2}{(R-e)^2}\right]^i-\sum_{i=0}^{\infty}\frac{[2i+(\nu+1)-1]!}{i!\,[(\nu+1)+i]!\,2^{\nu+1}}\left[\frac{A^2}{(R-e)^2}\right]^i$$

откуда

$$\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(2i+\nu-1)!}{i!\,(\nu+i)!2^{\nu}}\left[\frac{A^2}{(R-e)^2}\right]^i\left[1-\frac{2i+\nu}{2(\nu+i+1)}\right]>0 \tag{5.6}$$

Так как разность (5.6) всегда положительна, то имеем

$$\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{\infty}\left[\frac{A^2}{(R-e)^2}\right]^i\frac{2i!}{i!\,(i+1)!}\geqslant\sum_{i=0}^{\infty}\left[\frac{A^2}{(R-e)^2}\right]^i\frac{(2i+\nu-1)!}{i!\,(\nu+i)!2^{\nu}}$$

аналогично

$$B > D_\nu \quad (\text{при } \nu = 1, 2, \ldots) \tag{5.7}$$

где

$$B = \frac{P}{\pi}\Bigg\{\sum_{i=0}^{\infty}\frac{2i!}{i!\,(i+1)!}\left[\frac{A^2}{(R-e)^2}\right]^i +$$

$$+\frac{R}{2\,(R-e)}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(2i+1)!}{i!\,(i+1)!}\left[\frac{A^2}{(R-e)^2}\right]^i +$$

$$\frac{1}{2}\,\frac{e}{R-e}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(2i+1)!}{i!\,(i+1)!}\left[\frac{A^2}{(R-e)^2}\right]^i +$$

$$+\frac{1}{2}\,\frac{A^2}{(R-e)^2}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(2i+2)!}{i!\,(i+2)!}\left[\frac{A^2}{(R-e)^2}\right]^i +$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{2i!}{i!\,i!}\left[\frac{A^2}{(R-e)^2}\right]^i\Bigg\} \tag{5.8}$$

Величина B ограничена сверху при $\dfrac{a}{R-e} < 1$. Сходимость рядов в выражении (5.8) вытекает из признака Даламбера. Неравенство (5.4), с учетом (5.7), можем заменить неравенством

$$|B_\nu| < \left(\frac{a}{R-e}\right)^\nu B$$

что совпадает с условием (5.1).

6. Напряжения σ_x, σ_y и τ_{xy} находятся из формул [1]

$$\sigma_x + \sigma_y = 2\left[\varphi_2'(z) + \overline{\varphi_2'(z)}\right]$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2\left[\bar{z}\varphi_2''(z) + \psi_2'(z)\right]$$

Напряжения в окрестности концов радиального разреза представляются в виде

$$\sigma_x = \frac{N}{\sqrt{s}} + G_1(0)$$

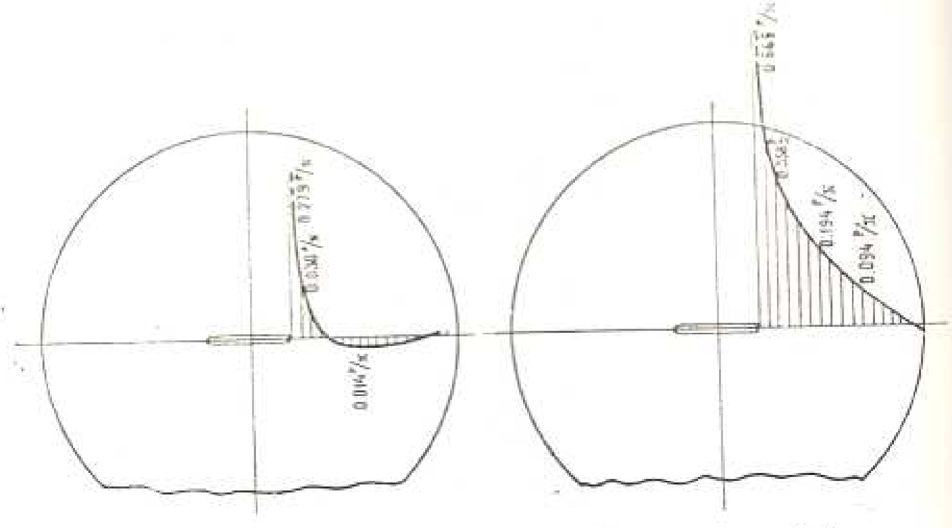
$$\sigma_y = \frac{N}{\sqrt{s}} + G_2(0)$$

