ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XXIX, № 3, 1976 Механика

Р. М. БАРСЕГЯН

ОЦЕНКИ СПОСОБОВ ЛИНЕАРИЗАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ БЕЗНАПОРНОЙ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Двухмерное движение воды в гидравлически связанных двух водоносных горизонтах, которые разделены горизонтальной слабопроницаемой прослойкой, описывается уравнением

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial h}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(h\frac{\partial h}{\partial y}\right)-\omega^2(h-H)=0 \tag{1}$$

где $h(x, y)$ — глубина фильтрационного потока верхнего безнапорного горизонта; H — постоянный напор нижнего напорного горизонта; $\omega^2=\frac{\overline{k}}{k\overline{T}}$, k — коэффициент фильтрации напорного горизонта; $\overline{k}$ и $\overline{T}$ — соответственно коэффициент фильтрации и мощность слабопроницаемой прослойки.

При осесимметричном движении из уравнения (1) получим

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left[rh\frac{dh}{dr}\right]-\omega^2(h-H)=0 \tag{2}$$

где

$$r=\sqrt{x^2+y^2}$$

Существуют различные способы приближенного решения уравнения (2). Наиболее эффективные приближенные решения этого уравнения основаны на приближенной ее аппроксимации линейными уравнениями (линеаризация).

При первом способе линеаризации глубина фильтрационного потока h в квадратных скобках уравнения (2) заменяется некоторым средним значением $h_{ср}$ и в результате нелинейное уравнение (2) заменяется следующим линейным уравнением:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dh}{dr}\right)-\frac{\omega^2}{h_{ср}}(h-H)=0 \tag{3}$$

При четвертом способе линеаризации [1] уравнение (2) заменяется линейным уравнением

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{du}{dr}\right)-\frac{\omega^2}{H}(u-u_0)=0 \tag{4}$$

где

$$u=h^2,\quad u_0=H^2$$

Вышеуказанные способы линеаризации широко применяются в теории как установившейся, так и неустановившейся фильтрации, несмотря на то, что до настоящего времени не даны оценки точности этих способов.

Ниже, с помощью метода квазилинеаризации доказывается, что уравнения, линеаризованные первым и четвертым способами, совпадают с первыми приближениями последовательностей квазилинейных уравнений. Будет также показано, что решения последовательности квазилинеаризованных уравнений чрезвычайно быстро сводятся к решению исходного нелинейного уравнения и поэтому решения линеаризованных первым и четвертым способами уравнений как решения первых приближений сходящихся последовательностей действительно будут приближенными решениями для исходных нелинейных уравнений. Метод квазилинеаризации дает возможность найти оценки любого приближения. В частности, оценка первого приближения в последовательности линейных уравнений является и оценкой способов линеаризации при удобном выборе нулевого приближения.

Пусть требуется найти решение уравнения (2) с условиями

$$h|_{r=r_c} = H_1, \quad h|_{r=l} = H_2 \tag{5}$$

С помощью подстановки $\frac{h^2}{2} = u$ из задачи (2), (5) получим задачу (6), (7)

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left[r\frac{du}{dr} \right] - \omega^2(\sqrt{2u} - H) = 0 \tag{6}$$

$$u|_{r=r_c} = \frac{H_1^2}{2} = \bar{u}_1, \quad u|_{r=l} = \frac{H_2^2}{2} = \bar{u}_2 \tag{7}$$

В дальнейшем параллельно будут рассмотрены следующих два случая. В первом случае напор нижнего напорного горизонта больше, чем граничные значения H_1 и H_2 ($H_1 < H_2 < H$). Этот случай отвечает отбору воды из напорного горизонта. Во втором случае напор H нижнего горизонта меньше, чем $\min(H_1, H_2)$, ($H < H_1 < H_2$). Этот случай отвечает нагнетанию воды в напорный горизонт.

