

А. С. ВОЛЬМИР, А. Т. ПОНОМАРЕВ

АЭРОТЕРМОУПРУГОСТЬ ПЛАСТИНОК И ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПАНЕЛЕЙ ПРИ ПЕРЕХОДНОМ РЕЖИМЕ В ПОТОКЕ ГАЗА

Проблема поведения деформируемой конструкции при совместном действии нестационарной аэродинамической нагрузки и аэродинамического нагрева является одной из наиболее актуальных для современного авиастроения. Влияние теплового воздействия проявляется, прежде всего, в появлении в элементах конструкций дополнительных напряжений и в снижении показателей механических характеристик материала.

Вопросы, относящиеся к исследованию поведения упругих систем при повышенных температурах, отражены в монографиях [2], [8]. Освещены также отдельно в литературе задачи, касающиеся теории теплопроводности и массообмена [9], [7]. Численные методы нестационарной аэродинамики изложены в [3]. В исследовании же поведения деформируемых элементов тонкостенных конструкций в потенциальном поле совместно с аэродинамическим нагревом делаются лишь первые шаги.

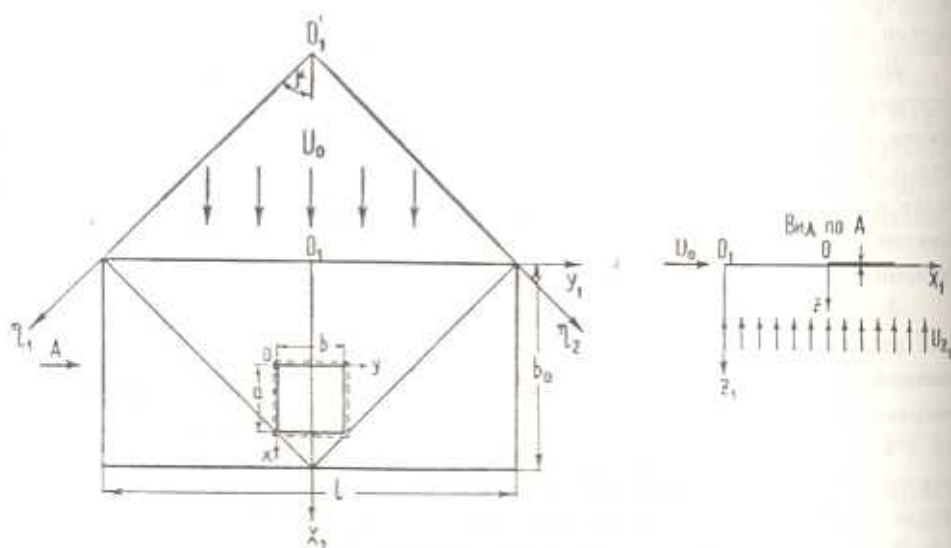
Задача об определении аэротермоупругих свойств элементов конструкций состоит из трех частей. Первая из них включает вычисление при известной скорости полета конструкции интенсивности аэродинамического нагрева. По найденному тепловому полю ищутся температурные градиенты в конструкции. Затем из совместного решения уравнений газовой динамики и термоупругости находятся аэродинамическая нагрузка и деформация или напряжения в конструкции.

В настоящей работе особенности поведения конструкции типа пластины и цилиндрической панели рассматриваются с позиций нелинейной теории термоупругих пологих оболочек и линеаризированной теории нестационарной аэродинамики. Распределение температуры по конструкции считается известным, либо ищется из решения уравнения теплопроводности в предположении о независимости температурного поля от поля деформации.

Рассмотрим симметричное безотрывное движение несущей поверхности—крыла прямоугольной формы в плане со скоростью U_0 при нулевом угле атаки α в идеальной сжимаемой среде. Примем, что, начиная с момента времени $t=0$, крыло подвергается действию дискретного вертикального порыва (мгновенный охват). Предполагается, что в последующие моменты времени отдельные участки верхней обшивки крыла начинают деформироваться от совместного действия аэродинамической нагрузки и аэродинамического нагрева.

