

Л. В. ВАРДАНЯН

МАГНИТОУПРУГИЕ КОЛЕБАНИЯ ДВУХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ТОКОНЕСУЩИХ ПЛАСТИН

На основе гипотез магнитоупругости, предложенных в работах [1, 2], выводятся уравнения магнитоупругих колебаний двух параллельных пластин, служащих проводниками равномерно распределенного электрического тока. Исследуется влияние физических параметров задачи на частоты колебаний.

1. Пусть две упругие бесконечные пластинки, каждая толщиной $2h$, расположены параллельно друг другу.

Прямоугольная система координат (x, y, z) выбрана так, что плоскость (x, y) параллельна пластинкам и находится между ними на расстоянии a от срединной плоскости каждой пластинки.

Пластинки служат проводниками равномерно распределенного электрического тока, параллельного срединным плоскостям пластин.

Направления электрических токов в пластинках взаимно перпендикулярны. Ось x выбирается по направлению электрического тока в одной из пластин. Тогда ток в другой пластинке направлен либо по оси y , либо противоположно ей.

Магнитная и диэлектрическая проницаемости сред, окружающих пластинки, равны единице.

Упругие и электромагнитные свойства пластины предполагаются одинаковыми и характеризуются: жесткостью D , плотностью ρ , электропроводностью σ , магнитной проницаемостью μ , диэлектрической проницаемостью ϵ .

Обозначая напряженности электрического поля, обусловленные токами плотности J_1 и J_2 в пластинках, через E_1 и E_2 и решая соответствующую задачу магнитоэластики, найдем напряженности магнитного поля:

$$H_{0x} = \begin{cases} 4\pi h z c^{-1} E_1 & \text{при } z > a + h \\ 4\pi z (z - a) c^{-1} E_1 & \text{при } a - h \leq z \leq a + h \\ -4\pi h z c^{-1} E_1 & \text{при } z \leq a - h \end{cases} \quad (1.1)$$

$$H_{0y} = \begin{cases} -4\pi z h c^{-1} E_2 & \text{при } z > -a + h \\ -4\pi z c^{-1} (z + a) E_2 & \text{при } -a - h \leq z \leq -a + h \\ 4\pi z h c^{-1} E_2 & \text{при } z \leq -a - h \end{cases}$$

При движении пластин возникает индуцированное электромагнитное поле, которое будет описываться уравнениями электродинамики движущих-

Объемные силы электромагнитного происхождения определяются в данной задаче по формулам

$$\Gamma_{zs} = \frac{\mu^2}{c} \left\{ B_s h_{zs} - \left[e_{zs} + \frac{\mu}{c} \left(H_{0ys} \frac{\partial u_{zs}}{\partial t} - H_{0xs} \frac{\partial u_{ys}}{\partial t} \right) \right] H_{0ys} \right\} + \gamma_s C_s \quad (1.4)$$

$$\Gamma_{ys} = \frac{\mu^2}{c} \left\{ \left[e_{zs} + \frac{\mu}{c} \left(H_{0ys} \frac{\partial u_{zs}}{\partial t} - H_{0xs} \frac{\partial u_{ys}}{\partial t} \right) \right] H_{0xs} - C_s h_{zs} \right\} - \gamma_s B_s$$

где

$$B_1 = E_1, \quad B_2 = 0, \quad C_1 = 0, \quad C_2 = E_2, \quad (s = 1, 2)$$

$$\Gamma_{z1} = \frac{\mu^2}{c} \left\{ H_{0y1} \left(e_{z1} - \frac{\mu}{c} \frac{\partial u_{z1}}{\partial t} H_{0y1} \right) - H_{0x1} \left(E_1 + e_{y1} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\mu}{c} \frac{\partial u_{z1}}{\partial t} H_{0x1} \right) - E_1 h_{z1} \right\}$$

$$\Gamma_{z2} = \frac{\mu^2}{c} \left\{ H_{0y2} \left(E_2 + e_{z2} - \frac{\mu}{c} \frac{\partial u_{z2}}{\partial t} H_{0y2} \right) - H_{0x2} \left(e_{y2} + \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\mu}{c} \frac{\partial u_{z2}}{\partial t} H_{0x2} \right) - E_2 h_{y2} \right\}$$

Уравнения (1.2) и (1.3) рассматриваются совместно с уравнениями движения пластин, учитывающими силы и моменты, обусловленные объемными силами (1.4).

