ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XXVII, № 5, 1974 Механика

И. Н. ТЕМНОВ

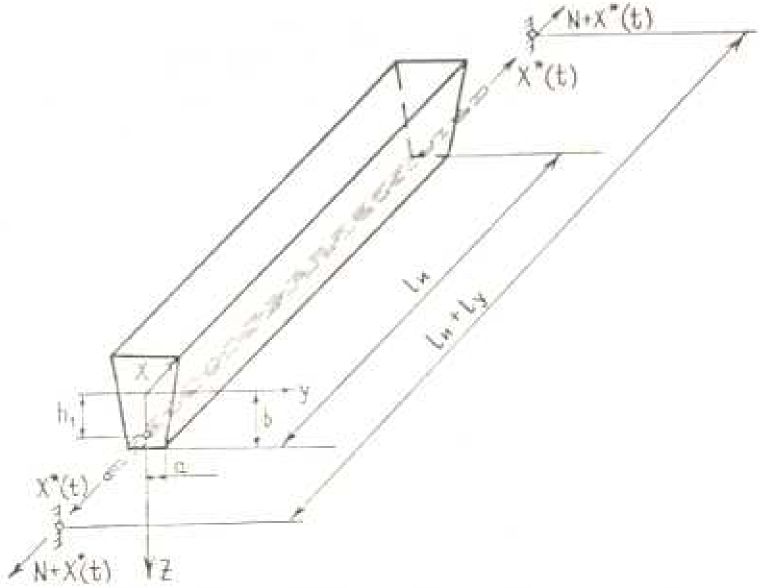
О ПРИМЕНЕНИИ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ О НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО ЭЛЕМЕНТА В ПРОЦЕССЕ ТЕРМООБРАБОТКИ

В настоящее время большинство предварительно напряженных элементов сборных железобетонных конструкций гражданских и промышленных зданий изготовляются в заводских условиях. Для ускорения оборачиваемости заводского оборудования элементы подвергаются тепловой обработке, интенсифицирующей процесс вызревания бетона. Вместе с тем термообработка нередко приводит к возникновению напряжений, способных вызвать трещины или создать условия для растрескивания бетона в процессе эксплуатации. Существующая в настоящее время методика расчета термонапряженного состояния железобетонных элементов основана на дискретном учете изменения величины модуля упругомгновенных деформаций бетона во время термообработки [4], [5], [7], [10].

Поскольку эта методика не учитывает процесса формирования напряжений, результаты соответствующих расчетов носят, в основном, качественный характер. Для получения достаточно полного количественного описания изменения напряженного состояния железобетонного элемента в процессе термообработки, необходимо учесть процесс изменения температуры и влажности, а также влияние таких явлений, как интенсивное старение и ползучесть бетона. Принимая во внимание, что речь идет о напряжениях, необходимых для проверки трещиностойкости, то есть о растягивающих напряжениях и относительно небольших сжимающих напряжениях, допустимо полагать, что поставленную задачу можно решать на основе линейной теории ползучести [2].

1. Изготовление призматического предварительно-напряженного железобетонного элемента по стендовой технологии производится в такой последовательности: 1—натяжение арматуры на упоры, 2—укладка бетона, 3—термообработка, включающая вызревание бетона при начальной температуре, повышение температуры, изотермический прогрев и охлаждение, 4—обжатие бетона. Как правило, температура среды, окружающей элемент, постоянна по его поперечному сечению и по длине стенда. Таким образом, при определении напряженного состояния в процессе термообработки необходимо рассматривать систему, состоящую из предварительно напряженной и закрепленной на упорах арматуры и бетона, жестко связанного с этой арматурой. В силу статической неопределимости такой системы при изменении температуры

происходит возникновение усилий в отдельных ее частях. В дополнение к усилию предварительного напряжения в свободной арматуре появляется усилие $X^*(t)$, в обетонированной арматуре — $N^*_a(t)$. Можно условно считать, что источником формирования напряженного состояния железобетонного элемента при термообработке является усилие $X^*(t)$ (фиг. 1). Дополнительно к этому необходимо учесть напряжения $\sigma_{бв}(y, z, t)$, формирующиеся в бетоне вследствие наличия переменного по поперечному сечению градиента температурно влажностных деформаций.



