ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XXVIII, № 2, 1975 Механика

М. В. БЕЛУБЕКЯН

К ЗАДАЧЕ КОЛЕБАНИЙ ТОКОНЕСУЩИХ ПЛАСТИН

Одной из трудностей решения задач магнитоупругости тел с конечными размерами и конечной электропроводностью является необходимость совместного решения уравнений электродинамики для движущейся проводящей среды (упругого тела), уравнений движения упругого тела и уравнений электродинамики для среды, окружающей тело, при общих граничных условиях на поверхности упругого тела.

В настоящей работе, с целью упрощения хода решения задач магнитоупругости тонких проводящих пластин, делается попытка обойти, в некотором смысле, необходимость рассмотрения уравнений электродинамики для среды, окружающей пластинку.

При этом существенно используются гипотезы магнитоупругости, сформулированные и обоснованные в работах [1, 2], и дополнительные допущения о характере возмущенного электромагнитного поля в среде, окружающей пластинку, обоснованием которых служат сравнения получаемых решений с решением задач в точной постановке.

1. Пластинка толщиной $2h$ находится во внешнем стационарном магнитном поле и служит проводником стационарного электрического тока в направлении, параллельном срединной плоскости пластинки.

Магнитная и диэлектрическая проницаемости среды, окружающей пластинку, равны единице, проводимость равна нулю. Упругие и электромагнитные свойства материала пластинки характеризуются: жесткостью D, электропроводностью σ, магнитной проницаемостью μ, диэлектрической проницаемостью ε.

Прямоугольная система координат (x, y, z) выбрана так, что координатная плоскость (xy) совпадает со срединной плоскостью пластинки.

Гипотезы магнитоупругости, предложенные в работах [1,2], аналитически записываются в форме

$$u_x = -z\frac{\partial w}{\partial x}, \qquad u_y = -z\frac{\partial w}{\partial y}, \qquad u_z = w(x, y, t)$$

$$e_x = \varphi(x, y, t), \qquad e_y = \psi(x, y, t), \qquad h_z = f(x, y, t) \tag{1.1}$$

где u_x, u_y, u_z — компоненты вектора перемещений частиц пластинки, e_x и e_y — тангенциальные компоненты вектора напряженности возмущенного электрического поля, h_z — нормальная компонента вектора напряженности индуцированного магнитного поля при $|z| \leqslant h$.

На основе соотношений (1.1) в работе [3], в случае начального электрического и магнитного полей с соответствующими векторами напряженностей $E_0(E_{0x}, E_{0y}, 0)$ и $B_0(B_{0x}, B_{0y}, B_{0z})$, для линейных задач магнитоупругости была получена следующая система уравнений относительно четырех искомых функций φ, ψ, f, w:

$$\frac{\partial\psi}{\partial x}-\frac{\partial\varphi}{\partial y}=-\frac{\mu}{c}\frac{\partial f}{\partial t}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}-\frac{4\pi\sigma}{c}\varphi+\frac{4\pi\sigma}{2hc^2}\left(c_z\frac{\partial^2 w}{\partial y\partial t}+b_y\frac{\partial w}{\partial t}\right)=\frac{h_y^+-h_y^-}{2h}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{4\pi\sigma}{c}\psi+\frac{4\pi\sigma}{2hc^2}\left(c_z\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}+b_x\frac{\partial w}{\partial t}\right)=\frac{h_x^+-h_x^-}{2h}$$

$$D\Delta^2 w+2\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=L\left[\varphi,\ \psi,\ w,\ (e_z^+ + e_z^-),\ \frac{\partial}{\partial x}(h_y^+ + h_y^-)-\right.$$

$$\left.-\frac{\partial}{\partial y}(h_x^+ + h_x^-)\right] \tag{1.2}$$

Здесь величины с индексами „+“ и „—“ представляют значения компонент индуцированного электромагнитного поля при $z=h$ и $z=-h$ соответственно, L — линейная комбинация указанных аргументов и их производных по x, y, t с коэффициентами, зависящими (так же, как и c_z, b_x, b_y) от физико-механических характеристик пластины и от заданного начального электромагнитного поля. Выражения для этих коэффициентов в общем случае даются в работе [3], и так как занимают большое место и для данной работы не существенны, здесь не приводятся.