2. В приведенной постановке решение задач магнитоупругости представляет значительные трудности. Использование гипотез магнитоупругости, предложенных и обоснованных в работах [1, 2], позволяет преодолеть эти трудности. Гипотезы магнитоупругости для данной задачи аналитически записываются следующим образом:

$$u_{zs} = -[z - (-1)^s a] \frac{\partial v_s}{\partial x}, \quad u_{ys} = -[z - (-1)^s a] \frac{\partial v_s}{\partial y}$$

$$v_s = v_s(x, y, t), \quad e_{zs} = \bar{v}_s(x, y, t), \quad e_{ys} = \gamma_s(x, y, t) \quad (2.1)$$

$$h_{zs} = f_s(x, y, t), \quad (s = 1, 2)$$

Остальные компоненты индуцированного электромагнитного поля определяются из уравнений (1.2) через функции \bar{v}_s , γ_s , f_s , v_s , h_{zs}^+ , h_{zs}^- , h_{ys} , h_{zs}^- в следующем виде:

$$h_{zs} = \frac{h_{zs}^+ + h_{zs}^-}{2} + [z - (-1)^s a] \left(\frac{\partial f_s}{\partial x} + \frac{4\pi\gamma_s}{c} \right) + \\ + \frac{(-1)^{s-1}}{2^{2-s}} \left(\frac{4\pi\gamma_s}{c} \right)^2 \frac{\mu}{c} E_1 \left\{ [z + (-1)^s a]^{3-s} h^{s-1} - \frac{h^2}{2} [1 - (-1)^s] \right\} \frac{\partial v_s}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned}
 h_{ys} &= \frac{h_{ys}^+ + h_{ys}^-}{2} + [z + (-1)^s a] \left(\frac{\partial f_s}{\partial y} - \frac{4\pi z}{c} \varphi_s \right) - \\
 &- \frac{1}{2^{s-1}} \left(\frac{4\pi z}{c} \right)^2 \frac{\mu}{c} E_s \left\{ [z + (-1)^s a]^s h^{2-s} - \frac{h^2}{2} [1 + (-1)^s] \right\} \frac{\partial \omega_s}{\partial t} \\
 e_{zs} &= \frac{cM_s}{4\pi z} - \frac{4\pi z \mu}{c^2} \left\{ hE_s \frac{3^{s-1} [z + (-1)^s a]^s - \frac{h^2}{2} [1 + (-1)^s]}{2^{s-2}} \frac{\partial^2 \omega_s}{\partial x \partial t} - \right. \\
 &- E_1 \frac{(-1)^s 3^{2-s} [z + (-1)^s a]^{3-s} - \frac{h^2}{2} [1 - (-1)^s]}{2^{2-s}} \frac{\partial^2 \omega_s}{\partial y \partial t} \left. \right\} - \\
 &- [z + (-1)^s a] \left(\frac{\partial \varphi_s}{\partial x} + \frac{\partial \psi_s}{\partial y} \right)
 \end{aligned} \quad (2.2)$$

h_{xs}^+ , h_{xs}^- , h_{ys}^+ , h_{ys}^- — значения компонентов h_{xs} , h_{ys} при $z = (a - h)(-1)^{s+1}$ соответственно;

$$M_s = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_{ys}^- + h_{ys}^+}{2} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h_{xs}^- + h_{xs}^+}{2} \right)$$

Осредняя уравнения (1.2) по z так, как это делается в работах [1, 2], и присоединяя уравнения движения пластин, получим следующие уравнения, определяющие неизвестные функции φ_s , ψ_s , f_s , ω_s .

