

При выводе систем уравнений (1.1) — (1.2) принимаются следующие предположения:

- а) среда является изотропным идеальным проводником;
- б) токи смещения пренебрегаются;
- в) упругие перемещения среды и электромагнитные возмущения считаются настолько малыми, что при описании магнитоупругих колебаний можно пользоваться линейными уравнениями магнитоупругости и электродинамики.

Отнесем упругую среду к прямоугольной системе координат x, y, z . Рассмотрим случай, когда все искомые величины не зависят от одной из координат, например z , и упругое смещение по направлению соответствующей координаты отсутствует, то есть

$$u_i = u_i(x, y, t), \quad u_z = 0 \quad (1.4)$$

$$E_i = E_i(x, y, t), \quad h_i = h_i(x, y, t), \quad i = 1, 2, 3$$

Выясним необходимые условия выполнения соотношений (1.4).

В предположениях (1.4) уравнение (1.2) дает два уравнения, определяющих перемещения u_1, u_2 , и следующее дополнительное условие:

$$H_3 \left(H_1 \frac{\partial e}{\partial x} + H_2 \frac{\partial e}{\partial y} \right) = 0, \quad e = \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial y} \quad (1.5)$$

Уравнение (1.5) удовлетворяется тождественно в следующих двух случаях:

1. заданное магнитное поле \mathbf{H}_0 параллельно плоскости xy ($H_{03} = 0$);
2. заданное магнитное поле перпендикулярно к плоскости xy ($H_{01} = H_{02} = 0$).

Таким образом, выполнение условий, приведенных в случаях 1 и 2, является необходимым для существования решений вида (1.4) (аналог плоской задачи теории упругости).

Проектируя уравнение (1.2) на оси координат x, y , с учетом (1.3) и (1.4) получим:

$$\begin{aligned} & \text{для случая 1 } (H_{03} = 0) \\ & (a^2 + k^2 \sin^2 \varphi) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - (b^2 + k^2 \sin^2 \varphi) \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + \\ & + c^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x \partial y} - \frac{1}{2} k^2 (\sin 2\varphi) \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} \right) = 0 \\ & c^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x \partial y} - \frac{1}{2} k^2 (\sin 2\varphi) \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \right) - (a^2 + k^2 \cos^2 \varphi) \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} + \\ & + (b^2 + k^2 \cos^2 \varphi) \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (1.6)$$

для случая 2 ($H_{01} = H_{02} = 0$)

$$\begin{aligned} (c^2 + z_1^2) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x \partial y} + (a^2 - z_1^2) \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} + b^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} &= 0 \\ (a^2 + z_1^2) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + b^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + (c^2 + z_1^2) \frac{\partial^2 u_2}{\partial x \partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (1.7)$$

Здесь

$$a = 2^{-1/2} (b + 2G)^{1/2}, \quad b = 2^{-1/2} G^{1/2}, \quad z = 2^{-1} (\pi z)^{-1/2} v^{1/2} H_0, \quad (1.8)$$

$$z_1 = 2^{-1} (\pi z)^{-1/2} v^{1/2} |H_{03}|, \quad H_0 = (H_{01}^2 + H_{02}^2)^{1/2}, \quad c = (a^2 - b^2)^{1/2}$$

a и b — скорости продольных и поперечных упругих волн в среде при отсутствии внешнего магнитного поля H_0 , $z(z_1)$ — скорость Альфвена, φ — угол между осью x и направлением магнитного поля H_0 .

2. Решение системы уравнений (1.6) будем искать методом комплексных решений Смирнова-Соболева [1]. Обобщение этого метода на случай систем однородных дифференциальных уравнений второго порядка дано в работе [9].

Метод комплексных решений позволяет выделить некоторый, имеющий важное применение в физических задачах, класс решений рассматриваемой системы уравнений.

Согласно этому методу, решение системы уравнений (1.6) следует искать в виде

$$u_i = F_i(\Omega), \quad i = 1, 2 \quad (2.1)$$

где вспомогательная величина Ω , как функция от x, y, t , быть может комплексная, определяется соотношением

$$\delta \equiv l(\Omega)t + m(\Omega)x + n(\Omega)y + k(\Omega) = 0 \quad (2.2)$$

где коэффициенты $l(\Omega), \dots, k(\Omega)$ — некоторые аналитические функции от Ω .