Остальные компоненты индуцированного магнитного поля в пластинке выражаются через функции φ, ψ, f, w и свои граничные значения при $z=\pm h$. В частности, имеем

$$e_z=\frac{c}{4\pi\sigma}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h_y^+ + h_y^-}{2}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h_x^+ + h_x^-}{2}\right)\right]-z\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)+$$

$$+\frac{1}{c}\left[\left(a_y-\frac{\partial a}{\partial y}\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}-\left(a_x-\frac{\partial a}{\partial x}\right)\frac{\partial^2 w}{\partial y\partial t}\right]+\frac{z}{c}\left(B_{0y}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}-B_{0x}\frac{\partial^2 w}{\partial y\partial t}\right) \tag{1.3}$$

Сказанное относительно коэффициентов в уравнениях (1.2) относится и к коэффициентам a_x, a_y, a в выражении (1.3).

Ранее были рассмотрены задачи, для которых правая часть четвертого уравнения из (1.2) была функцией только w, а именно:

а) заданное магнитное поле постоянно с вектором напряженности, перпендикулярным срединной поверхности, электрическое поле отсутствует [4];

б) пластинка служит проводником равномерно распределенного электрического тока в направлении, параллельном срединной поверхности, и колебания не зависят от направления, по которому протекает ток [3];

в) комбинация задач а) и б) [5].

Для указанных задач исследование колебаний пластинки не требует определения индуцированного электромагнитного поля, так как четвертое уравнение из системы (1.2) становится автономным.

В общем случае все четыре уравнения системы (1.2) связаны и, более того, система (1.2) незамкнута, так как в уравнениях имеются неизвестные граничные значения при $z = \pm h$. Поэтому необходимо к системе (1.2) присоединить уравнения электродинамики для среды, окружающей пластинку (вакуума), и общие граничные условия на поверхностях пластинки.

Уравнения электродинамики для среды, окружающей пластинку (вакуума), имеют вид

$$\operatorname{rot} h^{(e)} = \frac{1}{c}\frac{\partial e^{(e)}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} e^{(e)} = -\frac{1}{c}\frac{\partial h^{(e)}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} h^{(e)} = 0, \quad \operatorname{div} e^{(e)} = 0 \tag{1.4}$$

индекс (e) показывает принадлежность к среде, окружающей пластинку.

Граничные условия при $z = \pm h$ приводятся из работы [3]

$$\begin{gathered}
h_x = h_x^{(e)} + \frac{\mu - 1}{\mu} B_{0z}^{(e)} \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial w}{\partial t} E_{0y} \\
h_y = h_y^{(e)} + \frac{\mu - 1}{\mu} B_{0z}^{(e)} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\varepsilon}{c} E_{0x} \frac{\partial w}{\partial t} \\
h_z = \frac{1}{\mu} h_z^{(e)} + \frac{\mu - 1}{\mu} B_{0x}^{(e)} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\mu - 1}{\mu} B_{0y}^{(e)} \frac{\partial w}{\partial y} \\
e_x = e_x^{(e)} + \frac{\mu - 1}{c} B_{0y}^{(e)} \frac{\partial w}{\partial t}, \qquad e_y = e_y^{(e)} - \frac{\mu - 1}{c} B_{0x}^{(e)} \frac{\partial w}{\partial t} \\
e_z = \frac{1}{\varepsilon} e_z^{(e)} + E_{0x} \frac{\partial w}{\partial x} + E_{0y} \frac{\partial w}{\partial y}
\end{gathered} \tag{1.5}$$

Таким образом, в общем случае, требуется совместное решение систем уравнений (1.2) и (1.4) при общих граничных условиях (1.5).

Задача заключается в замыкании уравнений (1.2) дополнительными условиями, не требующими определения индуцированного электромагнитного поля в среде, окружающей пластинку, то есть не требующими решения уравнений (1.4).

2. Во многих случаях оказывается полезным применение условия равенства нулю нормальной к поверхности пластинки составляющей электрического тока. Указанное условие получается из закона сохранения электрического заряда [6]

$$\int\limits_{\tau} \rho_e d\tau = -\oint\limits_{\Sigma} j_n d\Sigma \tag{2.1}$$

где τ — некоторый объем, содержащий часть поверхности пластинки, Σ — поверхность, ограничивающая этот объем, ρ_e — электрический заряд, n — нормаль к поверхности пластинки, j_n — нормальная составляющая электрического тока.