Фиг. 1. Схема системы: железобетонное изделие — свободная арматура—упоры.

Таким образом, в процессе термообработки в элементе действуют следующие напряжения:

$$\sigma^*_a(t) = \sigma_{aN} + \sigma^*_{a0}(t) \tag{1}$$

$$\sigma^*_б(y, z, t) = \sigma^*_б(t) + \sigma^*_{бв}(y, z, t) \tag{2}$$

При этом

$$\sigma_{aN} = \frac{N}{F_a}, \quad \sigma^*_{a0}(t) = \frac{N^*_a(t)}{F_a}, \quad \sigma^*_б(t) = -\mu\sigma^*_{a0}(t)\left(1 + \frac{F_б h_1}{J_б} z\right) \tag{3}$$

Если, как обычно, считать, что коэффициенты линейного температурного расширения арматурной стали и бетона одинаковы, то напряжения $\sigma^*_{бв}$ могут быть подсчитаны с использованием известных формул для упругого однородного и изотропного призматического элемента [3], [6]

$$\sigma_{\tilde{o}\delta}^{*}(y, z, t) = -\left\{\alpha E(t)\vartheta(y, z, t) + \frac{N_{3}(y, z, t)}{F_{\delta}} + \right.$$

$$\left. + \frac{M_{3y}(y, z, t)}{J_{\delta}} z - \nu[\sigma_{y}(y, z, t) + \sigma_{z}(y, z, t)]\right\} \tag{4}$$

$$N_{3}(y, z, t) = -\alpha E(t)\iint_{F}\vartheta(y, z, t)\,dzdy$$

$$M_{3y}(y, z, t) = -\alpha E(t)\iint_{F}\vartheta(y, z, t)\,zdydz \tag{5}$$

Известно, что на основе линейной теории ползучести зависимость между действующей на призматический элемент (фиг. 1) силой $X^{*}(t)$ и усилием в арматуре $N_{a}^{*}(t)$ устанавливается таким интегральным уравнением [11]

$$N_{a}^{*}(t) + \mu m(t)\left|N_{a}^{*}(t) - E(t)\int_{\tau_{1}}^{t}N_{a}^{*}(\tau)\frac{\partial\delta(t, \tau)}{\partial\tau}d\tau\right| =$$

$$= \mu m(t)\left|X^{*}(t) - E(t)\int_{\tau_{1}}^{t}X^{*}(t)\frac{\partial\delta(t, \tau)}{\partial\tau}d\tau\right| \tag{6}$$

где μ—коэффициент, определяющий армирование, $E(t)$—модуль упруго-мгновенных деформаций бетона, $m(t) = E_{a} : E(t)$, $\delta(t, \tau)$—полная относительная деформация бетона при простом сжатии или растяжении в момент t, вызванная единичным напряжением, действующим с момента времени, соответствующего возрасту бетона τ

$$\delta(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \tag{7}$$

$1/E(\tau)$—упруго-мгновенная деформация бетона, $C(t, \tau)$—деформация ползучести к моменту времени t (мера ползучести). Знаком * отмечены усилия, определяемые с учетом ползучести и старения.

Уравнение (6) в операторной форме имеет вид

$$A_{E}N_{a}^{*}(t) + A(1 - EK)N_{a}^{*}(t) = A(1 - EK)X^{*}(t) \tag{8}$$

где

$$(1 - EK)N_{a}^{*}(t) = N_{a}^{*}(t) - E(t)\int_{\tau_{1}}^{t}N_{a}^{*}(\tau)\frac{\partial\delta(t, \tau)}{\partial\tau}d\tau$$

$$(1 - EK)X^{*}(t) = X^{*}(t) - E(t)\int_{\tau_{1}}^{t}X^{*}(\tau)\frac{\partial\delta(t, \tau)}{\partial\tau}d\tau \tag{9}$$

$$A_E = \frac{l_a}{m(t)\,F_a}, \qquad A = \frac{l_a}{F_6} \tag{10}$$

Своеобразное начертание функции двух переменных $\delta(t, \tau)$ особенно интенсивно стареющего бетона затрудняет решение уравнения (8) в аналитическом виде и заставляет использовать численные способы [8], [9], [12], [13], [15].