Подставляя (2.1) в (1.6) и учитывая (2.2), получим

$$\begin{aligned} [(a^2 + z^2 \sin^2 \varphi) m^2 - (b^2 + z^2 \sin^2 \varphi) n^2 - l^2] F_1'(\Omega) + \\ + \left[c^2 mn - \frac{1}{2} z^2 (\sin 2\varphi) (m^2 + n^2) \right] F_2(\Omega) = 0 \\ \left[c^2 mn - \frac{1}{2} z^2 (\sin 2\varphi) (m^2 + n^2) \right] F_1'(\Omega) + \\ + [(a^2 + z^2 \cos^2 \varphi) n^2 + (b^2 + z^2 \cos^2 \varphi) m^2 - l^2] F_2'(\Omega) = 0. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Если $l \neq 0$, то, принимая $l \equiv 1$, запишем условие разрешимости системы уравнений (2.3) для функций $F_i'(\Omega)$ в следующем виде:

$$A_4(m)n^4 - A_3(m)n^3 + A_2(m)n^2 + A_1(m)n + A_0(m) = 0 \quad (2.4)$$

где

$$A_4(m) = a^2 b^2 - c^2 (a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)$$

$$A_3(m) = c^2 x^2 (\sin 2\varphi) m$$

$$A_2(m) = [2a^2 b^2 + c^2 (a^2 + b^2)] m^2 - (a^2 - b^2 + c^2) \quad (2.5)$$

$$A_1(m) = c^2 x^2 (\sin 2\varphi) m^2$$

$$A_0(m) = [a^2 b^2 + c^2 (a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi)] m^4 - (a^2 + b^2 + c^2) m^2$$

Равенство (2.4) есть алгебраическое уравнение 4-ой степени относительно n . Его корни n_k являются ветвями четырехзначной алгебраической функции, однозначной на соответствующей римановой поверхности.

Каждый корень n_k , в силу соотношения (2.2), определяет в пространстве x, y, t функцию $\Omega_k(x, y, t)$ и, следовательно, общий вид решений (2.1) системы (1.6) можно записать в виде:

$$u_i = \sum_{k=1}^4 F_{ik}(\Omega_k), \quad i = 1, 2 \quad (2.6)$$

Если в соотношении (2.2) положим $k(\Omega) = 0$, то (2.6) будет однородное решение нулевого измерения.

Так как функции F_{ik} должны удовлетворять условиям (2.3), то из первого условия (2.3), написанного для F_{ik} , получим

$$F_{1k}(\Omega_k) = W_k(\Omega_k) p_k(\Omega_k) \quad (2.7)$$

$$F_{2k}(\Omega_k) = W_k(\Omega_k) q_k(\Omega_k)$$

где

$$p_k(\Omega_k) = -c^2 m_k n_k + \frac{1}{2} x^2 (\sin 2\varphi) (m_k^2 - n_k^2) \quad (2.8)$$

$$q_k(\Omega_k) = (a^2 - c^2 \sin^2 \varphi) m_k^2 + (b^2 + c^2 \sin^2 \varphi) n_k^2 - 1$$

W_k — произвольные аналитические функции.

Подставив (2.7) в (2.6) и отделив действительную часть, получим вещественное решение типа

$$u_1(x, y, t) = \sum_{k=1}^4 \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\Omega_k} W_k(\zeta) p_k(\zeta) d\zeta \right\} \quad (2.9)$$

$$u_2(x, y, t) = \sum_{k=1}^4 \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\Omega_k} W_k(\zeta) q_k(\zeta) d\zeta \right\}$$

Произвольные функции W_k , входящие в решение (2.9), должны определяться из дополнительных условий соответствующей задачи.

Следует отметить, что если в некоторой области пространства x, y, t $\Omega(x, y, t)$ принимает комплексные значения, то функции $F_{ik}(\Omega)$ в соответствующей области комплексной плоскости Ω — аналитические, в случае же когда Ω принимает действительные значения $F_{ik}(\Omega)$ являются дважды дифференцируемыми функциями от Ω .

3. Если положим

$$m = -\theta \equiv \text{const}, \quad n = \lambda \equiv \text{const}, \quad k(\Omega) \equiv -\Omega \quad (3.1)$$

то соотношение (2.2) примет вид

$$\Omega_k = t - \theta x + \lambda_k y \quad (3.2)$$

где $\lambda_k = n_k$ — корни уравнения (2.4).

В этом случае, как следует из (2.6) и (3.2), простейшие решения системы (1.6), представляющие собой плоские волны, имеют вид

$$u_i = u_i(\Omega_k) = u_i(t - \theta x + \lambda_k y), \quad i = 1, 2 \quad (3.3)$$

где функции u_i , согласно (2.9) и в силу постоянства величин θ и λ_k , связаны соотношениями

$$\begin{cases} u_1 = W(\Omega_k) p(\Omega_k) \\ u_2 = W(\Omega_k) q(\Omega_k) \end{cases} \quad (3.4)$$

Если постоянные θ и λ_k — вещественные, то плоские волны (3.3) называются однородными или вещественными, а если хотя бы одна из величин θ, λ_k окажется комплексной, то волны (3.3) называются неоднородными или комплексными. В последнем случае в (3.3) и (3.4) следует брать вещественную часть.