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f_s}{\partial y} - \frac{4\pi z}{c} \varphi_s &= (-1)^{s-1} \frac{h_{ys}^- - h_{ys}^+}{2h} + \left(\frac{4\pi z}{c} \right)^2 \frac{h\mu}{c} G_s \frac{\partial \omega_s}{\partial t} \\
 \frac{\partial f_s}{\partial x} + \frac{4\pi z}{c} \psi_s &= (-1)^{s-1} \frac{h_{xs}^- - h_{xs}^+}{2h} + \left(\frac{4\pi z}{c} \right)^2 \frac{h\mu}{c} G_s \frac{\partial \omega_s}{\partial t}
 \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \psi_s}{\partial x} - \frac{\partial \varphi_s}{\partial y} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial f_s}{\partial t}, \quad G_1 = E_1, \quad G_2 = 0, \quad G_3 = 0, \quad G_4 = E_1$$

$$D\Delta^2 \omega_s + 2zh \frac{\partial^2 \omega_s}{\partial t^2} = R_{zs} + \frac{\partial m_{zs}}{\partial x} + \frac{\partial m_{ys}}{\partial y}, \quad (s = 1, 2)$$

Здесь R_{zs} , m_{zs} , m_{ys} — нормальная сила и моменты, обусловленные объемными силами электромагнитного происхождения (1.4), в рассматриваемом случае определяются по формулам

$$\begin{aligned}
 R_{zs} &= \frac{2(-1)^s \mu \sigma h}{c} \left\{ \frac{h_{xs}^+ + h_{xs}^-}{2} E_s - \frac{(-1)^s 4\pi z h}{c} A_s \left[\frac{1 - (-1)^s}{2} \varphi_s + \right. \right. \\
 &\left. \left. + \frac{1 + (-1)^s}{2} \psi_s + \frac{4\pi \mu \sigma h}{c^2} A_s \frac{\partial \omega_s}{\partial t} \right] \right\}
 \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned}
 m_{x_s s} &= -\frac{8\pi\sigma^2\mu h^4}{3c^2} A_s \left(\frac{\partial z_s}{\partial x} + \frac{\partial y_s}{\partial y} + \frac{4\pi\sigma h\mu}{c^2} A_s \frac{\partial^2 \omega_s}{\partial x_s \partial t} \right) \\
 m_{y_s s} &= \frac{8\pi\sigma^2\mu h^3}{3c^2} E_s \left(\frac{cM_s}{4\pi\sigma} + \frac{4\pi\sigma\mu h^2}{5c^2} E_s \frac{\partial^2 \omega_s}{\partial y_s \partial t} \right) - \\
 &+ \frac{\varepsilon h}{4\pi} (e_{zs}^+ + e_{zs}^-) E_s - \frac{M_s 2h\varepsilon c}{(4\pi)^2 \sigma} E_s + \frac{\varepsilon (c\mu - 1)}{c^2} E_s \frac{2}{3} h^2
 \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$A_1 = E_2, \quad A_2 = -E_1, \quad (x_1 = x, \quad x_2 = y), \quad (y_1 = y, \quad y_2 = x), \quad (s = 1, 2)$$

Уравнение (2.3) необходимо решать совместно с уравнениями (1.3) при общих граничных условиях на поверхностях раздела сред $z = a + h$, $a - h$, $-a + h$, $-a - h$. На поверхности раздела $z = a - h$ эти условия согласно работе [3] имеют вид

$$h_{z1} = h_{z3}, \quad h_{y1} = h_{y3}$$

$$h_{z1} = \frac{1}{\mu} h_{z3} - (\mu - 1) \frac{4\pi\sigma h}{c} E_1 \frac{\partial \omega_1}{\partial x} - (\mu - 1) \frac{4\pi\sigma h}{c} E_2 \frac{\partial \omega_1}{\partial y} \quad (2.5)$$

$$e_{z1} = e_{z3} - \frac{\mu(\mu - 1)4\pi h \sigma}{c^2} E_2 \frac{\partial \omega_1}{\partial t}, \quad e_{y1} = e_{y3} + \frac{\mu(\mu - 1)4\pi h \sigma}{c^2} E_1 \frac{\partial \omega_1}{\partial t}$$

$$e_{z1} = \frac{1}{\varepsilon} e_{z3} + E_1 \frac{\partial \omega_1}{\partial y}$$

Аналогичным образом записываются граничные условия на остальных поверхностях раздела.