где s—расстояние рассматриваемой точки по оси OX до вершины разреза.

$$N = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{A}}\left[-\sum\limits_{\nu=1}^{\infty} \nu(A_\nu + B_\nu)\right] \\ \dfrac{1}{\sqrt{A}}\left[-\sum\limits_{\nu=1}^{\infty} (-1)^\nu \nu(A_\nu + B_\nu)\right] \end{cases}$$

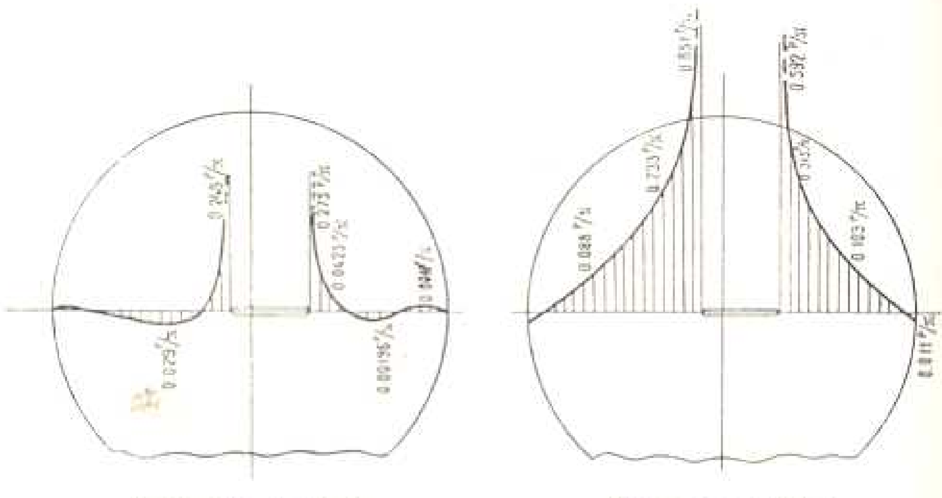
$G_1(0)$ и $G_2(0)$ — ограниченные величины.

Приведены эпюры напряжений для случая разреза длины $2a = 0.4R$ при положении центра разреза $c=0$, $c=0.1\ R$, $c=0.2\ R$, $c=0.3\ R$ (фиг. 2, 3, 4, 5).



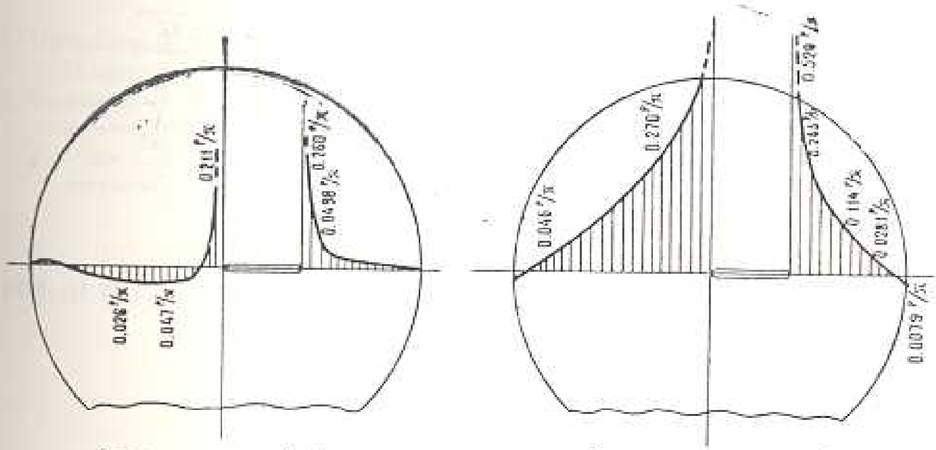
Эпюра напряжений σ_x Эпюра напряжений σ_y

Фиг. 2.