Известно, что вектор величин, получающихся после применения операторов (9) к функциям (в данном случае неизвестные усилия в арматуре в заданные моменты времени $N_a^*(\tau_1)$, $N_a^*(t_1) \ldots N_a^*(t_n)$ или известные внешние силы $X^*(\tau_1)$, $X^*(t_1) \ldots X^*(t_n)$ могут быть представлены в виде произведения матриц, содержащих характеристики деформативности на вектор N_a^* или X^*, то есть

$$(1 - EK)\,\vec{N}_a^* = \|\Delta\delta\|\,\vec{N}_a^*, \qquad (1 - EK)\,\vec{X}^* = \|\Delta\delta\|\,\vec{X}^* \tag{11}$$

где через $\|\Delta\delta\|$, $\vec{N}_a^*$ и $\vec{X}^*$ обозначены треугольная матрица характеристик деформативности и векторы усилий, то есть

$$\|\Delta\delta\| = \left\| \begin{matrix} 1 \\ \Delta_{10}\,\Delta_{11} \\ \Delta_{20}\,\Delta_{21}\,\Delta_{22} \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ \Delta_{n0}\,\Delta_{n1}\,\Delta_{n2} \ldots \Delta_{nn} \end{matrix} \right\|, \qquad \vec{N}_a^* = \left\| \begin{matrix} N_a^*(\tau_1) \\ N_a^*(t_1) \\ N_a^*(t_2) \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ N_a^*(t_n) \end{matrix} \right\|, \qquad \vec{X}^* = \left\| \begin{matrix} X^*(\tau_1) \\ X^*(t_1) \\ X^*(t_2) \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ X^*(t_n) \end{matrix} \right\| \tag{12}$$

Элементы матриц (12) вычисляются по формулам

$$\Delta_{i0} = E(t_i)\,[\delta(t_i, \tau_1) - \delta(t_i, \xi)_{\tau_1}^{t_1}] \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\Delta_{ik} = E(t_i)\,[\delta(t_i, \xi)_{t_{k-1}}^{t_k} - \delta(t_i, \xi)_{t_k}^{t_{k+1}}] \qquad i = 1, 2, \ldots, n,$$

$$k = 1, 2, \ldots, n, \quad t_0 = \tau_1$$

$$\Delta_{ik} = E(t_i)\,\delta(t_i, \xi)_{t_{k-1}}^{t_k} \qquad i = k$$

где через $\delta(t_n;\,\xi)_{t_{n-1}}^{t_n}$ обозначено значение, среднее в смысле удовлетворения, например, такого равенства

$$\int\limits_{t_{k-1}}^{t_k} \delta(t_n, \tau)\,\frac{dN_a^*(\tau)}{d\tau}\,d\tau = \delta(t_n, \xi)_{t_{k-1}}^{t_k}\,[N_a^*(t_k) - N_a^*(t_{k-1})] \tag{13}$$

При выполнении практических расчетов обычно принимается

$$\delta(t_n;\,\xi)_{t_{k-1}}^{t_k} = \delta\left(t_n, \frac{t_k - t_{k-1}}{2}\right) \tag{14}$$

На основании (11) из интегрального уравнения (6) можно получить матричное уравнение

$$\| A_E \| \vec{N}_{\text{a}}^{*} - A \| \Delta\delta \| \vec{N}_{\text{a}}^{*} = A \| \Delta\delta \| \vec{X}^{*} \tag{15}$$

Уравнение (15) представим в виде

$$\| A\delta_{\Delta} \| \vec{N}_{\text{a}}^{*} = \| \Delta\delta_{A} \| \vec{X}^{*} \tag{16}$$

где

$$\| A\delta_{\Delta} \| = \| A_E \| - \| \Delta\delta_A \|, \qquad \| \Delta\delta_A \| = A \| \Delta\delta \|, \qquad \| A_E \| = \begin{Vmatrix} A_1 & & & \\ 0 & A_2 & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdots & A_n \end{Vmatrix} \tag{17}$$

A_i определяется согласно (10).