Наконец, согласно (2.6) и (3.4), решение вида (3.3) системы (1.6) следует брать в следующем виде

$$\begin{cases} u_1(x, y, t) = \sum_{k=1}^2 \text{Re} \{ W_k(\Omega_k) p_k(\Omega_k) \} \\ u_2(x, y, t) = \sum_{k=1}^2 \text{Re} \{ W_k(\Omega_k) q_k(\Omega_k) \} \end{cases} \quad (3.5)$$

В дальнейшем удобно ось x направить по направлению заданного магнитного поля H_0 .

В этом случае из (2.4) — (3.4) получаем

$$\begin{cases} u_1 = \pm c^2 \theta_k W(t - \theta x \pm \lambda_k y) \\ u_2 = (a^2 \theta^2 + b^2 \lambda_k^2 - 1) W(t - \theta x \pm \lambda_k y) \end{cases} \quad (3.6)$$

$$\lambda_k = 2^{-1/2} (a_1 b)^{-1} [A(\theta) + (-1)^k \sqrt{Q(\theta)}]^{1/2}, \quad k=1, 2 \quad (3.7)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} A(\theta) &= K_1 - L\theta^2, & K_1 &= a_1^2 + b^2, & L &= a_1^2 b^2 + a^2 b_1^2 \\ B(\theta) &= 4a_1^2 b^2 (1 - a^2 \theta^2) (1 - l_1^2 \theta^2), & a_1^2 &= a^2 - x^2 \\ Q(\theta) &= A^2(\theta) - B(\theta) = N^2 \theta^4 - 2K_1 N \theta^2 + K_1^2 \\ K_2 &= a_1^2 - b^2, & N &= x^2 c^2, & b_1^2 &= b^2 + x^2 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Следуя [2], плоские волны, зависящие от аргументов $\Omega_k = t - \theta_k x - i_k y$, назовем соответственно, волнами 1-го ($i = i_1$) и 2-го ($i = i_2$) типов.

Выбор знака плюс или минус в (3.6) просто показывает, что плоские волны могут распространяться в упругой среде в противоположных направлениях: «назад» и «вперед».

Уравнения фронтов плоских волн (3.6) имеют вид

$$\Omega_k = t - \theta_k x - i_k y - \text{const}, \quad k = 1, 2 \quad (3.9)$$

Так как фазовые скорости распространения волн определяются по формуле [13]

$$v_k = - \left[\frac{\partial \Omega_k}{\partial t} \right] / \left| \text{grad } \Omega_k \right|^{-1},$$

то из (3.9) получается

$$v_k = (\theta_k^2 + i_k^2)^{-1/2} \quad (3.10)$$

Подставляя в (3.10) значения i_k из (3.7), получим следующие выражения для скоростей распространения магнитоупругих волн:

$$v_1 = 2^{-1/2} a_1 b \left[S(\theta) + (-1)^k \sqrt{Q(\theta)} \right]^{-1/2} \quad (3.11)$$

где

$$S(\theta) = K_1 - N\theta^2 \quad (3.12)$$

Здесь v_1 — скорость магнитоупругих волн 1-го типа, v_2 — 2-го типа.

Далее, из (3.10) имеем

$$i_k = (v_k^{-2} - \theta_k^2)^{1/2} \quad (3.13)$$

Подставляя значения величин i_k из (3.13) в выражения (3.6), представим магнитоупругие плоские волны 1-го и 2-го типов в виде

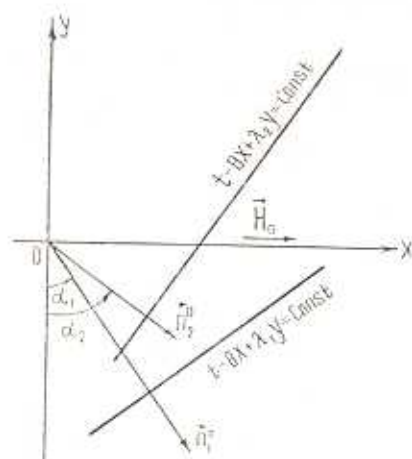
$$\begin{cases} u_1 = -c^2 \theta (v_1^{-2} - \theta^2)^{1/2} W [t - \theta x \pm (v_1^{-2} - \theta^2)^{1/2} y] \\ u_2 = [a^2 \theta^2 + b^2 (v_2^{-2} - \theta^2) - 1] W [t - \theta x \pm (v_2^{-2} - \theta^2)^{1/2} y] \end{cases} \quad (3.14)$$

Обозначив через α_k углы между отрицательной полуосью y и направлением распространения волн 1-го и 2-го типов, соответственно (фиг. 1), получим

$$\text{tg } \alpha_k = \theta \theta_k = \theta (v_k^{-2} - \theta^2)^{-1/2}, \quad k = 1, 2 \quad (3.15)$$

Таким образом, четыре волны, соответствующие гиперболической системе (1.6), с выбором направления оси x (параллельно \vec{H}_0) разделились на две пары, распространяющиеся «назад» и «вперед».