3. Рассмотрим задачу колебаний двух параллельных токонесящих пластин в случае, когда $\varepsilon = \mu = 1$. Представляя решения (2.3) и (1.3) в виде

$$\begin{aligned}
 Q_s &= Q_{s0} \exp i(\omega t - k_2 x - k_1 y), \quad Q_{s0} = \text{const}, \quad (s = 1, 2) \\
 Q_s &= Q_{s0}(z) \exp i(\omega t - k_2 x - k_1 y), \quad (s = 3, 4, 5)
 \end{aligned} \quad (3.1)$$

где Q_s — любая из искомым функций, входящих в уравнения (2.3) и (1.3), получим обыкновенные дифференциальные уравнения относительно $Q_{s0}(z)$ ($s = 3, 4, 5$). Решая эти уравнения и удовлетворяя граничным условиям на поверхностях раздела типа (2.5) и условиям затухания на бесконечности, после преобразований получим следующую систему уравнений относительно амплитуд прогибов колебаний ω_{10} и ω_{20} :

$$\begin{aligned}
 \left\{ \Omega^2 + \left[\alpha_3 \beta_6 E_1 E_2 + (\alpha_1 \beta_8 + \alpha_2) E_2^2 \frac{\alpha_2 k_1^2 h^2}{15} E_1^2 \right] \Omega + 1 + \lambda_1 E_1^2 \right\} \omega_{10} + \\
 + (\alpha_4 \alpha_6 E_1^2 + \alpha_1 \alpha_6 E_1 E_2) \Omega \omega_{20} = 0 \\
 (\alpha_2 \beta_7 E_2^2 + \alpha_1 \beta_9 E_1 E_2) \Omega \omega_{10} +
 \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$+ \left\{ \Omega^2 + [\alpha_2 \alpha_7 E_1 E_2 + (\alpha_1 \alpha_9 + \alpha_2) E_1^2 + \frac{\alpha_2 k_2^2 h^2}{15} E_2^2] \Omega + 1 + \lambda_2 E_2^2 \right\} \omega_{20} = 0$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$v = \sqrt{n - \frac{\omega^2}{c^2}}, \quad n = k_1^2 + k_2^2, \quad \Omega_0^2 = \frac{Dn^2}{2\phi h}, \quad \Omega = \frac{\omega i}{\Omega_0}$$

$$\alpha_3 = \frac{S}{R}$$

где

$$S = A_1 + ck_1 \{ \alpha_3 h v (\omega + 4\pi\sigma i) + \alpha_3 [(4\pi\sigma h v i - h\omega v - \omega) e^{2(a-h)v} + 8\pi\sigma h^2 v^2 i \operatorname{sh} 2(a-h)v] \}$$

$$R = \omega (8\pi\sigma h v i - \omega e^{2(a-h)v}) + 2(4\pi\sigma h v)^2 \operatorname{sh} 2(a-h)v$$

$$\alpha_2 = -\frac{n}{k_2 v \operatorname{sh} 2(a-h)v} \left\{ v^2 \left(1 + \frac{k_1^2 c^2 i}{4\pi\sigma\omega} \right) (\alpha_3 + \alpha_4 e^{-2(a-h)v}) + \right.$$

$$\left. + \left(1 + \frac{nc^2 i}{4\pi\sigma\omega} \right) \left(k_1 \alpha_3 - \frac{4\pi\sigma i}{c} \alpha_3 \right) \frac{2hvk_1 \operatorname{sh} 2(a-h)v}{e^{2(a-h)v}} \right.$$

$$\alpha_1 = \frac{n}{v \operatorname{sh} 2(a-h)v} \left\{ \frac{2\omega}{c} \left(1 + \frac{nc^2 i}{4\pi\sigma\omega} \right) \left(1 + \frac{4\pi\sigma h v i}{\omega} \right) \alpha_3 \operatorname{sh} 2(a-h)v - \right.$$

$$\left. - \left(\frac{c^2 v^2 i}{4\pi\sigma\omega} + \frac{\omega^2 h^2}{3c^3} \right) k_1 \alpha_4 + \left[\left(\frac{\omega i}{4\pi\sigma} - \frac{\omega^2 h^2}{3c^2} + 1 \right) e^{2(a-h)v} - \right.$$

$$\left. - \left(1 + \frac{nc^2 i}{4\pi\sigma\omega} \right) (e^{2(a-h)v} + 2h v \operatorname{sh} 2(a-h)v) \right] k_1 \alpha_3 \right\} \quad (3.3)$$