Умножив уравнение (16) на матрицу $\| A\delta_{\Delta} \|^{-1}$, то есть матрицу, обратную матрице $\| A\delta_{\Delta} \|$, получим

$$\vec{N}_{\text{a}}^{*} = \| A\delta_{\Delta} \|^{-1} \| \Delta\delta_A \| \vec{X}^{*} \tag{18}$$

Аналогично можно получить формулу

$$\vec{X}^{*} = \| \Delta\delta_A \|^{-1} \| A\delta_{\Delta} \| \vec{N}_{\text{a}}^{*} \tag{19}$$

Вектор перемещений торцов изделий $\vec{u}_{\text{б}}^{*}$ относительно противоположных торцов вычисляется так:

$$\vec{u}_{\text{б}}^{*} = \frac{l_{\text{и}}}{E_{\text{a}} F_{\text{a}}} \vec{N}_{\text{a}}^{*} = \frac{l_{\text{и}}}{E_{\text{a}} F_{\text{a}}} \left(\| A\delta_{\Delta} \|^{-1} \| \Delta\delta_A \| \vec{X}^{*} \right) \tag{20}$$

2. После вывода формул (18), (19) и (20) можно перейти к задаче определения величины усилия $X^{*}(t)$ в свободной арматуре в процессе термообработки и последующего охлаждения.

Неизвестная величина усилия $X^{*}(t)$ в любой момент времени от начала совместной работы бетона и арматуры может быть найдена с помощью такого уравнения совместности деформаций

$$u_{\text{a}}^{*}(t) - u_{\text{б}}^{*}(t) + u_{\text{t}}^{*}(t) = 0 \tag{21}$$

В этом уравнении u_{a} и $u_{\text{б}}$ — суммарные изменения длин всех участков свободной арматуры и железобетонных изделий, вызванные усилием $X^{*}(t)$, u_{t} — суммарное изменение длины участков свободной арматуры $l_{\text{с}}\Delta\theta_{\text{a}}$ и железобетонного изделия на уровне арматуры $l_{\text{и}}\Delta\theta_{\text{и}}$ вследствие приращения температуры во времени

$$u_{\text{t}} = \alpha (l_{\text{и}} \Delta\theta_{\text{б}} + l_{\text{с}} \Delta\theta_{\text{a}}) \tag{22}$$

$l_{\text{и}}$ — длина изделия, $l_{\text{с}}$ — суммарная длина свободных от бетона участков арматуры.

Решая задачу определения величин $X^*(t)$ в наперед заданные моменты времени $\tau_1, t_1, \dots, t_n$, можно (21) переписать в векторной форме

$$\vec{u}^*_{а} + \vec{u}^*_{б} + \vec{u}^*_{t} = 0 \tag{23}$$

Учитывая (20), уравнение (23) в развернутом виде запишем следующим образом:

$$\frac{l_{у}}{E_{а}F_{а}}\vec{X}^* + \frac{l_{н}}{E_{а}F_{а}}\left(\|A\delta_{з}\|^{-1}\|\Delta\delta_{д}\|\vec{X}^*\right) + \alpha\left(l_{н}\Delta\vec{\theta}_{ср} + l_{у}\Delta\vec{\theta}_{а}\right) = 0 \tag{24}$$

либо так:

$$\|\gamma_i\|X^* + \left(\|A\delta_{з}\|^{-1}\|\Delta\delta_{д}\|\right)X^* = -\alpha E_{а}F_{а}\left(\Delta\vec{\theta}_{ср} + \gamma_i\Delta\vec{\theta}_{а}\right) \tag{25}$$