Волну, имеющую большую скорость, будем называть быстрой, другую же — медленной.



Фиг. 1.

В дальнейшем мы будем рассматривать волны только в одном направлении, соответствующем знаку плюс в (3.14).

Распространение магнитоупругих волн подчиняется более сложным закономерностям, чем распространение волн при отсутствии магнитного поля. В последнем случае в изотропной среде имеются две независимо распространяющиеся волны — продольные (быстрые со скоростью a) и поперечные (медленные со скоростью b). В противоположность чисто упругим волнам, магнитоупругие волны не разделяются на чисто продольные и поперечные, то есть смещения в магнитоупругих волнах относительно направления распространения имеют как продольные, так и поперечные компоненты. Скорости магнитоупругих волн зависят не только от упругих постоянных и плотности среды, но и от величины внешнего магнитного поля и от угла между нормалью к волне и магнитным полем.

Изучим решения (3.6) (или (3.14)) и исследуем изменение скоростей магнитоупругих волн в зависимости от величины внешнего магнитного поля и от угла между нормалью к волне и магнитным полем.

Выясним также вопрос о разделении магнитоупругих волн на быстрые и медленные в зависимости от величины магнитного поля.

Для этого рассмотрим изменения величин λ_k из (3.7) при

$$-\infty \leq \beta < +\infty, \quad 0 \leq \alpha < +\infty.$$

В данном вопросе существенное значение имеют нули функций, находящихся под радикалами в выражениях (3.7).

Нули функции $Q(\theta)$, находящейся под внутренним радикалом (3.7), имеют вид

$$\theta = \pm \theta_1^0 = N^{-1/2}(a_1 + b); \quad \theta = \pm \theta_2^0 = \pm N^{-1/2}(a_1 - b) \quad (3.16)$$

Так как $a > b$, то все четыре корня (3.16) вещественны.

Нули функций

$$T_n(\theta) = A(\theta) + (-1)^n \sqrt{Q(\theta)} \quad (3.17)$$

находящихся под внешним радикалом в (3.17), имеют вид

$$\theta = \pm \theta_3^0 = \pm b_1^{-1}, \quad \theta = \pm \theta_4^0 = -a^{-1} \quad (3.18)$$

Все нули в (3.18) вещественны.

В дальнейшем, для выяснения значения функций ν_n , оказываются нужными нули функции $A(\theta)$, которые находим, согласно (3.8), в виде

$$\theta = \pm \theta_5^0 = \pm L^{-1/2} K_1^{1/2} = \pm \left| \frac{a^2 + b^2 + x^2}{2a^2 b^2 + x^2(a^2 + b^2)} \right|^{1/2} \quad (3.19)$$

Они также вещественны.

Установим взаимное расположение корней (3.16), (3.18), (3.19) на оси θ в зависимости от величины x .

Благодаря симметрии корней, рассмотрим участок $0 \leq \theta \leq +\infty$.

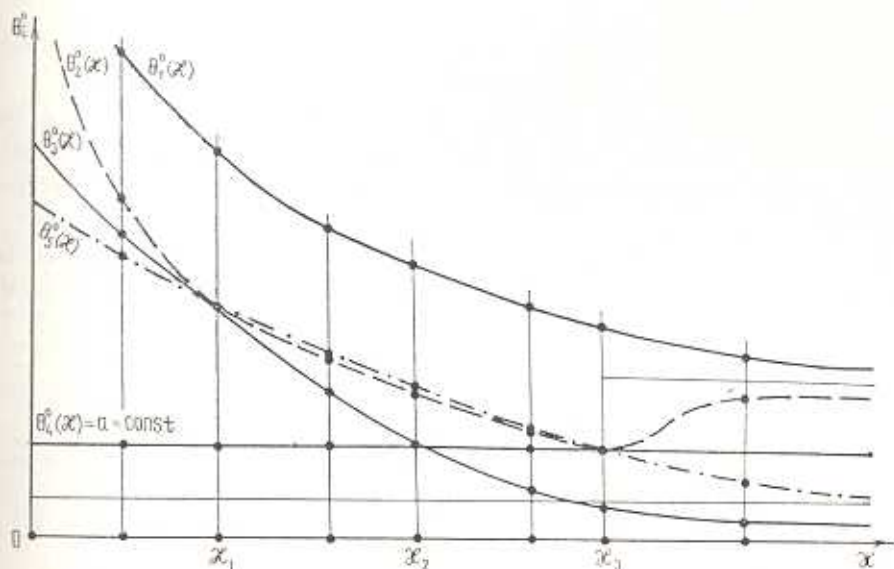
Исследование знаков разностей $R_{ij} = [\theta_j^0(x)]^2 - [\theta_i^0(x)]^2$, $i, j = 1, \dots, 5$ приводит к следующим результатам:

