ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXVIII, № 5, 1975 Механика

Р. М. КИРАКОСЯН

О СООТНОШЕНИЯХ ДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕРМОПЛАСТИЧНОСТИ *

Известно, что упругие свойства материалов сравнительно слабо зависят от скорости нагружения, чем пластические. Динамический и статический способы определения упругих постоянных обычно дают практически одинаковые результаты, чего нельзя ожидать по отношению к пластическим характеристикам материалов.

Несмотря на существующее множество различных моделей, учитывающих влияние скорости деформирования на соотношения пластичности, этот вопрос пока нельзя считать окончательно решенным. В настоящей статье делается еще одна попытка в этом направлении. Опираясь на понятие поверхности текучести и ассоциированный с ней закон течения, предлагаются динамические соотношения пластичности при нестационарных температурных полях. Ради простоты считается, что упругие свойства материала не зависят как от температуры, так и от скоростей деформаций. Более детально рассмотрен случай плоского напряженного состояния.

В заключение указывается возможность учета влияния других факторов (магнитного поля, облучения и т. д.) на пластические свойства материалов.

1. Пусть поверхность текучести, ограничивающая область упругости материала в пространстве напряжений σ_{ij}, определяется уравнением

$$F(\sigma_{ij}, q, \theta, \dot{\varepsilon}_{ij})=0 \tag{1.1}$$

где q — параметр упрочнения, θ — температура, $\dot{\varepsilon}_{ij}$ — тензор скоростей деформаций.

Как обычно, при $F<0$ состояние данной точки, независимо от того происходит нагружение или разгрузка, является упругим. При пластическом течении точка, изображающая напряженное состояние в пространстве напряжений, двигается по поверхности текучести (1.1), следовательно,

$$\dot{F} = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial F}{\partial \theta}\dot{\theta} + \frac{\partial F}{\partial q}\dot{q} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\varepsilon}_{ij}}\ddot{\varepsilon}_{ij} = 0 \tag{1.2}$$

При разгрузке или нейтральном изменении напряженного состояния $\dot{q}=0$, $\dot{F}\leqslant 0$, и из (1.2) следует

$$f = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial F}{\partial \theta}\dot{\theta} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\varepsilon}_{ij}}\ddot{\varepsilon}_{ij} \leqslant 0 \tag{1.3}$$

* Работа доложена на VI Всесоюзной конференции по прочности и пластичности, Москва, 1975 г.

Следовательно, при нагружении

$$\dot{f} > 0 \tag{1.4}$$

Значение $\dot{f}$ является мерой интенсивности процесса нагружения. По аналогии с классической теорией термопластичности [1] примем закон течения, нормальный к поверхности текучести в пространстве напряжений

$$\dot{\varepsilon}''_{ij} = gH\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\dot{f} = gH\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{kk}}\dot{\sigma}_{kk} + \frac{\partial F}{\partial \theta}\dot{\theta} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\sigma}_{kk}}\ddot{\sigma}_{kk}\right) \tag{1.5}$$

где $\dot{\varepsilon}''_{ij}$ — тензор скоростей пластических деформаций, H — положительная функция упрочнения,

$$g = \begin{cases} 1, \text{ если } F = 0 \text{ и } \dot{f} > 0 \\ 0, \text{ если } F < 0 \text{ или } F = 0 \text{ и } \dot{f} \leq 0 \end{cases} \tag{1.6}$$

Принимая в качестве параметра упрочнения работу пластических деформаций

$$q = \int_0^t \sigma_{ij}\dot{\varepsilon}''_{ij}\,dt \tag{1.7}$$

с учетом (1.5) из (1.2) получим

$$H = -\frac{1}{\dfrac{\partial F}{\partial q}\sigma_{kl}\dfrac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}}} \tag{1.8}$$

Заметим, что совпадение выражения функции упрочнения H с ее классическим выражением является формальным, так как она теперь зависит от скоростей деформаций $\dot{\varepsilon}_{ij}$.