откуда

$$\vec{X}^* = -\|\Delta\gamma_i\|^{-1}\vec{P}_0 \tag{26}$$

где $\|\Delta\gamma_i\|^{-1}$ — матрица, обратная матрице $\|\Delta\gamma_i\|$, причем

$$\|\Delta\gamma_i\| = \|\gamma_i\| + \|A\delta_{з}\|^{-1}\|\Delta\delta_{д}\|, \qquad \|\gamma_i\| = \left\|\begin{matrix}\gamma_i & & & \\ 0 & \gamma_i & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdots & \gamma_i\end{matrix}\right\| \tag{27}$$

$$P_0 = \alpha E_{а}F_{а}\left(\Delta\vec{\theta}_{ср} + \gamma_i\Delta\vec{\theta}_{а}\right) \tag{28}$$

Напряжения $\sigma^*_{ас}(t)$, $\sigma^*_{а0}(t)$ соответственно в свободной и обетонированной арматуре и бетоне $\sigma^*_{б}(t)$ в соответствии с (18), (19) и (3) определяются по формулам

$$\vec{\sigma}^*_{ас} = \frac{1}{F_{а}}\vec{X}^*, \qquad \vec{\sigma}^*_{а0} = \frac{1}{F_{а}}\vec{N}^*_{а}, \qquad \vec{\sigma}^*_{б} = -\frac{M}{F_{а}}\left(1 + \frac{F_{б}h_1}{J_{б}}z\right)\vec{N}^*_{а} \tag{29}$$

Известно, что при напряженном состоянии, характеризующемся (4), продольные перемещения стержня отсутствуют. Тогда вектор температурно влажностных напряжений с учетом ползучести и старения на основе принципа наложения будет иметь вид [14]

$$\vec{\sigma}^*_{бб} = \|H\|\Delta\vec{\sigma}_{бб} \tag{30}$$

где $\|H\|$ — матрица коэффициентов затухания напряжений

$$\|H\| = \left\|\begin{matrix}1 & & & \\ H_{11} & 1 & & \\ H_{21} & H_{22} & 1 & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ H_{n1} & H_{n2} & \cdots & 1\end{matrix}\right\|, \qquad \begin{aligned} H_{21} &= H(t_2, \tau_1) \\ H_{22} &= H(t_2, \tau_2), \\ H_{n2} &= H(t_n, \tau_2)\end{aligned}$$

$$\|H\| = \|\Delta\delta\|^{-1}\|B\|, \tag{31}$$

$\|\Delta\delta\|^{-1}$ — матрица, обратная матрице $\|\Delta\delta\|$

$$\| B \| = \begin{Vmatrix} 1 & & & \\ 1 & 1 & & \\ 1 & 1 & 1 & \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix} \qquad (32)$$

$\Delta\sigma_{бб}$ — приращения напряжений.

3. Естественно, что для достаточно полного представления о процессе формирования температурных напряжений матрицу $\|\Delta\delta\|$ и вектор $\vec{E}$ необходимо построить на основе экспериментальных данных, полученных для бетона, находящегося в условиях термообработки. В качестве примера для приближенного выявления характера процесса использованы данные, приведенные в [16].

Модуль упруго-мгновенных деформации бетона апроксимирован формулой

$$E(\tau) = 2.92\,(1 - 0.65e^{-2.077\tau})\,10^5$$

мера ползучести, содержащаяся в (12), зависимостью [1]

$$C(t, \tau) = \Big\{(3.42 + 27.26e^{-0.052\tau} + 138.6^{-0.91\tau}) - [(3.42 + 27.26e^{-0.052\tau} +$$

$$+ 138.6e^{-0.91\tau}) - (1.05 + 9.86e^{-0.03\tau} + 165.5e^{-1.22\tau})] \times$$

$$\times \frac{e^{0.05\tau} - 0.7}{e^{0.05t} - 0.7} - (1.05 + 9.86e^{-0.03\tau} + 165.5e^{-1.22\tau})\,e^{-3(t-\tau)}\Big\}\,10^{-7}$$

Изделие рассматривается с симметричным армированием и следующими характеристиками $R\,(28) = 400$ *кгс/см²*, $F_б = 45 \times 45$ *см*, $F_а = 30$ *см²*, $l_0 = 24$ *мт*, $\nu = 0.18$, $F_а = 2 \cdot 10^6$ *кгс/см²*; продолжительность термообработки — 16 *час*.

