

Գ. Ա. ԲԱԲԱԴՋԱՆՅԱՆ

## СТАЦИОНАРНОЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ РЕАЛЬНОГО ГАЗА В ДЛИННОМ ГАЗОПРОВОДЕ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ УКЛОНА ПРОФИЛЯ ТРАССЫ

### § 1. Уравнения движения и краевые условия

Рассматривается одномерное неизотермическое стационарное движение газа в длинном газопроводе с учетом влияния уклона профиля трассы.

Исследования показывают, что при движении газа в длинном газопроводе на газодинамические величины существенно влияют как уклон трубопровода, так и изменение температуры газа вдоль газопровода. Изменение температуры газа чаще всего обусловлено изменением температуры почвы, по которой проходит газопровод. Это явление встречается в горных условиях местности или в случае, когда газ выходит из глубоких скважин на поверхность земли и т. п.

Движение газа при вышеизложенных условиях описывается следующей системой уравнений [1]:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\xi \rho u^2}{2d} + \rho g \sin \alpha \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial (\rho u)}{\partial x} = 0$$

$$p = \rho R T$$

где  $p$ ,  $u$ ,  $\rho$  и  $T$  — соответственно средние по сечению трубы давление, скорость, плотность и абсолютная температура газа,  $\xi$  — коэффициент сопротивления,  $d$  — диаметр трубы,  $R$  — газовая постоянная,  $x$  — направление движения,  $g$  — ускорение силы тяжести.

В третьем уравнении системы (1.1) абсолютная температура  $T$  — известная функция от  $x$ ,  $T = T(x)$ , так что в этой нелинейной системе уравнений неизвестными величинами являются функции  $p(x)$ ,  $u(x)$  и  $\rho(x)$ .

При решении поставленной задачи примем следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} \text{при } x = 0 & \quad p = p_0 \\ \text{при } x = L & \quad p = p_n \end{aligned} \quad (1.2)$$

где  $p_0$  и  $p_n$  — значения давлений в начале и в конце газопровода,  $L$  — длина газопровода.

## § 2. Решение системы уравнений (1.1)

Попробуем решить систему уравнений (1.1), то есть найти не известные функции  $p(x)$ ,  $u(x)$  и  $\rho(x)$  для двух режимов движения — ламинарного, когда потеря напора на единицу длины пропорциональна первой степени скорости, и турбулентного, когда потеря напора пропорциональна квадрату скорости.

а) В случае ламинарного режима движения коэффициент сопротивления  $\xi$  имеет следующее значение:

$$\xi = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64\mu}{ud\rho} \quad (2.1)$$

где  $\mu$  — динамический коэффициент вязкости газа, который принимается постоянным вдоль газопровода.

Подставляя (2.1) в (1.1), получим

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = bu + \rho g \sin \alpha \quad (2.2)$$

$$\frac{d(\rho u)}{dx} = 0$$

$$p = \rho RT$$

где  $b = \frac{32\mu}{d^2}$ .

Исключая из системы уравнений (2.2) функции  $u(x)$  и  $\rho(x)$ , относительно функции  $p(x)$  получим следующее уравнение:

$$p \frac{d^2 p}{dx^2} + \frac{2g \sin \alpha}{RT} p \frac{dp}{dx} + \left( \frac{dp}{dx} \right)^2 - \frac{p}{T} \frac{dp}{dx} \frac{dT}{dx} - \frac{2gp^2}{RT^2} \sin \alpha \frac{dT}{dx} = 0 \quad (2.3)$$

Если обозначить  $p^2(x) = P(x)$ , уравнение (2.3) примет следующий вид:

$$\frac{d^2 P}{dx^2} + \left( \frac{2g \sin \alpha}{RT} - \frac{1}{T} \frac{dT}{dx} \right) \frac{dP}{dx} - \frac{4g \sin \alpha}{RT^2} P \frac{dT}{dx} = 0 \quad (2.4)$$

Уравнение (2.4) относительно новой неизвестной функции есть линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами, которое с помощью подстановки  $P'(x) = Z(x)P(x)$  приводится к уравнению Риккати относительно функции  $Z(x)$ . Частное решение этого уравнения

$$\bar{Z}(x) = - \frac{g \sin \alpha}{RT} - \frac{1}{2T} \frac{dT}{dx} \quad (2.5)$$