1. $0 < \theta_4^0(x) < \theta_5^0(x) < \theta_3^0(x) < \theta_2^0(x) = \theta_1^0(x) = +\infty$ при $x = 0$
2. $0 < \theta_4^0(x) < \theta_5^0(x) < \theta_3^0(x) < \theta_2^0(x) < \theta_1^0(x) < +\infty$ при $0 < x < x_1$
3. $0 < \theta_4^0(x) < \theta_5^0(x) = \theta_3^0(x) = \theta_2^0(x) < \theta_1^0(x) < +\infty$ при $x = x_1$
4. $0 < \theta_4^0(x) < \theta_5^0(x) < \theta_3^0(x) < \theta_2^0(x) < \theta_1^0(x) < +\infty$ при $x_1 < x < x_2$
5. $0 < \theta_4^0(x) = \theta_5^0(x) < \theta_3^0(x) < \theta_2^0(x) < \theta_1^0(x) < +\infty$ при $x = x_2$
6. $0 < \theta_4^0(x) < \theta_5^0(x) < \theta_3^0(x) < \theta_2^0(x) < \theta_1^0(x) < +\infty$ при $x_2 < x < x_3$
7. $0 < \theta_3^0(x) < \theta_4^0(x) = \theta_5^0(x) = \theta_2^0(x) < \theta_1^0(x) < +\infty$ при $x = x_3$
8. $0 < \theta_3^0(x) < \theta_5^0(x) < \theta_4^0(x) < \theta_2^0(x) < \theta_1^0(x) < +\infty$ при $x_3 < x < +\infty$
9. $0 = \theta_3^0(x) < \theta_5^0(x) < \theta_4^0(x) < \theta_2^0(x) = \theta_1^0(x) < +\infty$ при $x = +\infty$

где

$$x_1 = [2^{-1}b(1 + \sqrt{4a^2 - 3b^2} - b)]^{1/2}, \quad x_2 = \sqrt{a^2 - b^2}; \quad x_3 = ab^{-1} \sqrt{a^2 - b^2} \quad (3.21)$$

Согласно (3.16)–(3.21), на фиг. 2 приведены графики, характеризующие поведение функций $\theta_i^0(x)$.



Фиг. 2.

Исследование изменения величин λ_x требует также выяснения знаков функций $A(\theta)$, $B(\theta)$ и $Q(\theta)$ на положительной полуоси θ в зависимости от скорости Альфвена x .

В силу (3.16)–(3.21) для функций $A(\theta)$ и $Q(\theta)$ имеем ($0 \leq x \leq +\infty$)

$$\begin{aligned}
 A(\theta) > 0 & \text{ при } 0 < \theta < \theta_3^0(x), & A(\theta) = 0 & \text{ при } \theta = \theta_3^0(x) \\
 A(\theta) < 0 & \text{ при } \theta > \theta_3^0(x); & Q(\theta) > 0 & \text{ при } 0 \leq \theta < \theta_2^0(x) \\
 \theta_1^0(x) < \theta \leq +\infty, & Q(\theta) = 0 & \text{ при } \theta = \theta_2^0(x) \text{ и } \theta = \theta_1^0(x) \\
 Q(\theta) < 0 & \text{ при } \theta_2^0(x) < \theta < \theta_1^0(x)
 \end{aligned}
 \tag{3.22}$$

Изучение поведения функции $B(\theta)$ приводит к следующим двум различным случаям:

а) $0 \leq x < x_2$

$$\begin{aligned}
 B(\theta) > 0 & \text{ при } 0 \leq \theta < \theta_4^0(x) \text{ и } \theta_3^0(x) < \theta \leq +\infty \\
 B(\theta) = 0 & \text{ при } \theta = \theta_4^0(x) \text{ и } \theta = \theta_1^0(x) \\
 B(\theta) < 0 & \text{ при } \theta_4^0(x) < \theta < \theta_3^0(x)
 \end{aligned}
 \tag{3.23}$$