В табл 1 приведены элементы вектора $\vec{P}_б$ и подсчитанные при помощи формул (2), (3), (4), (29) и (30) напряжения в *кгс/см²* в угловых и центральной точках поперечного сечения изделия, вызванные как изменением температуры, так и деформациями ползучести и старения бетона за время его термообработки, полагая, что совместность работы бетона и арматуры обеспечивается через 5 *час*. после укладки смеси.

Из таблицы видно, что при $t = 22, 25, 26, 27$ и 28 *час*., то есть когда элементы вектора $P_б$ практически постоянны, дополнительные напряжения в свободной арматуре и напряжение в бетоне вследствие ползучести уменьшаются, а напряжение в обетонированной арматуре продолжает увеличиваться. К окончанию термообработки суммарные растягивающие напряжения в бетоне составляют 36.6 *кгс/см²*. Эти напряжения и являются причиной растрескивания поверхностей изделий, наблюдаемого после охлаждения.

Таблица 1

t, час	$\tilde{P}_q$	$\bar{\sigma}^*_{\text{б}c}(t)$	$\bar{\sigma}^*_{\text{б}\theta}(t)$	$\bar{\sigma}^*_a(t)$	$\bar{\sigma}^*_{\text{б}\theta}$ (0, 0, t)	$\bar{\sigma}^*_a$ (0, 0, t)	$\bar{\sigma}^*_{\text{б}\theta}$ (a, b, t)	$\bar{\sigma}^*_a$ (a, b, t)
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1926	—150	—37	1,70	—0,40	—2,10	0,80	—0,90
6	4230	—347	—78	—3,9	—0,50	—4,40	0,80	—3,10
7	6954	—554	—132	—6,2	—0,20	—6,40	—0,70	—6,9
8	10008	—815	—187	—9,3	—0,90	—8,4	—1,6	—10,9
9	13962	—1126	—263	—12,7	—1,70	—11,0	—2,2	—14,9
10	16920	—1419	—309	—16,4	—2,23	—11,2	—2,4	—18,8
14	29736	—2373	—564	—26,0	2,50	—23,5	—2,8	—28,8
18	34932	—2574	—698	—27,7	0,10	—27,6	—2,3	—25,4
22	36800	—2587	—755	—27,0	—3,60	30,6	6,8	—20,2
25	36840	—2524	—772	—25,8	—5,60	—31,1	8,8	—17,0
26	36870	—2482	—786	—25,0	—6,40	31,1	9,6	—15,4
27	36850	—2454	—797	—24,4	7,20	—31,6	+12,6	—11,8
28	36810	—2413	—804	—23,9	—8,40	—38,8	+15,4	—6,5
30	35832	—2351	—703	—24,4	—13,00	—37,4	+21,5	—2,9
32	33723	—2033	—678	—20,0	—17,0	—37,0	+26,0	6,0
34	31050	—1772	—648	—16,6	—20,0	—36,6	29,4	+12,8
36	27936	—1409	—603	—11,9	—22,6	—34,5	+31,9	+20,0
38	24480	—1050	—568	—7,70	—24,0	—31,7	+32,9	25,2
40	20760	—606	—507	—1,40	—25,5	—26,9	34,0	+32,6
42	16842	—261	—443	+2,2	—26,3	—24,1	+34,0	+36,2
46	10572	+357	—346	10,4	—21,0	—10,6	+25,7	36,1

Одесский инженерно-строительный
институт

Поступила 3 V 1973

Ի. Ի. ՏԵՄՆՈՎ

ՇՈԳԵՄՇԱԿՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔՈՒՄ ԷԼԵՄԵՆՏԻ ԼԱՐՎԱԾ ՎԻՃԱԿԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ ԽՆԴՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՀԱՄԱՐ ՍՈՂՔԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Առաջարկվում է եղանակ՝ երկաթբետոնյա էլեմենտ, ապա արմատուրա, ճնշարաններ սխեմի լարված վիճակի որոշման համար։