Прибавляя к (1.5) термоупругие составляющие скоростей деформаций

$$\dot{\varepsilon}'_{ij} + \dot{\varepsilon}^{t}_{ij} = A_{ijkl}\dot{\sigma}_{kl} + \alpha\dot{\theta}\delta_{ij} \tag{1.9}$$

для полных соотношений получим

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}'_{ij} + \dot{\varepsilon}^{t}_{ij} + \dot{\varepsilon}''_{ij} = A_{ijkl}\dot{\sigma}_{kl} + \alpha\dot{\theta}\delta_{ij} + gH\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\dot{f} \tag{1.10}$$

Здесь A_{ijkl} — тензор коэффициентов упругости, δ_{ij} — символ Кронекера, α — коэффициент линейного температурного расширения материала.

В соотношения (1.10), кроме скоростей деформаций $\dot{\varepsilon}_{ij}$, входят еще ускорения деформаций $\ddot{\varepsilon}_{ij}$. В случаях, когда ускорения деформаций $\ddot{\varepsilon}_{ij}$ являются непрерывными функциями времени, их можно с помощью дифференциальных уравнений движения

$$\sigma_{ij,j} + X_i = \rho \ddot{u}_i \tag{1.11}$$

и геометрических соотношений

$$\ddot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\ddot{u}_{i,j} + \ddot{u}_{j,i}\right) \tag{1.12}$$

выразить через соответствующие производные объемных сил и напряжений по координатам

$$\ddot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2\rho}\left(\sigma_{ik,kj} + \sigma_{jk,ki} + X_{i,j} + X_{j,i}\right) \tag{1.13}$$

(ρ—плотность материала).

Во избежание недоразумений отметим, что по известным ускорениям деформаций для некоторого момента времени t_0 нельзя определить скорости деформаций $\dot{\varepsilon}_{ij}$ для того же момента. Механический смысл этого утверждения заключается в том, что в зависимости от того, происходит нагружение или разгрузка, одним и тем же ускорениям деформаций $\ddot{\varepsilon}_{ij}$ будут соответствовать разные скорости деформаций $\dot{\varepsilon}_{ij}$.

В динамических задачах ускорения деформаций $\ddot{\varepsilon}_{ij}$ обычно являются разрывными функциями времени, в силу чего не всегда возможно исключить их из механических соотношений материала.

Механические соотношения (1.10) не окончательны, так как в их правые части входят скорости деформаций. Для окончательного представления механических соотношений динамической термопластичности следует решить систему (1.10) относительно скоростей деформаций или относительно скоростей изменения напряжений. Удобнее эту систему решить относительно скоростей изменения напряжений $\dot{\sigma}_{ij}$, так как в этом случае она линейна.

Считая, что идет упругий процесс ($F=0$ и $\dot{f}\leqslant 0$), из соотношений термоупругости (1.9) определяем скорости изменения напряжений $\dot{\sigma}_{ij}$ для данных скоростей деформаций $\dot{\varepsilon}_{ij}$

$$\dot{\sigma}_{ij} = A^{-1}_{ijhk}\left(\dot{\varepsilon}_{hk} - \alpha\dot{\theta}\delta_{hk}\right) \tag{1.14}$$

где A^{-1}_{ijhk} — обратный тензор модулей упругости. Далее, по найденным скоростям изменений напряжений $\dot{\sigma}_{ij}$ проверяем условие упругого деформирования

$$\dot{f} = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial F}{\partial \theta}\dot{\theta} + \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}}\dot{\varepsilon}_{ij} \leqslant 0 \tag{1.15}$$

Если условие (1.15) соблюдается, то на самом деле идет упругий процесс, и соотношения (1.14) являются решениями системы (1.10). В противном случае деформирование—упруго-пластическое ($g=1$). Систему (1.10) представим в виде

$$\left(A_{ijhk}+H\frac{\partial F}{\partial\sigma_{ij}}\frac{\partial F}{\partial\sigma_{hk}}\right)\dot\sigma_{hk}=\dot\varepsilon_{ij}-\alpha\dot\theta\delta_{ij}-H\frac{\partial F}{\partial\sigma_{ij}}\left(\frac{\partial F}{\partial\theta}\dot\theta+\frac{\partial F}{\partial\varepsilon_{hk}}\dot\varepsilon_{hk}\right)\tag{1.16}$$