$$\alpha_8 = \frac{2nhci}{\Omega_0} \left[\frac{ck_2}{\omega} (e^{2(a-h)v} + 2h v \operatorname{sh} 2(a-h)v) \alpha_3 + \frac{ck_1}{\omega} \left(\frac{h^2 \omega^2}{c^2} + 1 \right) \alpha_4 + \right.$$

$$\left. + \left(e^{2(a-h)v} - \frac{8\pi\sigma h v i \operatorname{sh} 2(a-h)v}{\omega} \right) \alpha_5 \right]$$

$$\alpha_6 = -\frac{2nh i}{k_2 \Omega_0} (ck_1 \alpha_5 + \omega \alpha_3), \quad A_0 = 0, \quad A_1 = \frac{\omega n}{c v \operatorname{sh} 2(a-h)v}, \quad (\alpha = 2, 3)$$

$$\alpha_4 = \left(\frac{4\pi\sigma}{c} \right)^3 \frac{\sigma h^2}{c^3 \phi}, \quad \alpha_5 = \left(\frac{4\pi\sigma}{c} \right)^2 \frac{\sigma h^2}{c^2 \phi \Omega_0}, \quad \gamma_j = \frac{hk_j^2}{2\pi n^2 D}, \quad (j = 1, 2)$$

$$\alpha_3 = \frac{k_2 c^2 (c^2 v e^{2(a-h)v} + 8\pi h \sigma \omega i + 2nhc^2) \operatorname{sh} 2(a-h)v}{n [(c^2 v e^{2(a-h)v} + 8\pi h \sigma \omega i + 2nhc^2)^2 - c^4 v^2]}$$

$$\alpha_4 = \frac{k_2 c^4 v \operatorname{sh} 2(a-h)v}{n [(c^2 v e^{2(a-h)v} + 8\pi h \sigma \omega i + 2nhc^2)^2 - c^4 v^2]}$$

$$\beta_3 = -\frac{k_1}{k_2} \alpha_4, \quad \beta_4 = -\frac{k_1}{k_2} \alpha_3$$

Остальные искомые величины выражаются через ω , и ω_2 . Приведем некоторые из них:

$$f_1 = \left(\frac{4\pi\sigma}{c}\right)^2 \frac{2h^2 n \omega}{c} (\alpha_4 E_1 \omega_2 + \beta_4 E_2 \omega_1)$$

$$f_2 = \left(\frac{4\pi\sigma}{c}\right)^2 \frac{2h^2 n \omega}{c} (\alpha_3 E_1 \omega_2 + \beta_3 E_2 \omega_1)$$

Приравняв детерминант (3.2) нулю, получим характеристическое уравнение, определяющее частоты колебаний.

В общем случае характеристическое уравнение оказывается трансцендентным.

4. Для простоты рассмотрим задачу в случае, когда колебания не зависят от координаты y . Тогда система уравнений (3.2) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} & [\Omega^2 + \alpha_2 E_2^2 (1 - 4\pi\sigma\gamma_3) \Omega + 1] \omega_{10} + \alpha_2 (p\gamma_2 - q_2\gamma_1) E_1^2 \Omega \omega_{20} = 0 \\ & \left[\frac{p\gamma_4 \Omega_0^2}{\gamma_1^2} \Omega^3 - \left(q_2\gamma_3 + \frac{\gamma_4 k_2^2 c^2 p}{4\pi\sigma\gamma_1} \right) \Omega_0 \Omega^2 + \frac{c^2 \gamma_3 q_2 k_2^2}{4\pi\sigma} \Omega \right] \frac{\alpha_2}{\gamma_1^2} E_2^2 \omega_{10} + \\ & + \left[1 + (1 - \alpha_1 \gamma_1 E_1^2) \Omega^2 + \alpha_2 \left(E_1^2 + \frac{h^2 k_2^2}{15} E_2^2 \right) \Omega + \frac{h}{2\pi k_2^2 D} E_2^2 \right] \omega_{20} = 0. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= q_1/(q_1^2 - q_2^2), & \gamma_2 &= q_2/(q_1^2 - q_2^2), & \gamma_3 &= q_3 \left(q_3^2 + \frac{\omega^2}{\gamma_1^2} q_2^2 \right) \\ \gamma_4 &= q_2 \left(q_3^2 + \frac{\omega^2}{\gamma_1^2} q_2^2 \right), & \gamma_1^2 &= k_2^2 - \frac{\omega^2}{c^2}, & p &= \frac{\gamma_1}{2h} (\operatorname{cth} 2(a-h)\gamma_1 - 1), \\ q_3 &= \frac{\omega i}{2h\gamma_1} (1 + \operatorname{cth} 2(a-h)\gamma_1) + 4\pi\sigma, & \Omega_0^2 &= \frac{k_2^4 D}{2\rho h}, & \Omega &= \frac{\omega i}{\Omega_0} \\ q_1 &= k_2^2 + \frac{4\pi\sigma}{c^2} \Omega_0 \Omega + \frac{\gamma_1}{2h} (1 + \operatorname{cth} 2(a-h)\gamma_1), & q_2 &= \frac{\gamma_1}{2h \operatorname{sh} 2(a-h)\gamma_1} \end{aligned}$$