Изучим динамическую реакцию упругой системы при комбинированном нагружении на примере плоского и искривленного элемента обшивки

крыла со сторонами a , b и толщиной h (фиг. 1). Примем, что выделенная панель шарнирно скреплена с «холодными» подкрепляющими элементами конструкции. При этом перемещение торцов ее стеснено в направлении оси x ; вместе с тем считаем, что точки торцов могут свободно скользить вдоль координатной линии y . Кроме того, предположим, что панель имеет начальные неперпендикулярности формы, и условно примем, что кривизина ее расположена перпендикулярно направлению потока. Направление потока и область положительных координат для несущей поверхности $0, x, y, z$, и для панели $0, x, y, z$ показаны на фиг. 1. Ограничимся случаем малых скоростей прогиба по сравнению с U_0 и самих прогибов по отношению к хорде крыла ($w \ll b_0$). В то же время будем считать, что появляющиеся прогибы в обшивке сравнимы с ее толщиной.



Фиг. 1.

Выпишем линеаризованное дифференциальное уравнение, описывающее распределение потенциала возмущенных скоростей ψ в связанной системе координат $0, x, y, z$, и основные динамические нелинейные соотношения теории пологих термоупругих оболочек с учетом начальных неперпендикулярностей формы и конструкционного демпфирования, дополнив их инерционным членом, соответствующим нормальному перемещению.

$$(a^2 - U_0^2) \psi_{,xx} - a^2 \psi_{,yy} - a^2 \psi_{,zz} - 2U_0 \psi_{,xz} - \psi_{,tt} = 0 \quad (1)$$

$$-\frac{M_0}{1-\nu^2} \nabla^2 \nabla^2 (w - w_0) = L(w, w) - \frac{1}{R} (\psi_{,xx} - \nu w_{,tt}) - \frac{1}{q} w_{,tt} + p(x, y, t) \quad (2)$$

$$M_0 \nabla^2 \nabla^2 \phi = \frac{1}{2} [L(w, w) - L(w_0, w_0)] - \frac{1}{R} (w - w_0)_{,tt} \quad (3)$$

Здесь

$$M_1 = \frac{1}{D_0}, \quad M_2 = \frac{D_1^2 - D_2 D_0}{D_0}$$

$$D_0 = \int_{-h/2}^{h/2} E^z dz, \quad D_1 = \int_{-h/2}^{h/2} E^z z dz, \quad D_2 = \int_{-h/2}^{h/2} E^z z^2 dz \quad (4)$$

E^z — модуль упругости в точке с координатой z , вычисленный для данной температуры θ , R — радиус срединной поверхности цилиндрической панели, γ — удельный вес материала, ε — коэффициент конструкционного демпфирования, $p(x, y, t)$ — интенсивность поперечного аэродинамического давления, L — известный билинейный оператор, a_∞ — скорость звука в невозмущенном потоке, Φ — функция напряжений в срединной поверхности, w и w_0 — полный и начальный прогибы. Индекс после запятой обозначает дифференцирование по соответствующей переменной. Уравнения (2—3) описывают напряженное и деформированное состояние панели при допущении, что температура, оставаясь постоянной вдоль координат x и y , изменяется только по толщине $\theta = \theta(z)$. Граничные условия на панели

$$[z_{,z}]_{z=0} = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ U_0 \left(-\gamma + w_{,x} + \frac{1}{U_0} w_{,t} \right) & t \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

где γ учитывает изменение угла атаки при воздействии порыва, $w_{,x}$ и $\frac{1}{U_0} w_{,t}$ описывают изменение местного угла атаки по координате x и времени t . Согласно (5) и модели тонкой несущей поверхности выражение для суммарного аэродинамического давления представим в виде

$$p(x, y, t) = p_s(x, y, t) + p_{w_s}(x, y, t) + p_{w_p}(x, y, t) \quad (6)$$

Здесь $p_s(x, y, t)$ — составляющая аэродинамического давления, определяемая в данном случае по соотношениям ([3] стр. 547). Возмущенное давление $p_w(x, y, t)$ вычисляем с помощью интеграла Коши-Лагранжа через потенциал возмущенных скоростей

$$p_w = -\gamma_\infty (U_0 \bar{\gamma}_{,x} + \bar{\gamma}_{,t}) \quad (7)$$

Через γ_∞ в (7) обозначена плотность невозмущенной газовой среды. Для решения упругой части задачи воспользуемся методикой, изложенной в [6].

