

А. А. АБГАРЯН

О СЛУЧАЙНЫХ КОЛЕБАНИЯХ КОСМИЧЕСКОГО  
ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В СВЕТОВОМ ПОТОКЕ

Проблема управления угловым положением космического летательного аппарата (КЛА) приобретает все большую важность для заатмосферных научных исследований [1]. Одним из путей решения этой проблемы является использование солнечного светового давления [2]. В этом случае управляющие вращательные моменты формируются в результате взаимодействия солнечного света со специальными черно-белыми покрытиями, нанесенными на поверхность КЛА, плоскими или коническими рулями и т. п. [3]—[5]. Применение светового моментного привода для прецизионной ориентации и стабилизации КЛА открывает широкие возможности для проведения фундаментальных научных экспериментов в космическом пространстве. Так, например, в работе [6] обсуждается принцип организации систематического наблюдения эйнштейновского эффекта отклонения света гравитационным полем [7] со спутника Земли, постоянно ориентированного на Солнце, с помощью солнечного светового давления. Действительно, для спутника, выведенного на орбиту высотой более 1000 км, основным из астро- и геофизических факторов, создающих вращательные моменты, влияющие на его угловое положение, является солнечное световое давление [3]. При этом возмущающими вращательными моментами, возникающими за счет гравитационного градиента, аэродинамических эффектов, магнитного поля и т. п. в первом приближении можно пренебречь и считать, что продолжительно не заходящий в тень Земли аппарат и размещенные на нем приборы постоянно ориентированы на Солнце. Однако, современный научный эксперимент предъявляет высокие требования к точности поддержания ориентации приборов и КЛА: 0.01" и менее [8]. Поэтому учет возмущающего действия внутренних и внешних моментов, приводящих к постепенному накоплению отклонений, является существенным и представляет собой достаточно сложную задачу. Ее сложность определяется, в частности, и тем, что всякий реальный КЛА представляет собой сложный комплекс смещающихся друг относительно друга в процессе функционирования деталей и узлов, что приводит к возникновению случайным образом распределенных возмущающих внутренних моментов. Подобным же образом создают внутренние возмущения и перемещения экипажа внутри КЛА. С целью их учета и описания создаваемых ими эффектов в работе [9] использован статистический подход, заключающийся в следующем. Уравнения движения КЛА линеаризуются и определение аддитивного воздействия многих малых дискретных возмущений производится путем представления процесса в виде марковского случайного блуждания. Такой подход позволил применить к описанию поведения массивного КЛА с развитыми главными значения-

ми тензора инерции уравнение диффузии, то есть Эйнштейна—Фоккера—Планка—Колмогорова (ЭФПК) для функции плотности вероятности углового смещения. Таким образом, описание поведения КЛА, выполняющего научно-исследовательские функции, приближается к описанию работы прецизионных приборов, для которых необходим статистический учет внутренних и внешних шумов. Отметим также, что характерной чертой поведения измерительных приборов является «дрейф нуля», то есть смещение его нуля-пункта в результате постепенного накопления элементами прибора различных изменений [10]. Подобный подход представляется целесообразным распространить и на описание поведения КЛА со световым моментным приводом, захваченного в прецизионно стабилизированный режим ориентации на Солнце.

Теоретическое рассмотрение задач, возникающих при описании движения вокруг центра масс твердого тела, испытывающего влияние светового потока, велось, как правило, в идеализированной постановке, изменением со временем оптических свойств управляющих поверхностей пренебрегалось. Однако, под влиянием таких факторов космического пространства, как высокий вакуум, интенсивное излучение и т. п., оптические характеристики покрытий должны изменяться [11]. Поэтому будет изменяться и степень взаимодействия КЛА со световым потоком. В этой связи ниже рассматривается задача о малых крутильных колебаниях КЛА, ориентированного солнечным световым потоком, с изменяющимися во времени оптическими характеристиками.