Остальные искомые величины выражаются через ω , и ω_2 . Приведем некоторые из них:

$$\begin{aligned} f_1 &= -\left(\frac{4\pi\sigma}{c}\right)^2 \frac{hk_2 \omega}{c} \gamma_2 E_1 \omega_2, & f_2 &= -\left(\frac{4\pi\sigma}{c}\right)^2 \frac{hk_2 \omega}{c} \gamma_1 E_1 \omega_2 \\ \varphi_1 &= -\left(\frac{4\pi\sigma}{c}\right)^2 \frac{hi\omega\gamma_3 E_2 \omega_{11}}{c}, & \varphi_2 &= \left(\frac{4\pi\sigma}{c}\right)^2 \frac{\omega^2 h}{\gamma_1^2} \gamma_1 E_2 \omega_1 \end{aligned}$$

Приравняв детерминант системы (3.4) нулю, получим характеристическое уравнение, определяющее частоты колебаний. Пренебрегая ω^2/c^2 по сравнению с k_2^2 и предполагая $2(a-h)k_2 \gg 1$, то есть предполагая, что расстояние между пластинами намного больше длины волны, рассмотрим частные случаи.

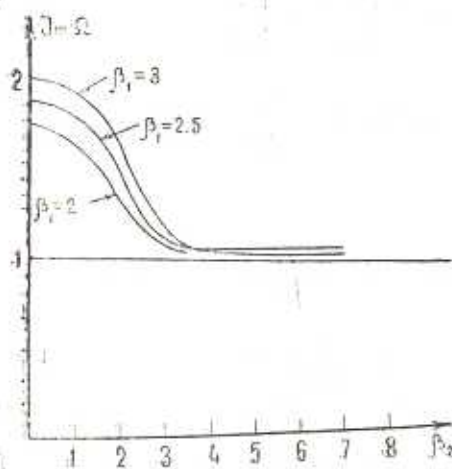
а) При $E_z=0$ характеристическое уравнение, определяющее частоты колебаний, распадается на два уравнения

$$\begin{aligned} \Omega^2 + 1 &= 0 \\ \Omega^3 + \beta_2 \Omega^2 + (1 + \beta_1) \Omega + \beta_2 &= 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

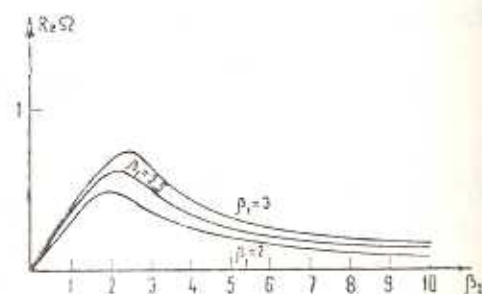
$$\beta_1 = \frac{4\pi h k_2 (k_2 h + 1)}{c^2 \rho \Omega_0^2} f_1^2, \quad \beta_2 = \frac{k_2 (k_2 h + 1) c^2}{4\pi \tau h \Omega_0}$$

Первое уравнение из (3.5) показывает, что колебания первой пластины не зависят от электрического поля, то есть отсутствует взаимодействие между пластинами.

Характеры изменения частоты колебания и коэффициента затухания второй пластины в зависимости от изменения проводимости β_2 и плотности электрического тока β_1 приведены на фиг. 1, 2.