Функции полного и начального прогибов и функцию напряжений в срединной поверхности аппроксимируем выражениями вида

$$w = f(x, t) \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad w_0 = f_0(x) \sin \frac{n_0 \pi y}{b}$$

$$\Phi = \Phi_0(x, t) \sin \frac{n\pi y}{b} - \frac{N_0^0 y^2}{2} \quad (8)$$

где N_x^0 — эквивалентное сжимающее усилие в кгс/см, n и n_0 — соответственно число текущих и начальных полуволн вдоль оси y ; $n = n_0$.

Выражения для w и Φ (8) удовлетворяют граничным условиям типа

$$\begin{aligned} w = 0, \quad w_{,xx} = 0, \quad N_x = N_x^0, \quad N_{xy} = 0 \quad \text{при } x = 0; \quad a \\ w = 0, \quad w_{,yy} = 0, \quad N_y = 0, \quad N_{xy} = 0 \quad \text{при } y = 0; \quad b \end{aligned} \quad (9)$$

где N_x , N_y и N_{xy} — соответственно нормальные и касательные погонные усилия, связанные с функцией Φ по известным соотношениям [5]. Условие для N_{xy} в (9) по ненагруженным краям $y = 0; b$ выполняется в „интегральном“ смысле.

Разрешающая система уравнений относительно искомых функций w и Φ была составлена путем последовательного применения к зависимостям (2—3) процедуры Бубнова-Галеркина по переменной y и метода конечных разностей по x и времени t .

Коэффициент эквивалентного сжимающего усилия N_x^0 находим из условия отсутствия сближения между торцами панели в направлении оси x

$$\frac{1}{a} \int_0^a \frac{\partial u}{\partial x} dx = 0 \quad (10)$$

где u — деформация панели вдоль образующей.

Окончательно усилие N_x^0 определяем по формуле

$$\begin{aligned} N_x^0(t) = - N_0(t) + \frac{2\pi}{ab^2} \int_0^a \Phi_0(x, t) dx + \\ + \frac{1}{4aI D_0} \int_0^a \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{2}{a n \pi} \int_0^a \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial x^2} dx \end{aligned} \quad (11)$$

где $N_0 = \int_{x/2}^{x/2} \rho x^2 \dot{\gamma}^2 E^2 dz$ — температурное усилие, αx^2 — коэффициент линейного расширения.

Решая совместно уравнения (2—3) относительно функций w и Φ с учетом (11) описанным выше способом и определяя законы распределения возмущенного давления $p(x, y, t)$ численными методами линеаризованной нестационарной аэродинамики, можно исследовать деформацию панели вдоль образующей и во времени как при переходном процессе, так и при установившемся режиме в потоке газа для широкого диапазона чисел Маха $0 \leq M \leq 2$ ($M = U_0/a$).

Для примера изучим аэротермоупругие свойства панели при обтекании крыла сверхзвуковым потоком. Рассмотрим случай $M = \sqrt{2}$; будем считать температуру нагрева известной.

Аэродинамическое давление находилось по (6) с учетом (7). Потенциал возмущенных скоростей ϕ определялся интегрированием уравнения (1) численным методом запаздывающего потенциала от источника в безразмерных характеристических координатах $\theta_1 \gamma_1 \gamma_2$ с полууглом при вершине $\mu = \arcsin M^{-1}$ (фиг. 1)

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \bar{x}_1 - \bar{y}_1 - \bar{x}_{10}, & \gamma_2 &= \bar{x}_1 + \bar{y}_1 - \bar{x}_{10} \\ \bar{y}_1 &= \frac{2y_1}{e}, & \bar{x}_1 &= \frac{2x_1}{\beta l}, & \bar{x}_{10} &= \frac{2x_{10}}{\beta l}, & \beta &= \sqrt{M^2 - 1} \end{aligned} \quad (12)$$

где x_{10} — координата начала отсчета, l — размах несущей поверхности.