Пусть аппарат представляет собой черно-белый цилиндр. Черное покрытие нанесено так, что его границы проходят по продольным образующим выше границы симметрии поверхности на малые конечные углы  $\alpha$ , отсчитываемые от нее в плоскости кругового поперечного сечения. Нанесенное таким образом покрытие с большой степенью точности обеспечивает линейность угловой зависимости управляющего вращательного момента, ориентирующего цилиндр светлой стороной на Солнце (симметричное покрытие привело бы к квадратичной зависимости) [12]. В соответствии со сказанным выше примем, что черно-белое покрытие не идеально и характеризуется постепенно изменяющимися коэффициентами поглощения  $R_1(t)$  в более светлой части покрытия и  $R_2(t)$  в его более темной части. Расчеты дают следующее выражение для возвращающего момента при малых углах  $\psi$  отклонения от направления на Солнце:

$$M \approx -2P_0abh(R_2 - R_1)\left(\psi - \frac{2}{3}\psi^3\right) \quad (1)$$

где  $P_0$  — давление света на идеально поглощающую поверхность,  $b$  и  $h$  — радиус и длина цилиндра.

При составлении уравнения для малых крутильных колебаний КЛА вокруг оси крена воспользуемся рассмотренным выше статистическим подходом, учитывая, что на аппарат действуют внутренние возмущения стохастического характера и внешние, создаваемые аэродинамическими эффектами, магнитными полями, гравитационным градиентом, ударами микро-

метеоритов и т. п. Поскольку все эти возмущения независимы друг от друга, можно предположить, что их результирующая может быть представлена как случайная функция и ее высокочастотная составляющая на определенном интервале времени эквивалента стационарному стохастическому процессу. Введение интенсивного нелинейного демпфирования в систему, обладающую положением устойчивого равновесия, создаваемого возвращающим моментом светового привода, способствует ограничению последствия возмущений и применимости аппарата уравнений ЭФПК к описанию поведения системы.

Положим для упрощения рассмотрения задачи, что случайное воздействие не создает параметрических эффектов и носит характер случайного вращательного момента  $\mu \xi(t)$ , где  $\mu$  — коэффициент, характеризующий уровень случайных возмущений. Уравнение малых колебаний, что позволяет пренебречь гироскопическими связями между осями аппарата, имеет вид:

$$\ddot{\psi} + 2\delta(1 + \gamma\dot{\psi}^2)\dot{\psi} + \omega_0^2(t)\psi = \frac{2}{3}\omega_0^2(t)\psi^3 + \mu\xi(t) \quad (2)$$

где  $\omega_0^2(t) = \frac{2P_0\alpha b h}{I} [R_2(t) - R_1(t)]$ ,  $I$  — компонента тензора инерции,  $\delta$  и  $\gamma$  — параметры, определяющие закон демпфирования колебаний. Таким образом, КЛА в световом потоке эквивалентен нелинейному осциллятору, возбуждаемому случайной силой [13].

После замены переменных вида

$$\psi = \frac{a(t)}{\sqrt{\omega}} \cos \varphi, \quad \dot{\psi} = -a(t)\sqrt{\omega} \sin \varphi, \quad \dot{\varphi} = \int_0^t \omega(\tau) d\tau + \theta(t) \quad (3)$$

с помощью асимптотического метода Крылова—Боголюбова [14] и процедуры усреднения случайных функций, разработанной Стратоновичем [15], получаются следующие эквивалентные исходному уравнению (2) дифференциальные уравнения ЭФПК для функции распределения вероятности амплитудного фактора  $P(a)$  и фазы  $W(\theta)$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial a} \left\{ \left[ m_1 - \delta a - \frac{\delta\gamma a^3}{4\omega} \right] P \right\} = \frac{1}{2} \sigma_1^2 \frac{\partial^2 P}{\partial a^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \left[ \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2\omega} - \frac{\omega_0^2 a^2}{4\omega} \right] W \right\} = \frac{1}{2} \sigma_2^2 \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} \quad (5)$$

где

$$\sigma_1^2 = \frac{\mu^2 \chi(\omega)}{2\omega}, \quad m_1 = \frac{\sigma_1^2}{2a}, \quad \sigma_2^2 = \frac{\mu^2 \chi(\omega)}{2a^3 \omega}$$

$\chi(\omega)$  — спектральная плотность шумов на частоте  $\omega$ .

Поскольку параметр  $\omega_0(t)$  медленно изменяется со временем, с высокой степенью точности справедливо квазистатическое или адиабатическое приближение, при котором  $\frac{\partial P}{\partial t} \approx 0$ .