С помощью обычной процедуры из уравнения (2.1) получается

$$(j_* - j_*^{(e)})\, n_\vartheta = -\frac{1}{\Sigma}\lim_{\delta\to 0}\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_{\tau}\rho_e d\tau = \frac{\partial\theta}{\partial t} \quad \text{при } z = \pm h \tag{2.2}$$

Здесь δ — характерный размер объема τ по нормали к пластинке, θ — поверхностный электрический заряд, n_ϑ — единичный вектор нормали к пластинке в системе координат, привязанной к пластинке.

При условиях равенства нулю проводимости среды, окружающей пластинку, и отсутствия поверхностного электрического заряда, условие (2.2) принимает вид

$$j_\vartheta \cdot n_\vartheta = 0 \quad \text{при } z = \pm h \tag{2.3}$$

Принимая для электрического тока в пластинке закон Ома, переходя к неподвижной системе координат (x, y, z), как это делается в работе [2], вместо (2.3) получим условие

$$\left(E + \frac{\mu}{c}\frac{\partial u}{\partial t}\times H\right)\mathrm{grad}\,(z - w) = 0 \quad \text{при } z = \pm h \tag{2.4}$$

где E и H — векторы напряженностей результирующего электрического и магнитного полей.

Раскрывая выражение (2.4) и линеаризуя, получим условие для нормальной компоненты индуцированного электромагнитного поля

$$e_z = E_{0x}\frac{\partial w}{\partial x} + E_{0y}\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{B_{0x}}{c}\frac{\partial u_y}{\partial t} - \frac{B_{0y}}{c}\frac{\partial u_x}{\partial t} \qquad \text{при } z = \pm h \tag{2.5}$$

Из (2.5) величина $e_z^+ + e_z^-$, входящая в L из четвертого уравнения (1.2), определяется независимо от индуцированного электромагнитного поля.

Подставляя в граничные условия (1.3) значения e_z при $z = h$ и $z = -h$, слагая полученные выражения, найдем, что и величина

$$\frac{\partial}{\partial x}(h_y^+ + h_y^-) - \frac{\partial}{\partial y}(h_x^+ + h_x^-)$$

также входящая в L, не зависит от индуцированного электромагнитного поля.

Возможны задачи, для которых условие (2.5) оказывается достаточным, чтобы четвертое уравнение системы (1.2) оказалось автономным.

В частности, в задаче пластинки, несущей равномерно распределенный электрический ток по направлению оси x, коэффициенты φ и ψ из L оказываются равными нулю, и уравнение движения пластинки приводится с учетом (2.5) к виду

$$D\triangle^2 w + 2\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -\frac{2h^3\sigma}{3c^2}\left(\frac{4\pi\sigma\mu}{c}E_{0x}\right)^2\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{2h^3\sigma}{3c^2}E_{0x}^2\left[\left(\frac{4\pi\sigma\mu}{c}\right)^2\frac{h^2}{5} + \right.$$

$$+ (\varepsilon\mu - 1)\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial t} + \frac{\varepsilon h E_{0x}^2}{2\pi}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{4\pi\sigma\mu h^2}{c^2}\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial t}\right) + \frac{2h^3\sigma\varepsilon}{3c^2}E_{0x}^2\Big]\mu -$$

$$-\frac{3\varepsilon c^2}{(4\pi\sigma)^2 h^2}\Big]\left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial t} - \frac{4\pi\sigma\mu h^2}{c^2}\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial t^2}\right) \tag{2.6}$$

Отметим, что рассматриваемая задача более общая, чем задача б), в которой имеется дополнительное ограничение независимости колебаний от координаты x.

Для задачи колебаний бесконечной пластинки, описываемой уравнением (2.6), оказывается, что демпфирующее воздействие электрического поля в направлении x больше, чем в направлении y.

Таким образом, условие (2.5) может оказаться полезным при решении некоторых задач, однако система уравнений (1.2) пока оказывается незамкнутой вследствие наличия правых частей во втором и третьем уравнениях.