Եղանակը թույլ է տալիս էլեմենտներում հաշվել ճիգերի առաջացումը տաք գոլորշիների ազդեցության և սեղմումից հետո։

Եղանակը հաշվի է առնում բետ ժամանակի և բետ լայնական կարծրացի առաձգական, ջերմային, սողքային և ծերացման դեֆորմացիաների փոփոխությունը բետոնում. պարզագույն ջերմախոնավային լարումները և ճեղքադիմացությունը ուսումնասիրվում է հատուկ օրինակում։

ON APPLICATION OF THE CREEP THEORY TO SOLVING THE PROBLEM OF REINFORCED CONCRETE MEMBER STRESSED CONDITION IN THE STEAM CURING PROCESS

I. I. TEMNOV

S u m m a r y

A method of solving a stressed condition of the system including a reinforced concrete member, free reinforcement and supports is suggested.

The method allows to trace the formation of stresses in the members during steam curing and after compression of concrete.

The method takes into account the variation with time and the cross-section of elastic, thermal, creeping and ageing deformations.

The thermo-moisture stresses developing in concrete and crack resistance are analysed in a specific example.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Александровский С. В.* Расчет бетонных и железобетонных конструкций на изменения температуры и влажности с учетом ползучести. Стройиздат, 1973.
2. *Арутюнян Н. Х.* Некоторые вопросы теории ползучести. Гостехиздат, 1952.
3. *Белов А. В.* Температурные напряжения в бетонной призме прямоугольного поперечного сечения. Изв. ВНИИГ, т. 51. Госэнергоиздат, 1954.
4. *Бердичевский Г. И., Маркаров Н. А.* Технологические факторы трещиностойкости и прочности предварительно напряженных железобетонных конструкций. Стройиздат, 1964.
5. *Бердичевский Г. И., Маркаров Н. А., Шабанова Г. П.* О возможности обжатия горячего бетона преднапряженных конструкций после пропаривания. Бетон и железобетон, № 7, 1971.
6. *Васильев П. И., Коннов Ю. И.* Температурные напряжения в бетонных массивах. Л., 1969.
7. *Дулинскас Е. Ю., Марчюкайтис В. Г.* Определение потерь предварительного напряжения арматуры от температурного перепада с учетом роста прочности при теплообработке. Материалы к VII-ой Всесоюзной конференции «Перспективы развития бетона и железобетона». Вильнюс, 1972.
8. *Ильев К. Н., Подаховский И. И.* Матричная зависимость между напряжениями и деформациями в задачах линейной теории ползучести. Прикл. механика, т. V, вып. 11, 1969.
9. *Маслов Г. Н.* Термонапряженное состояние в бетонных массивах с учетом ползучести. Изв. ВНИИГ, т. XXVII, 1941.
10. *Михайлов В. В.* Предварительно напряженные железобетонные конструкции. М., 1963.
11. *Прокопович И. Е.* Влияние длительных процессов на напряженное и деформированное состояние сооружений. Госстройиздат, 1963.
12. *Прокопович И. Е., Рекша В. В.* О напряженно-деформированном состоянии тела, обладающего ползучестью и усиленного связями. Изв. АН Арм. ССР, Механика, т. 22, № 1, 1969.
13. *Темнов И. И.* Изгиб железобетонных балок с обычной арматурой при длительной нагрузке. Изв. вузов, «Строительство и архитектура», № 3, 1962.

14. *Темнов И. И.* О вычислении коэффициентов затухания температурно-влажностных напряжений в бетонных сооружениях. Гидротехническое строительство, № 10, 1969.
15. *Швецов А. В.* Приближенный способ определения собственных напряжений в бетоне с учетом переменности его деформативных свойств. Гидротехническое строительство, № 8, 1952.
16. *Янин А. В.* Ползучесть бетона в раннем возрасте. Тр. НИИЖБ, вып. 4. Госстройиздат, 1959.