Решая (1.16), получим

$$\dot\sigma_{ij}=\frac{D_{ij}}{D}\tag{1.17}$$

где

$$D=\begin{vmatrix} a_{xxxx} & a_{xxyy} & a_{xxzz} & a_{xxxy} & a_{xxyz} & a_{xxzx}\\ a_{yyxx} & a_{yyyy} & a_{yyzz} & a_{yyxy} & a_{yyyz} & a_{yyzx}\\ a_{zzxx} & a_{zzyy} & a_{zzzz} & a_{zzxy} & a_{zzyz} & a_{zzzx}\\ a_{xyxx} & a_{xyyy} & a_{xyzz} & a_{xyxy} & a_{xyyz} & a_{xyzx}\\ a_{yzxx} & a_{yzyy} & a_{yzzz} & a_{yzxy} & a_{yzyz} & a_{yzzx}\\ a_{zxxx} & a_{zxyy} & a_{zxzz} & a_{zxxy} & a_{zxyz} & a_{zxzx}\end{vmatrix}\tag{1.18}$$

Для получения детерминантов D_{ij} следует в выражении D соответствующий столбец ($hk\sim xx,\ yy,\ zz,\ xy,\ yz,\ zx$) заменить через

$$\dot\varepsilon_{ij}-\alpha\dot\theta\delta_{ij}-H\frac{\partial F}{\partial\sigma_{ij}}\left(\frac{\partial F}{\partial\theta}\dot\theta+\frac{\partial F}{\partial\varepsilon_{hk}}\dot\varepsilon_{hk}\right)\tag{1.19}$$

Если материал изотропен, то

$$a_{iiii}=\frac{1}{E}+H\left(\frac{\partial F}{\partial\sigma_{ii}}\right)^2,\qquad a_{iijj}=-\frac{\nu}{E}+H\frac{\partial F}{\partial\sigma_{ii}}\frac{\partial F}{\partial\sigma_{jj}}$$

$$a_{iiij}=2H\frac{\partial F}{\partial\sigma_{ii}}\frac{\partial F}{\partial\sigma_{ij}},\qquad a_{ijkk}=H\frac{\partial F}{\partial\sigma_{ij}}\frac{\partial F}{\partial\sigma_{kk}}\tag{1.20}$$

$$a_{ijij}=\frac{2(1+\nu)}{E}\left(\frac{\partial F}{\partial\sigma_{ij}}\right)^2,\qquad (i\neq j,\ j\neq k,\ k\neq i)$$

где E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона материала.

2. Рассмотрим плоское напряженное состояние

$$\dot\sigma_{xx}=\dot\sigma_x,\quad \dot\sigma_{yy}=\dot\sigma_y,\quad \dot\sigma_{xy}=\dot\tau_{xy},\quad \dot\sigma_{zz}=\dot\sigma_{yz}=\dot\sigma_{zx}=0\tag{2.1}$$

В этом случае имеем

$$D=\frac{2(1+\nu)(1-\nu^2)}{E^2}+\frac{2H(1+\nu)}{E}\left[\left(\frac{\partial F}{\partial\sigma_x}\right)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial\sigma_y}\right)^2+\right.$$

$$\left.+(1-\nu)\left(\frac{\partial F}{\partial\tau_{xy}}\right)^2+2\nu\frac{\partial F}{\partial\sigma_x}\frac{\partial F}{\partial\sigma_y}\right]$$

$$D_x=2\left[\frac{1+\nu}{E}+(1+\nu)H\left(\frac{\partial F}{\partial\sigma_y}\right)^2+H\left(\frac{\partial F}{\partial\tau_{xy}}\right)^2\right]B_x+$$