Перепишем уравнение (6) в общем виде

$$u'' = f(u', u, r) \tag{8}$$

где

$$f(u', u, r) = \omega^2(\sqrt{2u} - H) - \frac{u'}{r}$$

По методу квазилинеаризации [2] заменим уравнение (8) следующей последовательностью линейных уравнений:

$$u''_{n+1} = f(u'_n, u_n, r) + f_{u'}(u'_n, u_n, r)(u'_n - u'_{n-1}) + f_u(u'_n, u_n, r)(u_n - u_{n-1}) \tag{9}$$

Задача нахождения решения уравнения (9) для каждого n при граничных условиях

$$u_{n+1}\big|_{r=r_c}=\overline{u}_1, \quad u_{n+1}\big|_{r=l}=\overline{u}_2$$

равносильна нахождению функции $u_{n+1}(r)$ из интегрального уравнения Фредгольма второго рода

$$u_{n+1}=f_0(r)+\int_{r_c}^{l} G(r,\ y)\left[f(n)+f_{u'}(n)(u_n'-u_{n-1}')+f_u(n)(u_n-u_{n-1})\right]dy$$

где обозначены $f(n)=f(u_n',\ u_n,\ r)$, $f_0(r)=\overline{u}_1+\dfrac{\overline{u}_2-\overline{u}_1}{l-r_c}(r-r_c)$

$$G(r,\ y)=\begin{cases}\dfrac{y(l-r_c-r)}{r_c-l} & \text{при} \quad y\leqslant r\\[2ex] \dfrac{r(l-r_c-y)}{r_c-l} & \text{при} \quad r\leqslant y\end{cases}$$

Составим аналогичное уравнение для разности $(n+1)$-го и n-го шагов

$$u_{n+1}-u_n=\int_{r_c}^{l} G(r,\ y)\{f(n)-f(n-1)+f_{u'}(n)(u_{n+1}'-u_n')+$$

$$+f_u(n)(u_{n+1}-u_n)-f_{u'}(n-1)(u_n'-u_{n-1}')-f_u(n-1)(u_n-u_{n-1})\}\,dy \tag{10}$$

По формуле Тейлора второго порядка для функции $f(n)$ в точке $(n-1)$ имеем

$$f(n)=f(n-1)+(u_n'-u_{n-1}')f_{u'}(n-1)+(u_n-u_{n-1})f_u(n-1)+$$

$$+\frac{1}{2}f_{u'}(\theta_n)(u_n'-u_{n-1}')^2+\frac{1}{2}f_u(\theta_n)(u_n-u_{n-1})^2+$$

$$+f_{u',u}(\theta_n)(u_n'-u_{n-1}')(u_n-u_{n-1})$$

где $f_{u'}(\theta_n)=\dfrac{\partial^2 f[u_{n-1}'+\theta(u_n'-u_{n-1}'),\ u_{n-1}+\theta(u_n-u_{n-1}),\ r]}{(\partial u')^2}$ и т. д.

Подставляя последнее выражение в (10), получим

$$u_{n+1}-u_n=\int_{r_c}^{l} G(r,\ y)\left\{\frac{1}{2}f_{u'}(\theta_n)(u_n'-u_{n-1}')^2+\frac{1}{2}f_u(\theta_n)(u_n-u_{n-1})^2+\right.$$

$$+f_{u',u}(\theta_n)(u_n'-u_{n-1}')(u_n-u_{n-1})+f_{u'}(n)(u_{n+1}'-u_n')+$$

$$\left.+f_u(n)(u_{n+1}-u_n)\right\}dy \tag{11}$$

Здесь без доказательства отметим, что из сходимости функций $u_n(r)$ следует сходимость в среднем их первых производных.

Далее, в виду того, что

$$\max G(r, y) = \frac{l - r_c}{4}$$

из (11) следует неравенство

$$|u_{n+1} - u_n| \leq \frac{l - r_c}{4} \int_{r_c}^{l} \Big\{ \frac{1}{2} [\max |f''_{u'}(\theta_n)| (u'_n - u'_{n-1})^2 +$$

$$+ |f''_u(\theta_n)| (u_n - u_{n-1})^2] + M |u'_n - u'_{n-1}| +$$

$$+ N |u'_{n+1} - u'_n| + |f'_u(n)| |u_{n+1} - u_n| \Big\} dy \qquad (12)$$

где

$$M = \max |f''_{u', u}(\theta_n)| \max |u_n - u_{n-1}|, \quad N = \max |f'_{u'}(n)|$$

В силу равенства, справедливого для любого n,

$$\int_{r_c}^{l} (u'_{n+1} - u'_n)\, dy = u_{n+1}\big|_{r_c}^{l} - u_n\big|_{r_c}^{l} = 0$$

имеет место

$$\int_{r_c}^{l} M |u'_n - u'_{n-1}|\, dy = \int_{r_c}^{l} N |u'_{n+1} - u'_n|\, dy = 0$$