б) $x_2 \leq x \leq +\infty$

$$\begin{aligned}
 B(\theta) > 0 & \text{ при } 0 \leq \theta < \theta_3^0(x) \text{ и } \theta_1^0(x) < \theta \leq +\infty \\
 B(\theta) = 0 & \text{ при } \theta = \theta_3^0(x) \text{ и } \theta = \theta_1^0(x) \\
 B(\theta) < 0 & \text{ при } \theta_3^0(x) < \theta < \theta_1^0(x)
 \end{aligned}
 \tag{3.24}$$

На основании (3.20)—(3.24) в табл. 1 приводятся основные свойства функций T_k из (3.17), находящихся под внешним радикалом в (3.7).

Согласно табл. 1, в табл. 2 приводятся области вещественности функций λ_k на положительной полуоси θ в зависимости от x .

В остальных точках оси θ функции λ_k во всех рассматриваемых случаях или мнимые или комплексные; соответствующие плоские волны будут неоднородными и будут иметь мнимые или комплексные фазовые скорости.

Таким образом, значениям θ из табл. 2 соответствуют определенные вещественные магнитоупругие волны 1-го и 2-го типов с направлениями распространения и скоростями, определяемыми формулами (3.11), (3.14), (3.15).

В качестве примера рассмотрим это соответствие для волн, распространяющихся в направлении $x_k=90^\circ$, в случаях 2 и 4.

Согласно (3.15) для волн, распространяющихся в направлениях $x_k=90^\circ$, $\lambda_k=0$. Приравняв нулю (3.7), в силу табл. 1, а также (3.10), (3.11) и (3.15) получим:

для случая 2

$$\begin{aligned} \lambda_1(\theta_1^0) = 0, \quad \lambda_2(\theta_1^0) \neq 0, \quad v_2(\theta_1^0) = 0 & \quad - \\ \alpha_1(\theta_1^0) = 90^\circ, \quad \alpha_2(\theta_1^0) < 90^\circ, \quad \alpha_2(\theta_2^0) = 90^\circ & \quad (3.25) \end{aligned}$$

для случая 4

$$\begin{aligned} \lambda_1(\theta_1^0) = 0, \quad \lambda_2(\theta_1^0) \neq 0, \quad v_1(\theta_1^0) = 0, \quad v_2(\theta_1^0) \neq 0 & \quad (3.26) \\ \alpha_1(\theta_1^0) = 90^\circ, \quad \alpha_2(\theta_1^0) < 90^\circ, \quad \alpha_1(\theta_2^0) = 90^\circ, \quad \alpha_2(\theta_2^0) < 90^\circ & \end{aligned}$$

Соотношения (3.25) и (3.26) показывают, что в случае 2 каждый из двух типов волн (3.6) (или (3.14)) имеет по одному значению θ , соответствующему распространению в направлении оси x , а в случае 4 волна 1-го типа имеет два значения θ , волна же 2-го типа не имеет ни одного значения θ , соответствующего направлению $\alpha_1=\alpha_2=90^\circ$.

Отсюда следует, что магнитоупругие волны в каждом направлении могут быть либо обе только одного типа, либо разных типов по одной. Это обстоятельство зависит от вышеуказанных интервалов изменения x (табл. 2) и требует детального исследования.

При этом нужны будут значения, принимаемые величинами λ_k , v_k , α_k на концах указанных интервалов вещественности функций λ_k .

Согласно (3.7)—(3.26) и табл. 1, указанные значения приведены в табл. 3, причем в случаях 4, 5, 6 имеют место следующие соотношения:

$$\lambda_1(\theta_2^0) = \lambda_2(\theta_2^0); \quad v_1(\theta_2^0) = v_2(\theta_2^0), \quad 0 < \alpha_1(\theta_2^0) = \alpha_2(\theta_2^0) < 90^\circ \quad (3.27)$$

Сначала рассмотрим случаи 2 и 4, которые являются наиболее характерными.