Для реализации численного метода панель заменяется целым числом элементарных ячеек, образуемых путем пересечения прямых, параллельных характеристическим линиям $\theta_1 \gamma_1$ и $\theta_1 \gamma_2$. Потенциал возмущенных скоростей ϕ в произвольной точке находим путем суммирования интегралов по ячейкам, вошедшим в область интегрирования.

Далее было принято, что температура вдоль толщины оболочки распределяется по линейному закону

$$\theta = c - \beta_0 z$$

Здесь $c = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$, $\beta_0 = \frac{\theta_1 - \theta_2}{h}$, θ_1 и θ_2 — температура наружной и внутренней поверхности; модуль упругости является также функцией координаты z

$$E^z = H^z + \beta_1^E z$$

где

$$H^z = H - \beta_1 \beta_0, \quad \beta_1^E = \beta_1 \beta_0$$

Например, для дюралюминия Д 16Т $H = 7.29 \times 10^5$ кг/см²; $\beta_1 = 551$ кг/см²·°С.

Изменение коэффициента линейного расширения в зависимости от температуры описывается выражением

$$\beta_2 = s + c\beta_2$$

Далее имеем

$$\beta_2^z = s^z - \beta_2^z z, \quad \beta_2^E = \beta_0 \beta_2$$

Для дюралюминия $s = 22 \cdot 10^{-6}$ 1/°С, $\beta_2 = 0.05 \cdot 10^{-6}$.

Приведенная температурная жесткость панели, неравномерно нагретой по толщине, примет вид

$$M_2 = \frac{D_2 D_0 - D_1^2}{(1 - \nu^2) D_0} = \frac{h^3 (12 H^z - \beta_1^E h^2)}{144 H^z (1 - \nu^2)}$$

Кроме того, выражение для N_0 будет

$$N_0 = c (H - \beta_1 c) (s + c\beta_2) h \quad (13)$$

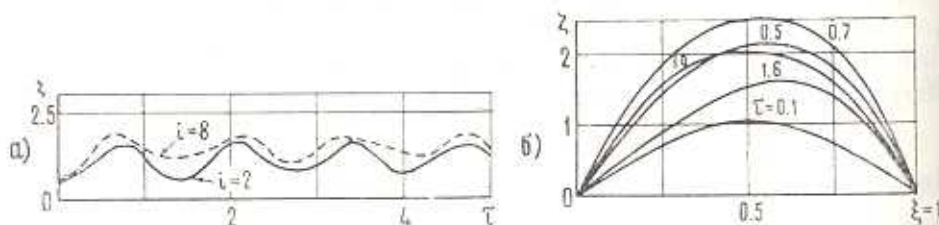
При составлении разрешающих уравнений были использованы безразмерные величины

$$\begin{aligned} \bar{z} &= \frac{f}{h}, & \bar{z}_0 &= \frac{f_0}{h}, & \bar{x} &= \frac{x}{a}, & \lambda &= \frac{a}{b} \\ \bar{q} &= \frac{q_0 a}{D_0 h^2}, & \bar{N}_x^0 &= \frac{N_x^0 b^2}{D_0 h^2}, & \bar{N}_b &= \frac{N_b b^2}{D_0 h^2} \\ \bar{\varepsilon} &= \frac{\varepsilon a^2}{h} \left\{ \begin{array}{l} \frac{g h}{D_0 \bar{v}} \\ \tau = \frac{U_0 t}{b_0}, \quad \bar{p} = \frac{2(p - p_\infty)}{\bar{v}_\infty U_0^2} \end{array} \right. \\ \lambda_1 &= \lambda \frac{b}{h}, & \lambda_2 &= \frac{a}{b_0} \end{aligned} \quad (14)$$