$$+2\left[\frac{\nu(1+\nu)}{E}+\nu H\left(\frac{\partial F}{\partial\tau_{xy}}\right)^2-(1+\nu)H\frac{\partial F}{\partial\sigma_x}\frac{\partial F}{\partial\sigma_y}\right]B_y-$$

$$-2H\frac{\partial F}{\partial\tau_{xy}}\left(\frac{\partial F}{\partial\sigma_x}+\nu\frac{\partial F}{\partial\sigma_y}\right)B_{xy}$$

$$D_y=2\left[\frac{1+\nu}{E}+(1+\nu)H\left(\frac{\partial F}{\partial\sigma_x}\right)^2+H\left(\frac{\partial F}{\partial\tau_{xy}}\right)^2\right]B_y+$$

$$+2\left[\frac{\nu(1+\nu)}{E}+\nu H\left(\frac{\partial F}{\partial\tau_{xy}}\right)^2-(1+\nu)H\frac{\partial F}{\partial\sigma_x}\frac{\partial F}{\partial\sigma_y}\right]B_x-$$

$$-2H\frac{\partial F}{\partial\tau_{xy}}\left(\frac{\partial F}{\partial\sigma_y}+\nu\frac{\partial F}{\partial\sigma_x}\right)B_{xy} \qquad (2.2)$$

$$D_{xy}=-H\frac{\partial F}{\partial\tau_{xy}}\left(\frac{\partial F}{\partial\sigma_x}+\nu\frac{\partial F}{\partial\sigma_y}\right)B_x-H\frac{\partial F}{\partial\tau_{xy}}\left(\frac{\partial F}{\partial\sigma_y}+\nu\frac{\partial F}{\partial\sigma_x}\right)B_y+$$

$$+\left[\frac{1-\nu^2}{E}+H\left(\frac{\partial F}{\partial\sigma_x}\right)^2+H\left(\frac{\partial F}{\partial\sigma_y}\right)^2+2\nu H\frac{\partial F}{\partial\sigma_x}\frac{\partial F}{\partial\sigma_y}\right]B_{xy}$$

где

$$B_x=\dot\varepsilon_x-\alpha\dot\theta-H\frac{\partial F}{\partial\sigma_x}\left(\frac{\partial F}{\partial\theta}\dot\theta+\frac{\partial F}{\partial\dot\varepsilon_{hk}}\ddot\varepsilon_{hk}\right)$$

$$B_y=\dot\varepsilon_y-\alpha\dot\theta-H\frac{\partial F}{\partial\sigma_y}\left(\frac{\partial F}{\partial\theta}\dot\theta+\frac{\partial F}{\partial\dot\varepsilon_{hk}}\ddot\varepsilon_{hk}\right) \qquad (2.3)$$

$$B_{xy}=\dot\varepsilon_{xy}-H\frac{\partial F}{\partial\tau_{xy}}\left(\frac{\partial F}{\partial\theta}\dot\theta+\frac{\partial F}{\partial\dot\varepsilon_{hk}}\ddot\varepsilon_{hk}\right)$$

$$\frac{\partial F}{\partial\dot\varepsilon_{hk}}\ddot\varepsilon_{hk}=\frac{\partial F}{\partial\dot\varepsilon_x}\ddot\varepsilon_x+\frac{\partial F}{\partial\dot\varepsilon_y}\ddot\varepsilon_y+\frac{\partial F}{\partial\dot\varepsilon_z}\ddot\varepsilon_z+2\frac{\partial F}{\partial\dot\varepsilon_{xy}}\ddot\varepsilon_{xy}$$

Если материал несжимаемый, то

$$\nu=\frac{1}{2},\quad \dot\varepsilon_z=-\dot\varepsilon_x-\dot\varepsilon_y+3\alpha\dot\theta \qquad (2.4)$$

В случае слабой зависимости поверхности текучести от скоростей деформаций можно пренебречь членом

$$\frac{\partial F}{\partial\dot\varepsilon_{ij}}\ddot\varepsilon_{ij} \qquad (2.5)$$

что вносит существенное упрощение в механические соотношения, которые уже приобретут квазистатический характер.