3. С целью окончательного замыкания системы (1.2) делаются следующие предположения:

$$h_x^{(1)} = h_x^{(1)}(x, y, t), \quad h_y^{(1)} = h_y^{(1)}(x, y, t) \text{ при } h \leqslant z \leqslant h + \lambda$$

$$h_x^{(2)} = h_x^{(2)}(x, y, t), \quad h_y^{(2)} = h_y^{(2)}(x, y, t) \text{ при } -h - \lambda \leqslant z \leqslant -h$$

$$e_x^{(1)}(h+\lambda) \ll e_x^{(1)}(h), \quad e_y^{(1)}(h+\lambda) \ll e_y^{(1)}(h), \quad h_z^{(1)}(h+\lambda) \ll h_z^{(1)}(h) \tag{3.1}$$

$$e_x^{(2)}(-h-\lambda) \ll e_x^{(2)}(-h), \quad e_y^{(2)}(-h-\lambda) \ll e_y^{(2)}(-h), \quad h_z^{(2)}(-h-\lambda) \ll h_z^{(2)}(h)$$

где λ — некоторый характерный для данной задачи размер (в частности, длина волны).

Принятие условий (3.1) означает, что существует некоторое расстояние, отсчитываемое от поверхностей пластинки $z = \pm h$ по внешней нормали, для которого можно допустить, что тангенциальные компоненты возбужденного магнитного поля не зависят от z, а тангенциальные компоненты возбужденного электрического поля и нормальная компонента возбужденного магнитного поля быстро затухают при удалении от поверхностей пластинки.

Из уравнений (1.4) выделим следующую группу уравнений:

$$\frac{\partial h_y^{(e)}}{\partial x} - \frac{\partial h_x^{(e)}}{\partial y} = \frac{1}{c}\frac{\partial e_z^{(e)}}{\partial t}, \qquad \frac{\partial e_z^{(e)}}{\partial y} - \frac{\partial e_y^{(e)}}{\partial z} = -\frac{1}{c}\frac{\partial h_x^{(e)}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial e_x^{(e)}}{\partial z} - \frac{\partial e_z^{(e)}}{\partial x} = -\frac{1}{c}\frac{\partial h_y^{(e)}}{\partial t}, \qquad \frac{\partial h_x^{(e)}}{\partial x} + \frac{\partial h_y^{(e)}}{\partial y} + \frac{\partial h_z^{(e)}}{\partial z} = 0 \tag{3.2}$$

$$(e = 1, 2)$$

Из уравнений (3.2), путем дифференцирования по x и y исключая $e_z^{(e)}$ и интегрируя по z при $e=1$ в пределах от h до $h+\lambda$, а при $e=2$ в пределах от $-h$ до $-h-\lambda$, согласно допущению (3.1), получим

$$\square h_x^{(1)}=\frac{1}{\lambda}\left[\frac{\partial h_z^{(1)}(h)}{\partial x}+\frac{1}{c}\frac{\partial e_y^{(1)}(h)}{\partial t}\right],\quad \square h_y^{(1)}=\frac{1}{\lambda}\left[\frac{\partial h_z^{(1)}(h)}{\partial y}-\frac{1}{c}\frac{\partial e_x^{(1)}(h)}{\partial t}\right]$$

$$\square h_x^{(2)}=-\frac{1}{\lambda}\left[\frac{\partial h_z^{(2)}(-h)}{\partial x}+\frac{1}{c}\frac{\partial e_y^{(2)}(-h)}{\partial t}\right]$$

$$\square h_y^{(2)}=-\frac{1}{\lambda}\left[\frac{\partial h_z^{(2)}(-h)}{\partial y}-\frac{1}{c}\frac{\partial e_x^{(2)}(-h)}{\partial t}\right] \tag{3.3}$$

$$\square\equiv\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

Используя в (3.3) граничные условия (1.5), окончательно найдем

$$\square h_x^{+}=\square\left[\frac{\mu-1}{\mu}B_{0z}^{(1)+}\frac{\partial w}{\partial x}-\frac{\varepsilon}{c}E_{0y}\frac{\partial w}{\partial t}\right]+$$
$$+\frac{1}{\lambda}\left[\mu\frac{\partial f}{\partial x}-(\mu-1)\frac{\partial}{\partial x}\left(B_{0x}^{(1)+}\frac{\partial w}{\partial x}+B_{0y}^{(1)+}\frac{\partial w}{\partial y}\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{c}\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\frac{\mu-1}{c^2}B_{0x}^{(1)+}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right]$$