Общее решение уравнения (2.4) будет

$$P(x) = C_2 e^{\int \left( \frac{e^{-\int \left[ \frac{2g \sin \alpha}{RT} + \frac{dT}{T dx} \right] dx}}{C_1 + \int \left[ \frac{2g \sin \alpha}{RT} + \frac{1}{T} \frac{dT}{dx} \right] dx} - \frac{2g \sin \alpha}{RT} \right) dx} \quad (2.6)$$

Определяя постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  с помощью граничных условий (1.2) и учитывая обозначение  $P(x) = p^2(x)$ , найдем закон изменения давления вдоль газопровода, зависящий от значения уклона профиля трассы, и для любого заранее заданного закона изменения температуры газа.

Из третьего уравнения системы (2.2) найдем закон изменения плотности. А из первого уравнения той же системы получим закон изменения скорости

$$u = - \frac{1}{b} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{g_0 \sin \alpha}{b} \quad (2.7)$$

Расход газа определится по следующей формуле:

$$G = \frac{s}{RT} u(x) p(x) \quad (2.8)$$

где  $s$  — площадь поперечного сечения трубы.

Известно, что современные газопроводы имеют большие диаметры и большие скорости подачи газа. При таких условиях ламинарный режим движения газа мало вероятен.

Поэтому, с практической точки зрения, ламинарный случай движения не представляет интереса. Практический интерес представляет турбулентный режим движения, к исследованию которого мы и перейдем.

б) При турбулентном режиме движения коэффициент сопротивления  $\xi$  принимает постоянное значение, зависящее только от диаметра трубы.

Исключая из системы (1.1) функции  $u(x)$  и  $\rho(x)$ , получим уравнение относительно  $p(x)$  в виде (2.3), которое после обозначения  $p^2(x) = P(x)$  примет вид (2.4).

Получается, что при стационарном одномерном движении газа в длинном газопроводе при ламинарном и турбулентном режимах давление удовлетворяет одному и тому же дифференциальному уравнению. Следовательно, закон изменения давления для вышеуказанных двух режимов при одинаковых граничных условиях один и тот же. Из уравнения состояния получается, что закон изменения плотности также совпадает для обоих режимов движения. Это совпадение, конечно, не имеет места при нестационарном движении.

Закон изменения скорости определяется из первого уравнения системы (1.1)

$$u(x) = \left\{ - \frac{2d RT}{\xi p} \frac{dp}{dx} - \frac{2dg}{\xi} \sin \alpha \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.9)$$

расход газа вычисляется по формуле

$$G = \frac{s}{RT} \left\{ - \frac{2d RT}{\xi} p \frac{dp}{dx} - \frac{2d g p^2}{\xi} \sin \alpha \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.10)$$

Из формул (2.7), (2.8), (2.9) и (2.10) видно, что законы изменения скорости и расхода при ламинарном и турбулентном режимах не совпадают.

В случае  $T = \text{const}$  значения всех найденных функций совпадают со значениями этих величин, полученными в работе [2].

Если  $\alpha = 0$ , полученные результаты совпадают с результатами работы [3]. Когда одновременно и  $T = \text{const}$  и  $\alpha = 0$ , получим результаты работы [4].

### § 3. Пример расчета

Примем закон изменения температуры газа вдоль газопровода линейным, то есть

$$T(x) = T_n + (T_n - T_0) \frac{x}{L} = T_n (1 + kx) \quad (3.1)$$

$$\text{где } k = \frac{T_n - T_0}{T_n L}$$

Вычислим законы изменения давления, скорости, расхода и плотности газа при турбулентном режиме движения.