и тогда с помощью максимизации и интегрирования из (12) получим

$$\max |u_{n+1} - u_n| \leq \frac{(l - r_c)^2}{2[4 - q(l - r_c)^2]} [\tau \max |u'_n - u'_{n-1}|^2 +$$

$$+ p \max |u_n - u_{n-1}|^2] \qquad (13)$$

где

$$\tau = \max |f''_{u'}(\theta_n)|, \quad p = \max |f''_u(\theta_n)|, \quad q = \max |f'_u(n)|$$

Из неравенства (13) можно перейти к более простому неравенству. С этой целью рассмотрим разность

$$u_n(r) - u_{n-1}(r) = u_n(r_c) - u_{n-1}(r_c) + \int_{r_c}^{l} [u'_n(y) - u'_{n-1}(y)]\, dy$$

откуда, учитывая условия

$$u_n(r_c) = u_{n-1}(r_c)$$

получим

$$u_n(r) - u_{n-1}(r) = \int\limits_{r_c}^{r} [u_n'(y) - u_{n-1}'(y)]\, dy$$

или

$$[u_n(r) - u_{n-1}(r)]^2 = \left[\int\limits_{r_c}^{r} (u_n' - u_{n-1}')\, dy\right]^2$$

В силу неравенства Буняковского

$$[u_n(r) - u_{n-1}(r)]^2 \leqslant (r - r_c) \int\limits_{r_c}^{r} (u_n' - u_{n-1}')^2\, dy$$

Заменив справа r через l, усилим это неравенство

$$[u_n(r) - u_{n-1}(r)]^2 \leqslant (l - r_c) \int\limits_{r_c}^{l} (u_n' - u_{n-1}')^2\, dy$$

откуда с помощью максимизации и интегрирования имеем

$$\max|u_n - u_{n-1}|^2 \leqslant (l - r_c)^2 \max|u_n' - u_{n-1}'|^2$$

Подставляя последнее неравенство в (13), получим

$$\max|u_{n+1} - u_n| \leqslant B \max|u_n' - u_{n-1}'|^2 \tag{14}$$

где

$$B = \frac{(l - r_c)^2 [2 + p(l - r_c)^2]}{2|4 - q(l - r_c)^2|}$$

Для дальнейшего преобразования этого неравенства нам необходимо заметить, что производная u_n' ввиду выпуклости графика функции u_n в первом случае и вогнутости графика во втором случае, принимает наибольшее значение на концах интервала (r_c, l). Так, при $H_1 < H_2 < H$ функция u_n' принимает максимальное значение в точке $r = r_c$, а при $H < H_1 < H_2$ — в точке $r = l$.

Принимая без строгого доказательства монотонность последовательности $\{u_n'\}$ (причем для $H_1 < H_2 < H$ эта последовательность будет монотонно убывающей, а для $H < H_1 < H_2$ — монотонно возрастающей), по (14) можно доказать сходимость метода и найти оценки погрешности любого нужного приближения.

По формуле Тейлора первого порядка для функций u_{n+1} и u_n в точке $\bar{r}$ имеем

$$u_{n+1}(r) = u_{n+1}(\bar{r}) + u'_{n+1}(\bar{r})(r - \bar{r}) + \bar{R}_2$$
$$u_n(r) = u_n(\bar{r}) + u'_n(\bar{r})(r - \bar{r}) + R_2 \tag{15}$$

где $\bar{r} = r_c$ при $H_1 < H_2 < H$

$$\bar{R}_2 = u''_{n+1}(\xi)\frac{(r - r_c)^2}{2}, \quad R_2 = u''_n(\xi)\frac{(r - r_c)^2}{2}, \quad r_c < \xi < r$$

и $\bar{r} = l$ при $H < H_1 < H_2$, $r < \xi < l$.