$$\square h_y^{+}=\square\left[\frac{\mu-1}{\mu}B_{0z}^{(1)+}\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\varepsilon}{c}E_{0x}\frac{\partial w}{\partial t}\right]+$$
$$+\frac{1}{\lambda}\left[\mu\frac{\partial f}{\partial y}-(\mu-1)\frac{\partial}{\partial y}\left(B_{0x}^{(1)+}\frac{\partial w}{\partial x}+B_{0y}^{(1)+}\frac{\partial w}{\partial y}\right)-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{c}\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\frac{\mu-1}{c^2}B_{0y}^{(1)+}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right] \tag{3.4}$$

$$\square h_x^{-}=\square\left[\frac{\mu-1}{\mu}B_{0z}^{(2)-}\frac{\partial w}{\partial x}-\frac{\varepsilon}{c}E_{0y}\frac{\partial w}{\partial t}\right]-$$
$$-\frac{1}{\lambda}\left[\mu\frac{\partial f}{\partial x}-(\mu-1)\frac{\partial}{\partial x}\left(B_{0x}^{(2)-}\frac{\partial w}{\partial x}+B_{0y}^{(2)-}\frac{\partial w}{\partial y}\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{c}\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\frac{\mu-1}{c^2}B_{0x}^{(2)-}\frac{\partial w}{\partial t}\right]$$

$$\square h_y^{-}=\square\left[\frac{\mu-1}{\mu}B_{0z}^{(2)-}\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\varepsilon}{c}E_{0x}\frac{\partial w}{\partial t}\right]-$$
$$-\frac{1}{\lambda}\left[\mu\frac{\partial f}{\partial y}-(\mu-1)\frac{\partial}{\partial y}\left(B_{0x}^{(2)-}\frac{\partial w}{\partial x}+B_{0y}^{(2)-}\frac{\partial w}{\partial y}\right)-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{c}\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\frac{\mu-1}{c^2}B_{0y}^{(2)-}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right]$$

Составляя при помощи (3.4) уравнения для $h_x^+ - h_x^-$ и $h_y^+ - h_y^-$ и рассматривая совместно с уравнениями (1.2), используя при этом условия (2.5), получим замкнутую систему из шести уравнений относительно искомых функций φ, ψ, f, w, $h_x^+ - h_x^-$, $h_y^+ - h_y^-$.

Для иллюстрации приведем эти два уравнения в случае $\mu = \varepsilon = 1$

$$\square(h_x^+ - h_x^-) = \frac{2}{\lambda}\left(\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{1}{c}\frac{\partial \psi}{\partial t}\right), \qquad \square(h_y^+ - h_y^-) = \frac{2}{\lambda}\left(\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{1}{c}\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right) \tag{3.5}$$

Таким образом, система уравнений (1.2) и (3.5) с учетом условия (2.5) полностью определяет индуцированное электромагнитное поле в области, занимаемой пластинкой, и прогибы пластины.

Рассмотрим частные случаи для бесконечной пластинки. В случае, когда заданное магнитное поле постоянно с вектором напряженности, параллельным оси x, и при условии независимости колебаний от y, уравнения (3.5) приводится к одному условию

$$\frac{\partial}{\partial t}(h_x^+ - h_x^-) = -\frac{2c}{\lambda}\psi; \quad \frac{\partial}{\partial x}(h_x^+ - h_x^-) = \frac{2}{\lambda} f \tag{3.6}$$

где принято, что из $\square q = \square v$ следует $q = v$.

Разрешающая система уравнений (1.2) после некоторых преобразований приведется к виду

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{1}{c}\frac{\partial f}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{4\pi\sigma}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\psi + \frac{H_{0x}}{c}\frac{\partial w}{\partial t}\right) = \frac{\psi}{\lambda h} \tag{3.7}$$

$$D\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -\frac{2h\sigma}{c}H_{0x}\left(\psi + \frac{1}{c}H_{0x}\frac{\partial w}{\partial t}\right)$$

Представляя решение системы (3.7) в виде

$$q = q_0 \exp i(\omega t - kx) \tag{3.8}$$

и выбирая $\lambda = k^{-1}$, для определения частоты колебаний получим следующее характеристическое уравнение:

$$Dk^4 - 2\rho h\omega^2 = -\frac{2h\sigma i\omega}{c^2}H_{0x}^2\frac{k(1+kh)}{k(1+kh) + 4\pi\sigma i\omega h/c^2} \tag{3.9}$$

Уравнение (3.3) совпадает с характеристическим уравнением, полученным при решении той же задачи в точной постановке [1].