3. В случае одноосного напряженного состояния имеем

$$\dot\sigma_x=\frac{\dot\varepsilon_x-\alpha\dot\theta-H\dfrac{\partial F}{\partial\sigma_x}\left(\dfrac{\partial F}{\partial\theta}\dot\theta+\dfrac{\partial F}{\partial\dot\varepsilon_{hk}}\ddot\varepsilon_{hk}\right)}{\dfrac{1}{E}+H\left(\dfrac{\partial F}{\partial\sigma_x}\right)^2} \qquad (3.1)$$

Считая температуру постоянной, уравнение поверхности текучести представим в виде

$$F(\sigma_{ij},\ q,\ \dot{\varepsilon}_{ij}) = F_0(\sigma_{ij},\ q) + F_1(\sigma_{ij},\ q)\, a_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij} + F_2(\sigma_{ij},\ q)\, a_{ijhk}\dot{\varepsilon}_{ij}\dot{\varepsilon}_{hk} + \cdots \tag{3.2}$$

где a_{ij} и a_{ijhk} — постоянные симметричные тензоры соответственно второго и четвертого порядков.

При несжимаемости материала с учетом симметрии тензоров a_{ij} и a_{ijhk} для одноосного нагружения имеем

$$a_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij} = 0, \qquad a_{ijhk}\dot{\varepsilon}_{ij}\dot{\varepsilon}_{hk} = \beta\dot{\varepsilon}_x^2 \tag{3.3}$$

где

$$\beta = \frac{3}{2}(a_{iiii} - a_{iijj}) \quad (i \neq j) \tag{3.4}$$

Ограничиваясь первыми тремя членами (3.2) и имея в виду (1.8), (3.3), из (3.1) для одноосного квазистатического нагружения $\left(\frac{\partial F}{\partial \dot{\varepsilon}_{ij}}\ddot{\varepsilon}_{ij} \sim 0\right)$ в условиях стационарности температуры получим

$$\dot{\sigma}_x = \dot{\sigma}'_x + \dot{\sigma}''_x + \dot{\sigma}'''_x \tag{3.5}$$

где

$$\dot{\sigma}'_x = E\dot{\varepsilon}_x, \qquad \dot{\sigma}''_x = \frac{E^2\dot{\varepsilon}_x\dfrac{\partial F_0}{\partial \sigma_x}}{\dfrac{\partial F_0}{\partial q}\sigma_x - E\dfrac{\partial F_0}{\partial \sigma_x}} \tag{3.6}$$

$$\dot{\sigma}'''_x = \frac{E^2\sigma_x\beta\dot{\varepsilon}_x^3\left(\dfrac{\partial F_0}{\partial q}\dfrac{\partial F_2}{\partial \sigma_x} - \dfrac{\partial F_0}{\partial \sigma_x}\dfrac{\partial F_2}{\partial q}\right)}{\left(\dfrac{\partial F}{\partial q}\sigma_x - E\dfrac{\partial F}{\partial \sigma_x}\right)\left(\dfrac{\partial F_0}{\partial q}\sigma_x - E\dfrac{\partial F_0}{\partial \sigma_x}\right)} \tag{3.7}$$

Новый член в соотношении (3.5) $\dot{\sigma}'''_x$ выражает влияние скоростей деформаций на пластические свойства материала.

Заметим, что при квазистатическом нагружении минимальные принципы термопластической краевой задачи для скоростей деформаций с учетом и без учета влияния скоростей деформаций на механические соотношения не будут отличаться друг от друга. В обоих случаях из всех кинематически возможных полей скоростей деформаций $\dot{\varepsilon}^0_{ij}$ только действительные поля $\dot{\varepsilon}_{ij}$ будут обеспечивать абсолютный минимум выражения

$$\frac{1}{2}\int_v \left[\dot{\sigma}^0_{ij}(\dot{\varepsilon}^0_{ij} - \alpha\dot{\vartheta}\delta_{ij}) - g^0 H\frac{\partial F}{\partial \vartheta}\dot{\vartheta}\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{hk}}\dot{\sigma}^0_{hk} + \frac{\partial F}{\partial \vartheta}\dot{\vartheta}\right)\right] dv -$$

$$- \int_v \dot{X}_i\dot{u}^0_i\, dv - \int_{s_p} \dot{P}_i\dot{u}^0_i\, ds \tag{4.1}$$