Подставляя в (14) полученные таким способом выражения для $u_{n+1}(r)$ и $u_n(r)$ из (15) и учитывая, что $u_n(r_c) = u_{n+1}(r_c)$, $u_n(l) = u_{n+1}(l)$, получим для первого случая

$$(l - r_c)\max|u'_{n+1}(r_c) - u'_n(r_c)| < \max|(r - r_c)[u'_n(r_c) - u'_{n+1}(r_c)] +$$
$$+ (R_2 - \bar{R}_2)| \leqslant B\max|u_{n-1}(r) - u_n(r)|$$

Имея ввиду вышесказанное о наибольшем значении производной функции $u_n(r)$, это неравенство можно написать в виде

$$u'_n(r_c) - u'_{n+1}(r_c) < \frac{B}{l - r_c}\max|u'_n - u'_{n-1}|^2 \tag{16}$$

Для второго случая аналогично имеем

$$u'_{n+1}(l) - u'_n(l) < \frac{B}{l - r_c}\max|u'_n - u'_{n-1}|^2 \tag{17}$$

Неравенства (16) и (17) можно выразить одним неравенством

$$\max|u'_{n+1}(r) - u'_n(r)| < \frac{B}{l - r_c}\max|u'_n(r) - u'_{n-1}(r)|^2 \tag{18}$$

Сходимость последовательности $\{u_n'(r)\}$ зависит от величины c_1. Если

$$c_1 = \frac{B}{l - r_c}\max|u'_1 - u'_0| < 1$$

то, как показывает (18), эта сходимость будет квадратичной.

Из неравенства (18) можно перейти к неравенству

$$|u'_n(r) - u'_{n+1}(r)| < \frac{B}{l - r_c}\max|u'_n - u'_{n-1}|^2$$

откуда видно, что последовательность $\{u_n'(r)\}$ сходится равномерно к некоторой предельной функции $u_n'(r)$, так как правая часть этого неравенства не зависит от r и стремится к нулю при $n \to \infty$. Далее, учитывая монотонность последовательности $\{u_n\}$, из неравенства

$$|u_{n+1}(r) - u_n(r)| \leqslant B \max |u'_n - u'_{n-1}|^2$$

вытекающего из (14), следует равномерная сходимость последовательности $\{u_n\}$

$$\lim_{n\to\infty} u_n(r) = u(r)$$

Предельная функция $u(r)$ будет удовлетворять интегральному уравнению

$$u(r) = f_0(r) + \int_{r_c}^{l} G(r, y) f(u)\, dy$$

и тем самым является решением исходного уравнения.

Найдем оценки первого и m-го приближений последовательности $\{u_n\}$.

Из неравенства (18) для первого случая ($H_1 < H_2 < H$) имеем неравенства

$$u'_1 - u'_2 \leqslant \frac{c_1^2}{R_1}, \ldots u'_{n-1} - u'_n \leqslant \frac{c_1^{2^{n-1}}}{R_1} \tag{19}$$

а для второго случая — неравенства

$$u'_2 - u'_1 \leqslant \frac{c_1^2}{R_1}, \ldots u'_n - u'_{n-1} \leqslant \frac{c_1^{2^{n-1}}}{R_1} \tag{20}$$

Складывая неравенства (19), получим

$$u'_1 - u'_n \leqslant \frac{1}{R_1} \sum_{i=1}^{n-1} c_1^{2^i} \tag{21}$$

Аналогично из (20) имеем

$$u'_n - u'_1 \leqslant \frac{1}{R_1} \sum_{i=1}^{n-1} c_1^{2^i} \tag{22}$$

Неравенства (21) и (22) верны для любого r из интервала (r_c, l), поэтому эти неравенства можно объединить:

$$\max |u'_n - u'_1| \leqslant \frac{1}{R_1} \sum_{i=1}^{n-1} c_1^{2^i} \tag{23}$$

Учитывая неравенства (19)—(23), на основе неравенства (14) получим

$$\max |u_{n+1} - u_n| \leqslant (l - r_c)\, c_1^{2^{n-1}}$$

$$\max |u_n - u_1| \leqslant (l - r_c) \sum_{i=1}^{n-1} c_1^{2^i}$$

$$\max|u_n - u_m| \leqslant (l - r_c) \sum_{i=m}^{n-1} c_1^{2^i}$$

Переходя к пределу при $n \to \infty$, из последних неравенств получим

$$\max|u - u_1| \leqslant (l - r_c) \sum_{n=1}^{\infty} c_1^{2^n} < \frac{c_1^2 (l - r_c)}{1 - c_1^2} \tag{24}$$

$$\max|u - u_m| \leqslant (l - r_c) \sum_{n=m}^{\infty} c_1^{2^n} < \frac{c_1^{2^m} (l - r_c)}{1 - c_1^2} \tag{25}$$

Неравенства (24) и (25) являются оценками соответственно для первого и m-го приближений.

Найдем ошибку, которую допускаем при линеаризации уравнения (2) четвертым способом при решении этого уравнения с условиями (5).