Таблица 1

| | T_1 | | | | T_2 | | | |
|--------------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|---|
| $0 = \chi$ | $0 < h < h_1^0$ > 0 | $h = h_4^0$ $= 0$ | $h_1^0 < h < +\infty$ < 0 | — | $0 < h < h_3^0$ > 0 | $h = h_3^0$ $= 0$ | $h_3^0 < h < +\infty$ < 0 | $h_3^0 < h < +\infty$ < 0 |
| $1 \chi > \chi > 0$ | $0 < h < h_1^0$ > 0 $h_1^0 < h < +\infty$ < 0 | $h = h_4^0$ $= 0$ | $h_4^0 < h < h_2^0$ 0 | $h_2^0 < h < h_1^0$ КОМПЛЕКС. | $0 < h < h_3^0$ > 0 $h_3^0 < h < h_1^0$ КОМПЛЕКС. | $h = h_3^0$ $= 0$ $h_1^0 < h < +\infty$ < 0 | $h_3^0 < h < h_2^0$ < 0 | $h_3^0 < h < h_2^0$ < 0 |
| $1 \chi = \chi$ | $0 < h < h_4^0$ > 0 $h_1^0, 2, 3 < h < h_1^0$ КОМПЛЕКС. | $h = h_4^0$ $= 0$ $h_1^0 < h < +\infty$ < 0 | $h_1^0 < h < h_2^0, 3, 5$ < 0 | $h = h_2^0, 3, 5$ $= 0$ | $0 < h < h_2^0, 3, 5$ > 0 $h_1^0 < h < +\infty$ < 0 | $h_1^0, 2, 3, 5 = h$ $= 0$ | $h_1^0, 2, 3, 5 < h < h_1^0$ КОМПЛЕКС. | $h_1^0, 2, 3, 5 < h < h_1^0$ КОМПЛЕКС. |
| $2 \chi > \chi > 1 \chi$ 2χ | $0 < h < h_4^0$ > 0 $h_3^0 < h < h_2^0$ > 0 $h_1^0 < h < +\infty$ < 0 | $h = h_4^0$ $= 0$ $h_2^0 < h < h_3^0$ КОМПЛЕКС. | $h_4^0 < h < h_3^0$ < 0 $h = h_3^0$ МИШЬЯ | $h = h_3^0$ $= 0$ $h_3^0 < h < h_1^0$ КОМПЛЕКС. | $0 < h < h_2^0$ > 0 $h_3^0 < h < h_1^0$ КОМПЛЕКС. | $h_2^0 < h < h_3^0$ КОМПЛЕКС. $h_1^0 < h < +\infty$ < 0 | $h_2^0 < h < h_3^0$ КОМПЛЕКС. $h_1^0 < h < +\infty$ < 0 | $h = h_3^0$ МИШЬЯ |
| $2 \chi = \chi$ | $0 < h < h_3^0, 4$ > 0 $h_2^0 < h < h_1^0$ КОМПЛЕКС. | $h = h_{2,1}^0$ $= 0$ $h = h_6^0$ МИШЬЯ | $h_{2,1}^0 < h < h_2^0$ < 0 | $h = h_2^0$ > 0 $h_1^0 < h < +\infty$ < 0 | $0 < h < h_2^0$ > 0 $h_2^0 < h < h_1^0$ КОМПЛЕКС. | $h_2^0 < h < h_1^0$ КОМПЛЕКС. $h_1^0 < h < +\infty$ < 0 | $h_2^0 < h < h_1^0$ КОМПЛЕКС. $h_1^0 < h < +\infty$ < 0 | $h = h_6^0$ МИШЬЯ |

Продолжение таблицы I

| | T_1 | | | T_2 | | |
|---------|--|--|--|--|--|--|
| ξ_2 | $0 < b < \theta_2^0$ > 0 | $0 - \theta_1^0$ $= 0$ | $\theta_2^0 < b < \theta_1^0$ < 0 | $a - \theta_4^0$ $= 0$ | $0 - b - \theta_2^0$ > 0 | $\theta_2^0 < b < \theta_1^0$ комплекс. |
| η | $\theta_1^0 < b < \theta_2^0$ > 0 | $\theta_1^0 < b < \theta_2^0$ комплекс. | $a - \theta_6^0$ миним. | $\theta_2^0 < b < \theta_1^0$ комплекс. | $\theta_1^0 - b - \theta_2^0$ < 0 | $0 - \theta_3^0$ миним. |
| ξ_2 | $\theta_1^0 - b < -\infty$ < 0 | — | — | — | — | — |
| ξ_2 | $0 < b < \theta_2^0$ > 0 | $b = \theta_2^0$ $= 0$ | $\theta_3^0 < b < \theta_2^0$ < 0 | $0 - \theta_1^0$ $= 0$ | $0 - b < \theta_2^0$ > 0 | $0 - \theta_2^0$ комплекс. |
| η | θ_2^0 $\theta_2^0 < b < \theta_1^0$ комплекс. | $\theta_1^0 < b < +\infty$ < 0 | — | — | $\theta_1^0 - b - \theta_2^0$ < 0 | θ_2^0 комплекс. |
| ξ_2 | $0 < b < \theta_2^0$ > 0 | $0 - \theta_3^0$ $= 0$ | $\theta_2^0 < b < \theta_1^0$ < 0 | $\theta_2^0 < b < \theta_1^0$ комплекс. | $0 - b < \theta_1^0$ > 0 | $0 - \theta_4^0$ комплекс. |
| η | $\theta_1^0 < b < +\infty$ < 0 | — | — | — | $\theta_2^0 < b < \theta_1^0$ комплекс. | $\theta_1^0 - b < \theta_2^0$ < 0 |
| ξ_2 | $a - \theta_3^0 = 0$ $= 0$ | $0 - \theta_6^0 < b$ < 0 | — | — | $0 - b < \theta_1^0$ > 0 | $0 - \theta_3^0$ $= 0$ |
| η | — | < 0 | — | — | — | $\theta_1^0 < 0 < -\infty$ < 0 |