Подставляя значение  $T(x)$  в виде (3.1) в выражение  $P(x)$  (2.6), после вычисления получим

$$P(x) = C_1 (1 + kx)^2 + C_2 (1 + kx) - \frac{2g \sin \alpha}{R T_n k} \quad (3.2)$$

Определяя значения постоянных интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  и учитывая обозначение  $p^2(x) = P(x)$ , получим окончательно

$$p(x) = \left\{ \frac{p_0^2 (1 + kL) - \frac{2g \sin \alpha}{R T_n k} - p_n^2}{(1 + kL) - \frac{2g \sin \alpha}{R T_n k} - (1 + kL)^2} (1 + kx)^2 - \frac{p_n^2 (1 + kL)^2 - p_0^2}{(1 + kL) - \frac{2g \sin \alpha}{R T_n k} - (1 + kL)^2} (1 + kx) - \frac{2g \sin \alpha}{R T_n k} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.3)$$

Из (2.9) определим скорость

$$u(x) = \left\{ - \frac{2d R T_n}{\xi p^2} \left[ \frac{p_0^2 (1 + kL) - \frac{2g \sin \alpha}{R T_n k} - p_n^2 (1 + kx)}{(1 + kL) - \frac{2g \sin \alpha}{R T_n k} - (1 + kL)^2} + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{g \sin \alpha (p_n^2 (1 + kL)^2 - p_v^2) (1 + kx) \frac{2g \sin \alpha}{RT_n k} - 1}{(1 + kL) \frac{2g \sin \alpha}{RT_n k} - (1 + kL)^2} \frac{2dg \sin \alpha}{\xi} \right]^{1/2} \quad (3.4)$$

из (2.10) определим расход

$$G = \frac{s}{RT} u(x) p(x) = s \left[ \frac{2d}{\xi RT_n} \left( k + \frac{g \sin \alpha}{RT_n} \right) \frac{p_n^2 (1 + kL) \frac{2g \sin \alpha}{RT_n k} - p_v^2}{(1 + kL) \frac{2g \sin \alpha}{RT_n k} - (1 + kL)^2} \right]^{1/2} \quad (3.5)$$

плотность определится по формуле

$$\rho(x) = \frac{p(x)}{RT(x)} \quad (3.6)$$

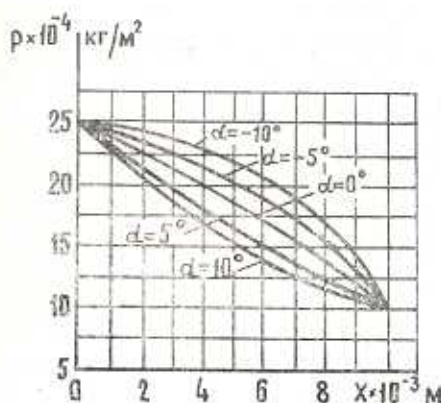
Для вычисления конкретного численного примера возьмем следующие данные:

$$p_n = 25 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^2, \quad p_v = 10 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^2, \quad L = 10^4 \text{ м}$$

$$R = 50 \text{ кг/м}^2 \cdot \text{кг/кг} \cdot \text{С}^2, \quad T_n = 310^\circ \text{ С}, \quad T_v = 280^\circ \text{ С}$$

$$d = 0.7 \text{ м}, \quad \xi = 0.012, \quad \alpha = 0, \pm 1^\circ, \pm 5^\circ, \pm 10^\circ$$

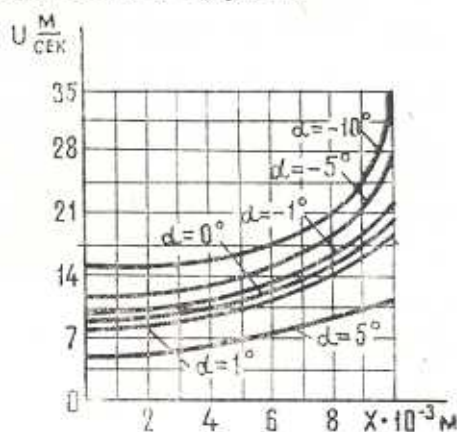
Законы изменения давления, скорости и расхода газа представлены на фиг. 1, 2, 3.



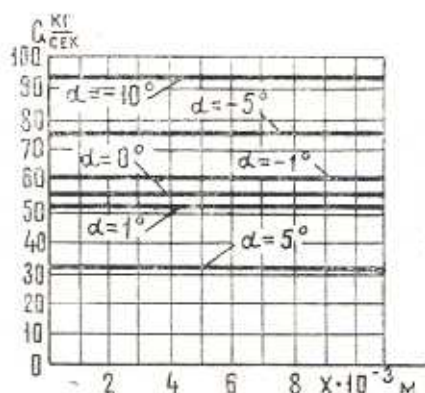
Фиг. 1.