Первое приближение, полученное из уравнения (2) методом квазилинеаризации, есть уравнение

$$u_1'' = \omega^2 (\sqrt{2u_0} - H) + \frac{\omega^2}{\sqrt{2u_0}} (u_1 - u_0) - \frac{1}{r} u_1' \tag{26}$$

Уравнение (26) совпадает с линеаризованным четвертым способом уравнением (4) при

$$u_0 = \frac{H^2}{2}$$

Решение уравнения (26) с условиями (5) имеет вид

$$u_1 = u_0 + (\overline{u}_1 - u_0)\Phi_1(\omega r) + (\overline{u}_2 - u_0)\Phi_2(\omega r)$$

где

$$\Phi_1(\omega r) = R\,[I_0(\omega r) K_0(\omega l) - K_0(\omega r) I_0(\omega l)]$$

$$\Phi_2(\omega r) = R\,[I_0(\omega r_c) K_0(\omega r) - K_0(\omega r_c) I_0(\omega r)]$$

$$R^{-1} = I_0(\omega r_c) K_0(\omega l) - K_0(\omega r_c) I_0(\omega l)$$

I_0 и K_0 — модифицированные функции Бесселя нулевого порядка соответственно первого и второго родов.

Тогда, учитывая, что

$$f(u', u, r) = \omega^2 (\sqrt{2u} - H) - \frac{u'}{r}$$

$$q = \max|f_u'(0)| = \max \frac{\omega^2}{\sqrt{2u_0}} = \frac{\omega^2}{H}$$

$$\tau = \max|f_u'(\theta_0)|, \qquad p = \max|f_u''(\theta_0)| = \max \frac{\omega^2}{(2\theta_0)^{3/2}}$$

для первого случая, то есть при случае перетока жидкости из нижнего горизонта в верхний ($H_1<H_2<H$)

$$\frac{\omega^2}{H^3}<p<\frac{\omega^2}{H_1^3}$$

а для второго случая ($H<H_1<H_2$)

$$\frac{\omega^2}{2\sqrt{2}\,[u_0+(\bar{u}_1-u_0)\Phi_1(\omega r_0)+(\bar{u}_2-u_0)\Phi_2(\omega r_0)]^{3/2}}<p<\frac{\omega^2}{H^3}$$

Поэтому в первом случае

$$c_1<\frac{\omega^2(l-r_c)^2H}{2\,[4H-\omega^2(l-r_c)^2]\,H_1^3}\,|(\bar{u}_1-u_0)\Phi_1(\omega r_0)+(\bar{u}_2-u_0)\Phi_2(\omega r_0)| \tag{27}$$

где r_0 — корень уравнения

$$\frac{\Phi_1'(\omega r)}{\Phi_2(\omega r)}=\frac{\bar{u}_2-u_0}{u_0-\bar{u}_1}\qquad \Phi_i'=\frac{d\Phi_i}{dr}\qquad (i=1,\,2) \tag{28}$$

и во втором случае

$$c_1<\frac{\omega^2(l-r_c)^2}{2[4H-\omega^2(l-r_c)^2]H^2}\,|(u_1-u_0)\,\Phi_1(\omega r_0)+(u_2-u_0)\,\Phi_2(\omega r_0)| \tag{29}$$

где r_0 — корень уравнения (28).

В частном случае при $H_1=H_2=\bar{H}$ ($u_1=u_2=\bar{u}$) учитывая, что $r_0=\frac{l-r_c}{2}$, из (27) и (29) соответственно получим

$$c_1<\frac{\omega^2(l-r_c)^2H}{2\bar{H}^3[4H-\omega^2(l-r_c)^2]}\left|(\bar{u}-u_0)\left[\Phi_1\left(\omega\frac{l-r_c}{2}\right)+\Phi_2\left(\omega\frac{l-r_c}{2}\right)\right]\right| \tag{30}$$

$$c_1<\frac{\omega^2(l-r_c)^2}{2H^2[4H-\omega^2(l-r_c)^2]}\left|(\bar{u}-u_0)\left[\Phi_1\left(\omega\frac{l-r_c}{2}\right)+\Phi_2\left(\omega\frac{l-r_c}{2}\right)\right]\right| \tag{31}$$