Система разрешающих безразмерных уравнений относительно функции $\bar{\zeta}(\bar{x}, \bar{\tau})$ и $\bar{\psi}(\bar{x}, \bar{\tau})$ интегрировалась в конечных разностях с шагом по координате $h_x = 0.1$ и по времени $h_\tau = 0.005$ при начальных условиях $\bar{\zeta} = \bar{\zeta}_0 = \bar{\zeta}_x = 0$ совместно с уравнением для параметра возмущенного давления $\bar{p}(\bar{x}, \bar{\tau})$ при $h_x = 0.0125$ и $h_\tau = 0.025$; число полуволн вдоль оси y и амплитуда начальной погиби составили соответственно $n = 1$, $\bar{\zeta}_0 = 1$.

Отметим здесь, что эквивалентное сжимающее усилие \bar{N}_x^0 в общем случае является переменным по времени τ . Поэтому оно ищется на каждом шаге интегрирования по (11) с учетом (13).

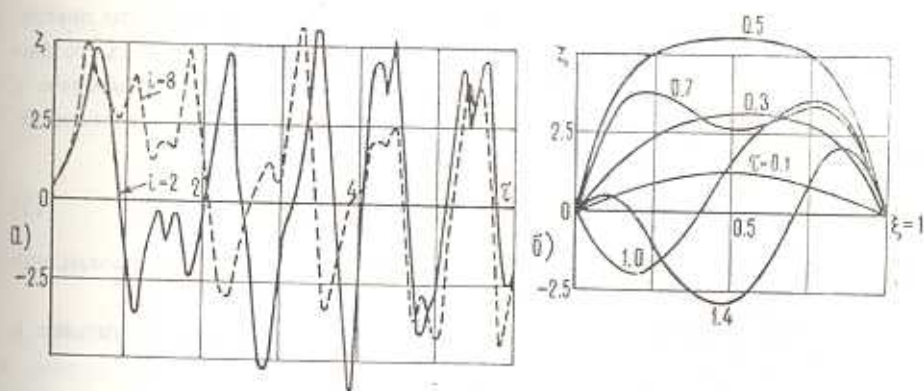
Остановимся на результатах вычислений, полученных с помощью ЭЦВМ на примере панели, выполненной из дюралюминия, с параметрами $\lambda = 1$, $\lambda_1 = 80$, $\lambda_2 = 0.25$ при $\varepsilon = 0.5$ для случая стационарного нагрева. Варьировался коэффициент кривизны панели k и температура нагрева θ . Они представлены в виде графиков на фиг. 2—4.



Фиг. 2.

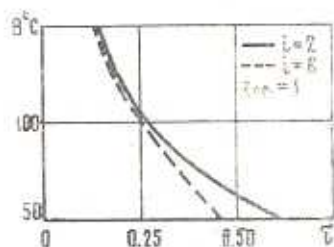
На фиг. 2а, б нанесены соответственно траектории движения $\bar{\zeta}_i(\tau)$ передней $i=2$ и задней $i=8$ точек панели во времени τ , расположенных соответственно на расстоянии $1/5$ и $4/5$ длины от передней кромки со стороны набегающего потока (фиг. 2а), и закон деформирования срединной поверхности $\bar{\zeta}(\bar{x}, \tau)$ вдоль координаты \bar{x} для различных моментов времени τ при $k=0$ и $\theta=50^\circ\text{C}$ (фиг. 2б). Аналогичные графики $\bar{\zeta}_i(\tau)$ и $\bar{\zeta}(\bar{x}, \tau)$ изображены на фиг. 3а, б для панели с $k=0$ при $\theta=100^\circ\text{C}$. Как видим, повыше-

ние температуры нагрева панели θ приводит к резкому изменению деформированного состояния. Вычисления показали также, что аэротермоупругое поведение панели при дальнейшем росте температуры нагрева может быть описано, исходя из условий нагрева. Вместе с тем отметим, что нагрев панели выбранной геометрии в диапазоне $0 \leq \theta \leq 60^\circ\text{C}$ приводит к заметному демпфированию аэротермоупругих амплитудно-частотных характеристик.



Фиг. 3.