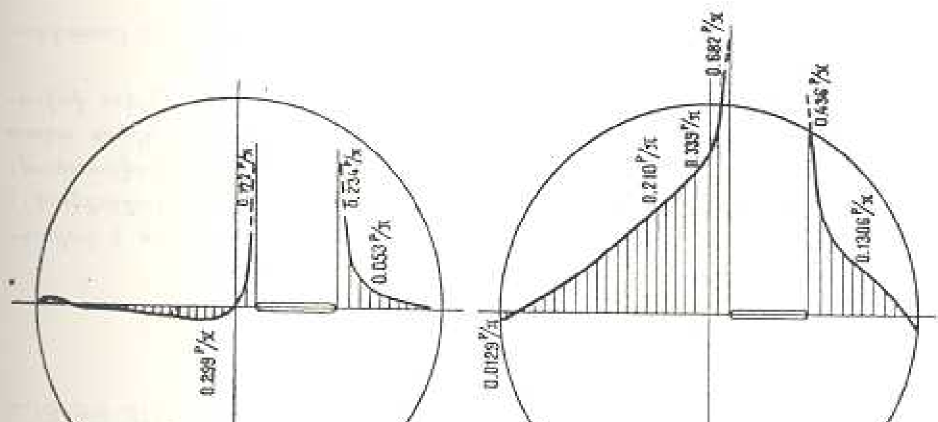
Эпюра напряжений σ_x Эпюра напряжений σ_y

Фиг. 3



Эпюра напряжений σ_x Эпюра напряжений σ_y

Фиг. 4.



Эпюра напряжений σ_x Эпюра напряжений σ_y

Фиг. 5.

Сравнение полученных результатов с результатами задачи для сплошного диска под действием сосредоточенных сил показывает, что наличие разреза в диске приводит к качественному изменению характера распределения по оси OX напряжений σ_x и σ_y. Величины коэффициентов интенсивности напряжений приведены в таблице 1.

Таблица 1

Наим. вершины	Значение эксцентриситета			
	$e=0$	$e=0.1R$	$e=0.2R$	$e=0.3R$
Левая	$0.3067\frac{P}{\pi}$	$0.314\frac{P}{\pi}$	$0.3086\frac{P}{\pi}$	$0.289\frac{P}{\pi}$
Правая	$0.3067\frac{P}{\pi}$	$0.285\frac{P}{\pi}$	$0.254\frac{P}{\pi}$	$0.215\frac{P}{\pi}$

Ереванский политехнический
институт им. К. Маркса

Поступила 29 III 1976

Օ. Մ. ՍԱՊՈՆՋՅԱՆ, Ռ. Լ. ԷՆՖԻԱՋՅԱՆ

ՇԱՌԱՎՂԱՅԻՆ ԿՏՐՎԱԾՔՈՎ ԿԼՈՐ ՍԿԱՎԱՌԱԿԸ ԿԵՆՏՐՈՆԱՑՎԱԾ ՈՒԺԵՐԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՏԱԿ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դիտարկվում է առաձգականության տեսության հարթ խնդիրը շառավղային կտրվածքով կլոր տիրույթի համար։

Համարվում է, որ արտաքին եզրագծի վրա կիրառված են երկու փոխադարձ հավասարակշռված ուժեր, իսկ շառավղային կտրվածքի եզրերը ազատ են բեռից։ Խնդրի լուծումը բերվում է հանրահաշվական գծային հավասարումների անվերջ սիստեմների և ռեկուրենտ առնչությունների։ Ապացուցվում է անվերջ սիստեմների քվազի-լիովին ռեգուլյարությունը։ Որոշված է լարումների ինտենսիվության գործակիցները կտրվածքի ծայրերում։

Կատարված է թվային հաշվարկ։

CIRCULAR DISC WITH A RADIAL SLIT UNDER THE EFFECT OF CONCENTRATED FORCES

O. M. SAPONJIAN, R. L. ENFIAJIAN

S u m m a r y

The plane problem in the theory of elasticity for a circular region with a radial slit is considered. Two mutually balanced forces are assumed to be applied to the outer contour while the borders of the radial slit are load-free. The solution of the problem is reduced to an infinite system of linear algebraic equations and recurrent relations. A quasi-regularity of the infinite systems is proved. The coefficients of stress intensities near the slit's tops are determined. Numerical calculations are performed.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мусхелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., изд. «Наука», 1966, стр. 296—302.
2. *Шерман Д. И.* О напряжениях в весовой полуплоскости, ослабленной двумя круговыми отверстиями. Прикл. математика и механика, 1951, т. XV, вып. 3.
3. *Заргарян С. С., Энфиаджян Р. Л.* Равномерно растянутая круглая пластинка с радиальной трещиной. Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1972, т. XXV, № 2.