При достаточно малых ω оценки (27), (29)—(31) представляют малую величину порядка $\omega^2(l-r_c)^2$, то есть

$$c_1<M_1[\omega(l-r_c)]^2\quad (M_1=\text{const})$$

тогда в силу неравенства (24)

$$\max|u|-\max|u_1|<\omega^4(l-r_c)^4A_2B_0$$

причем для (27) и (29) имеем соответственно

$$A_2=\frac{H^2}{H_1^6}\ \text{и}\ A_2=\frac{1}{H^4}$$

$$B_0=\frac{|(\bar{u}_1-u_0)\Phi_1(\omega r_0)-(\bar{u}_2-u_0)\Phi_2(\omega r_0)|}{2[4H-\omega^2(l-r_c)^2]}$$

для (30) и (31) — соответственно

$$A_2 = \frac{H^2}{H^6} \text{ и } A_3 = \frac{1}{H^4}, \qquad B_6 = \left|(\bar{u} - u_0)\left[\Phi_1\left(\omega\frac{l-r_c}{2}\right) + \Phi_2\left(\omega\frac{l-r_c}{2}\right)\right]\right|$$

то есть расхождение между решением исходного нелинейного уравнения (2) и линеаризованного четвертым способом уравнения (4) есть малая величина порядка $[\omega(l-r_c)]^4$.

Чтобы найти оценку при первом способе линеаризации, рассмотрим линеаризованное этим способом уравнение (3) и следующее уравнение, являющееся первым приближением последовательности квазилинеаризованных уравнений

$$h_1'' = f(h_0, h_0') + f_{h'}'(h_0, h_0')(h_1' - h_0') + f_h(h_0, h_0')(h_1 - h_0)$$

где h_0 — некоторое нулевое приближение и

$$f = -\frac{(h')^2}{h} - \omega^2\left(1 - \frac{H}{h}\right), \qquad f_{h'} = -\frac{2h'}{h}, \qquad f_h = \frac{\omega^2 H}{h^2} + \frac{(h')^2}{h^2}$$

при постоянном h_0

$$h_1'' = \frac{\omega^2 H}{h_0^2}(h_1 - h_0) - \frac{\omega^2}{h_0}(H - h_0) \tag{32}$$

Уравнения (3) и (32) тождественны при $h_0 = h_{cp} = H$ и поэтому оценка для первого приближения уравнения (32) будет оценкой и для первого способа линеаризации.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Поступила 17 II 1976

Ռ. Մ. ԲԱՐՍԵՂՅԱՆ

ՈՉ ՃՆՇՈՒՄԱՅԻՆ ԱՌԱՆՑՔԱՍԻՄԵՏՐԻԿ ՖԻԼՏՐԱՑԻԱՅԻ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԳԾԱՅՆԱՑՄԱՆ ԵՂԱՆԱԿՆԵՐԻ ԳՆԱՀԱՏՈՒՄՆԵՐԸ

Ամփոփում

Ոչ գծային հավասարումների ճշգրիտ լուծումներ գտնելը կապված է մաթեմատիկական դժվարությունների հետ։

Այդ պատճառով ոչ ճնշումային ֆիլտրացիայի հավասարումները լուծում են գծայնացման եղանակներով։

Սակայն, որքան հայտնի է, գոյություն չունեն տարբեր ձևերով կատարված գծայնացումների հետևանքով առաջացող հնարավոր սխալների համար գնահատականներ։ Աշխատանքում հենվելով քվազիգծայնացման մեթոդի վրա, առաջարկվում է եղանակ, որը հնարավորություն է տալիս որոշելու այն սխալի մեծությունը, որն առաջանում է ոչ գծային դիֆերենցիալ հավասարումը այն եղանակով գծայնացնելուց։

EVALUATION OF MODES OF LINEARIZATION OF NON-LINEAR EQUATIONS FOR NON-PRESSURE AXISYMMETRIC FILTRATION

R. M. BARSEGHIAN

Summary

The solution of non-linear differential equations for the non-pressure filtration theory is of a considerable mathematical difficulty. Therefore, various modes of linearization of these equations are in use. However, no strict substantiation of modes of linearization has been available so far.

The present paper describes the method of evaluating the errors in the modes of linearization, thus enabling to substantiate the applicability of a particular method in question.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Полубаринова-Кочина П. Я.* О дебите скважин в безнапорном движении со слабопроницаемым водоупором. Изв. АН СССР, ОТН, Мех. и машиностроение, 1960, № 3.

2. *Беллман Р., Калаба Р.* Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи. М., Изд. «Мир», 1968.