Кривые $\theta(\tau)$ фиг. 4 иллюстрируют влияние температуры нагрева θ на критическое время достижения в отдельных точках конструкции ($i=2$ — сплошная линия; $i=8$ — пунктирная линия) предельного прогиба ($\zeta_{\text{орел.}} = -1$). Из анализа фиг. 4 следует, что это время в значительной степени зависит от температуры нагрева панели.



Фиг. 4.

Таким образом, при сравнительно высоких температурах аэротермоупругие свойства системы типа панели могут быть изучены без учета нестационарности обтекания. Сопоставление результатов вычислений при варьировании коэффициента кривизны панели k показало, что увеличение параметра k вызывает рост амплитуды колебаний системы.

Обратимся теперь к исследованию аналогичной задачи для случая быстрого нагрева поверхности обшивки. Будем считать интенсивность падающего потока на поверхность элемента конструкции известной.

Укажем на некоторые особенности данной задачи. В первую очередь это относится к параметру температурного усилия \bar{N}_0 соотношения (11). Если при статическом нагреве он принимался постоянным, то в этом случае \bar{N}_0 будет являться функцией параметра времени τ : $\bar{N}_0 = \bar{N}_0(\tau)$. Его будем находить по формуле (13) на каждом шаге интегрирования. Для этого в дополнение к основным разрешающим уравнениям относительно функций ξ , ψ и \bar{p} необходимо решить температурную задачу.

Так как панель считается тонкостенной и предполагается, что поверхность ее подвергается равномерному воздействию теплового потока, то распространением тепла в меридиональном направлении можно пренебречь и рассматривать задачу о распространении тепла в одномерной постановке. Тогда уравнение теплопроводности выпишем в виде [9]

$$\dot{b}_{,t} = \kappa b_{,zz} \quad (15)$$

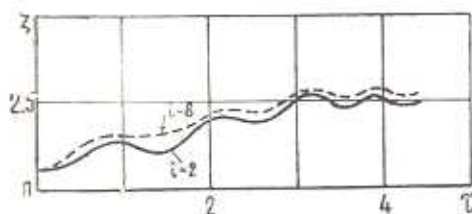
где κ — коэффициент температуропроводности; для дюралюминия $\kappa \approx 0.645 \text{ см}^2/\text{сек}$.

Уравнение (15) было проинтегрировано при следующих граничных и начальных условиях:

$$\begin{aligned} b_{,z} = 0, \quad b_{,z} = \text{const} & \quad \text{при} & \quad z = \pm \frac{h}{2}; \quad t > 0 \\ b = 0 & \quad \text{для} & \quad t = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Воспользуемся известным решением [8].

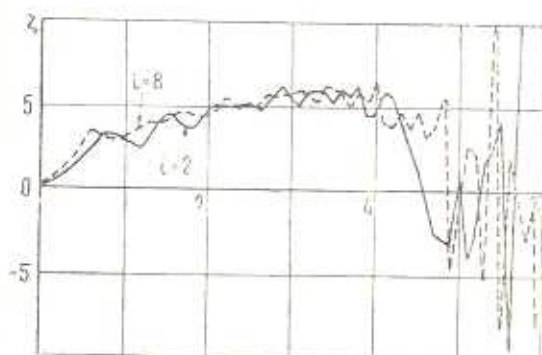
Варьируемыми параметрами в вычислениях были коэффициент кривизны панели k и интенсивность теплового потока $q(t)$.



Фиг. 5.

На фиг. 5 помещены траектории движения передней ($i=2$) и задней точек ($i=8$) панели с коэффициентом кривизны $k=0$ при $q=500 \text{ кал/см}^2\text{сек}$. Подобные графики при $q=1500 \text{ кал/см}^2\text{сек}$ нанесены на фиг. 6. Сопоставление данных фиг. 5 и 6 с аналогичными кривыми фиг. 2а и 3а показывает, что аэротермоупругие свойства упругой системы при быстром нагреве со сверхзвуковым обтеканием описываются в начальный период плавным темпом нарастания амплитуды движения. Вместе с тем конструкция может подвергаться действию более высоких температурных градиентов до появления в ней значительных перемещений.