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Из фиг. 1 видно, что частота колебания второй пластины имеет максимум при $\beta_2 \rightarrow 0$ ($\sigma \rightarrow \infty$) и уменьшается при возрастании β_2 (уменьшение σ). При $\beta_2 \rightarrow \infty$ ($\sigma \rightarrow 0$) частота колебания стремится к частоте собственного колебания пластины.

Увеличение плотности тока β_1 приводит как к увеличению, так и к уменьшению частоты колебания в зависимости от значения β_2 .

Из фиг. 2 видно, что коэффициент затухания вначале возрастает с возрастанием β_2 , достигает максимума при определенном значении β_2 , затем уменьшается и в пределе стремится к нулю при $\beta_2 \rightarrow \infty$ ($\sigma \rightarrow 0$).

Численное решение второго уравнения из (3.5) показывает, что коэффициент затухания возбужденного электромагнитного поля возрастает с возрастанием β_2 (уменьшением σ).

б) При $E_z=0$ характеристическое уравнение, определяющее частоты колебаний, распадается на два уравнения

$$\Omega^2 + 2\delta\Omega + \gamma = 0 \quad (3.6)$$

$$\Omega^3 + \alpha(1 + \beta)\Omega^2 + \Omega + \alpha = 0$$

где

$$\delta = \alpha_2 \frac{h^2 k_2^2}{30} E_2^2, \quad \gamma = 1 + \frac{hE_2^2}{2\pi k_2^2 D}, \quad \alpha = \frac{4\pi\sigma h k_2}{\Omega_0}, \quad \beta = \frac{4\pi h}{c^2 \rho k_2} J_2^2$$

Первое уравнение из (3.6) определяет колебания и затухания второй пластины. Его решение показывает, что при $\delta^2 < \gamma$ затухание возмущения в пластине имеет колебательный характер с частотой $(\gamma - \delta^2)^{1/2} \Omega_0$ и коэффициентом затухания $\delta \Omega_0$.

При $\delta^2 \geq \gamma$ возмущения затухают без колебаний с коэффициентом затухания $[\delta + (\delta^2 - \gamma)^{1/2}] \Omega_0$.

Считаю долгом выразить благодарность участникам семинара «Электродинамика сплошных деформируемых сред» за обсуждение настоящей работы и ценные замечания.

Ереванский армянский государственный педагогический институт им. Х. Абовяна

Поступила 2 X 1975

Լ Վ ՎԱՐԳՅԱՆԻԱՆ

ԵՐԿՈՒ ԶՈՒԳԱԷՆՈՒ ՀՈՄԱՆԲԱՏԱՐ ՍԱԼԵՐԻ
ԽՄԳՆԻՍԱԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ՏՍՏԱՆՈՒԾՆԵՐԸ

Ա մ փ ո փ ու ռ ժ

Գիտարկվում են երկու զուգահեռ հոսանքատար առաձգական սալեր, որոնք գտնվում են միմյանցից որոշակի հեռավորության վրա:

Էլեկտրական հոսանքների ուղղությունները սալերում միմյանց ուղղահայաց են և զուգահեռ են սալերի միջին մակերևույթներին:

Քարակ մարմինների համար մազնիսաառաձգականության վարկածների հիման վրա ստացված են սալերի մագնիսաառաձգական տատանումների հաճախումները: Ստացված է խնդրին համապատասխանող խարակտերիստիկ հավասարումը, որը հանդիսանում է տատանումների հաճախականությունների որոշման հավասարումը: Այդ հավասարումը ուսումնասիրված է տարրեր մասնավոր դեպքերում:

Քերված են թվային արդյունքներ:

MAGNETOELASTIC VIBRATIONS OF TWO PARALLEL CURRENT-CARRING PLATES

L. V. VARDANIAN

S u m m a r y

On the basis of magnetoelasticity hypothesis the equations for magnetoelastic vibrations of two parallel current-carrying plates are de-

duced. The directions of the electric currents in the plates are perpendicular.

The frequency of oscillations and the law of damping, depending on electric current density, are defined for a special case.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В. К трехмерной задаче магнитоупругих колебаний пластинки. ПММ, т. 35, вып. 2, 1971.
2. Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В. К магнитоупругости тонких оболочек и пластин. ПММ, 1973, т. 37, вып. 1.
3. Белубекян М. В. К уравнениям магнитоупругости токонесущих пластин. Изв. АН Арм.ССР, Механика, 1974, т. XXVII, № 2.