Из полученных результатов и из численного примера видно, что в принятом законе изменения температуры (по движению газа температура уменьшается линейно) давление, скорость и расход газа уменьшаются при увеличении уклона газопровода ( $\alpha > 0$ ). Эти величины уве-

личиваются, если уклон уменьшается ( $\alpha < 0$ ). Следует отметить, что изменение расхода, зависящее от уклона, происходит более интенсивно, чем изменение давления и скорости.



Фиг. 2.



Фиг. 3.

Так, например, если при  $\alpha = 0$  расход равен  $54 \text{ кг/сек}$ , то при  $\alpha = +5^\circ$  расход равен  $31 \text{ кг/сек}$ , а при  $\alpha = -5^\circ$  расход увеличивается до значения  $75 \text{ кг/сек}$ .

Очевидно, что на изменение газодинамических величин влияет также соответствующий подбор закона изменения температуры.

## Գ. Հ. ԲԱԲԱՋՅԱՆԻԱՆ

ԵՐԿԱՐ ԳԱԶԱՄՈՒՂՈՒՄ ԵՐԱԿԱՆ ԳԱԶԻ ՍՏԱՅԻՈՆԱՐ, ԲՉ ԻԶՈԹԵՐՄ  
ՇԱՐՔՈՒՄԸ, ՈՒՂԵԳՈՒ ՊՐՈՖԻԼԻ ԹԵՔՈՒԹՅԱՆ ԱԶԻԵՅՈՒԹՅԱՆ  
ՀԱՇՎԱՌՈՒՄՈՎ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Հոդվածում քննարկվում է իրական (մածուցիկ) գազի ստացիոնար, ոչ իզոթերմ շարժումը դանաչին երկար գազամուղում, գազամուղի հորիզոնի նրկատմամբ ունեցած թերություն անկյան ազդեցության հաշվառումով:

Շարժման ոչ իզոթերմ բնույթը պայմանավորված է գազի ջերմաստիճանի փոփոխությամբ կախված ներքին և արտաքին պատճառներից: Հետազոտված են շարժման լամինար և տուրբուլենտ դեպքերը: Որոշված են գազի ճնշման, արագության, խտության և ելքի փոփոխման օրենքները գազամուղի երկարությամբ, կախված նրա թերության անկյունից և գազի ջերմաստիճանի փոփոխման օրենքից:

Խնդրի զործնական նշանակությունը մեծանում է լինաչին սելեֆ ունեցող վայրերի համար, որոնցով անցնում են երկար գազամուղները:

Խնդրի լուծումը և հաշված թվային օրինակը ցույց են տալիս, որ գազամուղի թերության անկյունը և գազի շարժման ոչ իզոթերմ բնույթը էականորեն են ազդում գազողինամիկական մեծությունների վրա:

STATIONARY NON-ISOTHERMAL MOTION OF REAL GAS IN  
A LONG GASPIPING, CONSIDERING THE INFLUENCE OF THE  
LINE PROFILE SLOPE

G. A. BABAJANIAN

## S u m m a r y

The paper discusses a stationary one-dimensional non-isothermal motion of real gas in a long gaspiping, considering the influence of the line profile slope. Both laminar and turbulent regimes of gas motion are examined. The laws of variation in pressure, density, velocity and flow rate along the gaspiping, depending on its slope and gas temperature are revealed.

A specific numerical example is presented for the temperature variation law given linearly. The solution and the numerical example show that the line profile slope and the variable gas temperature essentially influence the motion parameters.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Чорный И. А. Неустойчивое движение жидкой среды в трубах. Гостехтеориздат, М., 1951.
2. Бабаджанян Г. А. Движение реального газа в длинном газопроводе с учетом кинематического профиля трассы. Учен. зап. Казан. ун-та, Сер. Физ.-матем. науки, т. XXVI, №5, 1973.
3. Бабаджанян Г. А. Стационарное неизоэнтальпическое движение реального газа в длинном газопроводе. Ученые записки ЕГУ, №3, 1974.
4. Смирнов А. С. и Ширковский А. И. Добыча и транспорт газа. Гостехиздат, М., 1957.