Анализ вычислений показал также, что, как и в случае, описанном выше, увеличение интенсивности нагрева приводит к уменьшению критического промежутка времени до появления в конструкции предельных прогибов.



Фиг. 6.

Мы рассмотрели некоторые аэротермоупругие явления, происходящие в присутствии теплового поля. Было показано, что температурные напряжения изменяют характер поведения упругой конструкции, подвергающейся действию газового потока. В одних случаях тепловые воздействия смягчают аэроупругие перемещения системы, в других же они полностью определяют напряженное и деформированное состояние конструкции. В связи с широким использованием композиционных материалов в авиастроении желательно рассмотреть эти же задачи с применением современного аппарата теории анизотропных пластин и оболочек [1].

Военно-воздушная инженерная академия
им. проф. Н. Е. Жуковского.

Поступила 27 II 1975

Ա. Ս. ՊՈՒՐԻ, Ա. Տ. ՊՈՆՈՄԵՅՈՎ

ՍԱՇԵՐԻ ԳՎԱՆԱՅԻՆ ՊԱՆԵԼՆԵՐԻ ԱԵՐՈՋԵՐՄԱՌՍՁԳԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆԸ
ԳԱՋԻ ՀՈՄԱՆՔՈՒՄ ԱՆՅՈՎԱԿԱՆ ՊԱՅՄԱՆԱԿԱՐԳԻ ԺԱՄԱՆԱԿ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Ուսումնասիրվում են պանելների աերոջերմատառձգական հատկությունների գազի հոսանքում անցողական պայմանակարգի և տարածման ժամանակ դիտարկվում են կառուցվածքի էլեմենտի ստացիոնար և արագ տարացման դեպքերը: Օդտազործվում են ջերմատառձգական թաղանթների ոչ գծային տեսության անչլուսթյունները նորմալ տեղափոխությանը համապատասխանող կառուցվածքային առատանումների մարիշի և իներցիոն ուժերի հաշվառումով:

Աերոդինամիկական բեռը փնտրվում է գծայնացված ոչ ստացիոնար աերոդինամիկայի թվային եղանակներով բարակ կրող մակերևույթի մոդելի վրա:

Հաշվի է առնվում նյութի մեխանիկական բնութագրիչների փոփոխությունը ջերմաստիճանից կախված: Հաշվումների արդյունքները ներկայացված են գծանկարների տեսքով, որոնք նկարագրում են համակարգի ամպլիտուդա-հաճախականության բնութագրիչները տարածման ջերմաստիճանից և պանելի երկրաչափությունից կախված:

AEROTHERMOELASTICITY OF PLATES AND CYLINDRICAL PANELS UNDER TRANSIENT INFLUENCE OF THE GAS FLOW

VOL'MIR A. S., PONOMAREV A. T.

S u m m a r y

Aerothermoelastic behaviour of plates and circular cylindrical panels under transient movement in the gas flow and simultaneously heating is investigating;

ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян С. А. Общая теория анизотропных оболочек. Из-во «Наука», М., 1974.
2. Бажанов В. А., Гольденблатт И. И., Николаевко Н. А., Синюков А. М. Расчет конструкций на тепловые воздействия. Из-во «Машиностроение», М., 1969.
3. Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К., Табачников В. Г. Крыло в нестационарном потоке газа. Из-во «Наука», М., 1971.
4. Ван-Драйст Е. Р. Проблема аэродинамического нагрева. ВРГ, № 5, 1957.
5. Вольмир А. С. Нестационарная динамика пластинок и оболочек. Из-во «Наука», М., 1972.
6. Вольмир А. С., Пономарев А. Т., Попыталов С. А. Поведение панели крыла при переходном режиме в потоке газа. ПИММ, т. 37, № 2, 1973.
7. Эккерт Э. Р. Введение в теорию тепло- и массообмена. Госэнергоиздат, М., 1957.
8. Boley B., Weiner J. Theory of thermal stress, N. Y., 1960.
9. Carslaw H. S., Jager J. C. Conduction of heat in solids. Oxford, 1960.