В случае, когда пластинка служит проводником равномерно распределенного электрического тока в направлении оси x и колебания не зависят от координаты x, разрешающая система уравнений приведется к виду

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{1}{c}\frac{\partial f}{\partial t}, \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{4\pi\sigma}{c^2}\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{f}{\lambda h}$$

$$D\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -\frac{2h^3\sigma}{3c^2}\left(\frac{4\pi\sigma}{c}E_{0x}\right)^2\frac{\partial w}{\partial x} \tag{3.10}$$

Как отмечалось выше, в этом случае уравнение движения пластинки автономно и независимо от других уравнений определяет характер колебаний пластинки.

Для определения характера колебаний индуцированного электромагнитного поля представим решение уравнений (3.10) в виде

$$q = q_0 \exp i(\omega t - k_1 y)$$

и выберем $\lambda = k_1^{-1}$. При этом характеристическое уравнение получается в виде

$$-k_1 - 4\pi\sigma i\omega/c^2 = k_1/h$$

откуда

$$i\omega = -c^2 k_1(1 + k_1 h)/(4\pi\sigma) \tag{3.11}$$

Учитывая, что токи смещения в пластинке не были учтены, формула (3.11) дает коэффициент затухания электромагнитного поля. Этот результат также совпадает с точным решением при условии пренебрежения токами смещения по сравнению с токами проводимости и при пренебрежении величиной ω^2/c^2 по сравнению с k_1^2.

Приведенные примеры показывают, что допущения (3.1) о характере возбужденного электромагнитного поля в среде, окружающей пластинку, приводят к точному решению для искомых величин в среде, занимаемой бесконечной пластинкой. Точное решение здесь понимается в смысле решения той же задачи, но без допущения (3.1).

Естественно ожидать, что допущения (3.1) для задач магнитоупругости конечных тонких пластин приведут к достаточно близким к точному решению результатам.

Институт механики
АН Армянской ССР

Поступила 4 II 1974

Մ. Վ. ԲԵԼՈՒԲԵԿՅԱՆ

ՀՈՍԱՆՔԱՏԱՐ ՍԱԼԵՐԻ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ԽՆԴՐԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ամփոփում

Ենթադրություններ են արվում տատանվող հոսանքատար սալը շրջապատող միջավայրում դրդված էլեկտրամագնիսական դաշտի բնույթի վերաբերյալ

Այդ ենթադրությունների հիման վրա գրգռված էլեկտրամագնիսական դաշտի եզրային շոշափող բաղադրիչների արժեքների համար ստացվում են դիֆերենցիալ կապեր։ Նշված կապերը փակում են մագնիսաառաձգականության հավասարումների սիստեմը։

Այսպիսով, հնարավոր է լինում շրջանցել սալի մագնիսաառաձգականության և սալը շրջապատող միջավայրի էլեկտրադինամիկայի հավասարումների համատեղ ուսումնասիրելու անհրաժեշտությունը։

ON THE VIBRATION PROBLEM FOR CURRENT-CARRYING PLATES

M. V. BELUBEKIAN

Summary

Assumptions are formulated on the character of an excited electromagnetic field in the medium surrounding a vibrating current-carrying plate with an initial stationary magnetic field. Comparison with the solution to problems of precise statement supports the above assumptions.

Equations concerning the values of tangential components of an induced magnetic field on the plate surfaces closing the equations of magnetic elasticity for the region occupied by the plate are derived.

Thus, the necessity of simultaneous consideration of magnetoelasticity equations and those of electrodynamics for the medium surrounding the plate, bound by common boundary conditions on the surfaces of the plate, is avoided.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В.* К трехмерной задаче магнитоупругих колебаний пластинки. ПММ, т. 35, вып. 2, 1971.
2. *Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В.* К магнитоупругости тонких оболочек и пластин. ПММ, т. 37, вып. 2, 1973.
3. *Белубекян М. В.* К уравнениям магнитоупругости токонесущих пластин. Изв. АН Арм.ССР, Механика, т. XXVII, № 2, 1974.
4. *Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В.* О колебаниях проводящих пластин в магнитном поле. МТТ, № 2, 1974.
5. *Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В.* Колебания и устойчивость токонесущей пластинки в поперечном магнитном поле. Докл. АН Арм.ССР, т. LVII, № 5, 1973.
6. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. Гостехиздат, М., 1957.