В указанном адиабатическом приближении имеем

$$P(a, t) = \sqrt{\frac{\delta\gamma_1}{2\sigma_1^2\pi^0}} a e^{\left[ -\frac{\lambda a^2}{\sigma_1^2} - \frac{\delta\gamma_1 a^4}{8\sigma_1^2\omega} - \frac{2\delta\omega}{\sigma_1^2\gamma_1} \right]} \left[ \Phi\left(\frac{2}{\sigma_1} \sqrt{\frac{\delta\omega}{\gamma_1}}\right) \right]^{-1}$$

где

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

Приближенное решение уравнения (5) для диффузионного распада фазы получается в виде

$$W(b, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2 t}} e^{-\frac{\left[ b - \int_0^t B(\tau) d\tau \right]^2}{2\sigma_2^2 t}}$$

где

$$B = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2\omega} - \frac{\omega_0^2 a^2}{4\omega^2}$$

Полученные результаты позволяют определить величину наибольшего вероятного отклонения КЛА от направления на Солнце

$$\varphi_{\text{н.в.}} = \left| \frac{2}{\gamma_1} + \sqrt{\frac{4}{\gamma_1^2} + \frac{2\sigma_1^2}{\delta\gamma_1\omega(t)}} \right|^{1/2}$$

Как видно из (8), это отклонение зависит от уровня возмущающих воздействий, убывает с увеличением параметров демпфирования и медленно увеличивается со временем, что свидетельствует о постепенном ухудшении качества светового моментного привода.

Считаю приятным долгом выразить свою благодарность М. М. Клеву за постановку рассмотренного вопроса.

Ա. Ա. ԱՐԲԱՐՅԱՆ

ԼՈՒՅՍԻ ՀՈՍՔՈՒԲ ԳՏԵՎՈՂ ՏՆԵՂԵՐԱԿԱՆ ԹՈՉՈՂ ՍԱՐՔԻ ՊԱՏԱՀԱԿԱՆ  
ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո ս մ

Հոգվածում արվում է տիեզերական թռչող սարքի փոքր միաբաղադրիչ առանումների վիճակագրական նկարագրությունը, նկատի ունենալով ինչպես մի շարք անխտանափելի պատահական ազդեցությունները, այնպես էլ արևի ճառագայթումից առաջացող մոմենտը:

ON ACCIDENTAL VIBRATION OF THE SPACECRAFT  
IN THE STREAM OF LIGHT

A. A. ARBARIAN

S u m m a r y

A statistic description is presented of small monocomponent vibration of the spacecraft radiationally stabilized, under the effect of accidental disturbance, with monotonically changing parameters of the light moment drive.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гурздян Г. А. Некоторые вопросы астрономической ориентации и прецизионной стабилизации астрономической аппаратуры на космических кораблях. Тезисы доклада, VI симпозиум ИФАК, управление в пространстве, Цахкадзор, август 1974 г.
2. Цандер Ф. А. Проблема полета при помощи реактивных аппаратов. Межпланетные полеты, М., Оборонгиз, 1961.
3. Алексеев К. Б., Бобынин Г. Г. Управление космическими летательными аппаратами. М., «Машиностроение», 1974.
4. Галицкая Э. Б., Киселев М. И. О радиационной ориентации космических аппаратов. Космические исследования, 1965, III, 3, 391.
5. Джуманалиев Н. Д., Киселев М. И., Кресогликов О. В. О солнечном руле. Космические исследования, 1971, IX, 4, 610.
6. Киселев М. И., Крауцов В. Е. О возможности повышения метрологического уровня изучения эффекта Эйнштейна. Научные труды ВНИИФТРИ. Проблемы физической оптики и метрологии, стр. 38, М., 1975.
7. Эйнштейн А. Сущность теории относительности. М., ИЛ, 1955.
8. Proise M. AIAA-Paper, 1972, 853; 11 pp.
9. Дэвидсон И. Р., Армстронг Р. А. Влияние движений экипажа на ориентацию космического корабля. Ракетная техника и космонавтика, 1971, IX, № 2, 53.
10. Абарян А. А., Киселев М. И. Статистическое описание эволюции режима работы частотного преобразователя. Измерительная техника, 1975, № 7, 21.
11. Naumann R. I. Skylab induced environment. AIAA Paper, 1974, No. 1225.
12. Джуманалиев Н. Д., Киселев М. И. О малых колебаниях черно-белых тел, стабилизированных световым потоком. Космические исследования, 1967, V, 4, 636.

13. Киселев М. И., Руденко В. Н. Параметрическая неустойчивость космических тел в световом потоке. Научные труды ВНИИФТРИ. Проблемы гравитационных измерений, стр. 36, М., 1974.
14. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., Наука, 1974.
15. Стратонович Р. А. Радиотехника и электроника, 1958, вып. 3, № 4.