Это совпадение является следствием того, что в обоих случаях различные по содержанию функции упрочнения H положительны, коэффициенты g обладают одинаковыми свойствами, а любому кинематически возможному полю скоростей деформаций $\dot{\varepsilon}^0_{ij}$ соответствует единственное поле скоростей изменений напряжений $\dot{\sigma}^0_{ij}$.*

5. Пользуясь понятием поверхности текучести в рамках ассоциированного с ней закона течения, можно аналогичным образом учесть влияние других факторов (магнитного поля, облучения и т. д.) на пластические свойства материала. Например, если тело, изготовленное из магнитоактивного материала, находится в сильном магнитном поле, то можно полагать, что поверхность текучести зависит еще и от напряженности магнитного поля H_{ij}

$$F(\sigma_{ij}, q, \theta, \dot{\varepsilon}_{ij}, H_{ij}) = 0 \tag{5.1}$$

Тогда при нагружении

$$\dot{f} = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial F}{\partial \theta}\dot{\theta} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\varepsilon}_{ij}}\ddot{\varepsilon}_{ij} + \frac{\partial F}{\partial H_{ij}}\dot{H}_{ij} > 0 \tag{5.2}$$

и для скоростей пластических деформаций будем иметь

$$\dot{\varepsilon}''_{ij} = H\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{kk}}\dot{\sigma}_{kk} + \frac{\partial F}{\partial \theta}\dot{\theta} - \frac{\partial F}{\partial \dot{\varepsilon}_{kk}}\ddot{\varepsilon}_{kk} + \frac{\partial F}{\partial H_{ij}}\dot{H}_{ij}\right)$$

Не вдаваясь в подробности, заметим, что такой учет влияния магнитного поля в выражениях скоростей изменений напряжений (1.17) приводит к добавлению члена $\dfrac{\partial F}{\partial H_{ij}}\dot{H}_{ij}$.

Институт механики АН
Армянской ССР

Поступила 16 X 1974

Ռ. Մ. ԿԻՐԱԿՈՍՅԱՆ

ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ՋԵՐՄԱՊԼԱՍՏԻԿՈՒԹՅԱՆ ԱՌՆՉՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Ենթադրելով, որ նյութի հոսունության մակերևույթը կախված է դեֆորմացիաների արագություններից, հոսունության ասոցիացված օրենքի շրջանակներում առաջարկվում են ջերմապլաստիկության դինամիկական առնչու-

* В работе [2] этот минимальный принцип получен при постоянных объемных силах ($\dot{X}_i = 0$). Можно показать, что изменение объемных сил выразится появлением члена $-\int\limits_v \dot{X}_i \dot{u}^0_i dv$.

թյունները։ Որպես մասնավոր դեպք դիտարկվում է ստացիոնար ջերմային դաշտում կատարվող քվազիստատիկ բեռնավորումը։ Մանրամասն քննարկվում են հարթ և միառանցք բեռնավորման դեպքերը։

ON CORRELATIONS IN DYNAMIC THERMOPLASTICITY

R. M. KIRAKOSIAN

Summary

Assuming that the surfaces of fluidity of material depend on velocity of deformations, certain dynamic correlations in thermoplasticity are suggested in terms of the association law of flow. A quasi-static loading at constant temperature is considered as a particular case. Plane and uniaxial cases of loading are examined in detail.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Прагер В.* Неизотермическое пластическое деформирование. Механика, № 5 (57), 1959.
2. *Mroz Z., Raniecki B.* Variational principles in uncoupled thermoplasticity. Int. J. Eng, Sci., 11, № 11, 1973.