Обозначения типа $\theta_{2,4,5}^0$ понимать так: $\theta_4^0 = \theta_2^0 = \theta_5^0$.

Таблица 2

| № | Случай | λ_1 | | λ_2 |
|---|---------------------|-------------------------------|------------------------------------|---------------------------------|
| 1 | $x = 0$ | $0 < \theta < \theta_4^0$ | — | $0 < \theta < \theta_3^0$ |
| 2 | $0 < x < x_1$ | $0 < \theta < \theta_4^0$ | — | $0 < \theta < \theta_3^0$ |
| 3 | $x = x_1$ | $0 < \theta < \theta_4^0$ | $\theta = \theta_{2,3,5}^0$ | $0 < \theta < \theta_{2,3,5}^0$ |
| 4 | $x_1 < x < x_2$ | $0 < \theta < \theta_3^0$ | $\theta_3^0 < \theta < \theta_2^0$ | $0 < \theta < \theta_2^0$ |
| 5 | $x = x_2$ | $0 < \theta < \theta_{3,4}^0$ | $\theta = \theta_2^0$ | $0 < \theta < \theta_2^0$ |
| 6 | $x_2 < x < x_3$ | $0 < \theta < \theta_3^0$ | $\theta_4^0 < \theta < \theta_2^0$ | $0 < \theta < \theta_2^0$ |
| 7 | $x = x_3$ | $0 < \theta < \theta_3^0$ | $\theta = \theta_{2,4,5}^0$ | $0 < \theta < \theta_{2,4,5}^0$ |
| 8 | $x_3 < x < +\infty$ | $0 < \theta < \theta_3^0$ | — | $0 < \theta < \theta_4^0$ |
| 9 | $x = +\infty$ | $\theta = \theta_3^0 = 0$ | — | $0 < \theta < \theta_4^0$ |

Обозначения: $\theta_{2,3,5}^0 \equiv \theta_2^0 = \theta_3^0 = \theta_5^0$.

Случай 2. $x_1 < x < x_2$. Согласно табл. 2, функции λ_1 и λ_2 имеют вещественные значения в интервалах, соответственно,

$$0 < \theta < \theta_4^0, \quad 0 \leq \theta \leq \theta_3^0 \quad (3.28)$$

В силу (3.15) и табл. 3 изменениям θ в промежутках (3.28) соответствуют направления распространения волны (3.6) (или (3.14))

$$0 < \alpha_1 \leq 90^\circ, \quad 0 < \alpha_2 \leq 90^\circ \quad (3.29)$$

Следовательно, в случае 2 в каждом направлении распространяются волны обоих типов, скорости которых зависят от направления движения.

Изучим характер изменения скорости в зависимости от направления движения в пределах (3.29) и покажем, что $v_1(\alpha) > v_2(\alpha)$, $0 < \alpha \leq 90^\circ$.

Из (3.11) имеем

$$v_2' = -\frac{\theta \overline{v}_2 R_\theta'(\theta)}{2a^2 b^2}, \quad R_\theta = -N[1 + (-1)^\theta Q^{-1} S(\theta)] \quad (3.30)$$

$$R_\theta'(\theta) = -(-1)^\theta 8a^2 b^2 N^2 Q^{-1} \quad (3.31)$$

Согласно (3.8) и (3.12)

$$S(\theta) > 0 \quad \text{при} \quad \theta < \theta_6^0; \quad S(\theta) < 0 \quad \text{при} \quad \theta > \theta_6^0 \quad (3.32)$$

где

$$\theta_6^0 > \theta_6^0 = \kappa^{-1} d^{-1/2} (a_1^2 + b^2)^{1/2} > \theta_i^0 \quad i = 2, 3, 4, 5 \quad (3.33)$$

Выражение (3.31) совместно с первым условием из (3.32), выполняющимся в случае 2, дает

Таблица 3

| | Точки оси b | λ_1 | v_1 | α_1 | λ_2 | v_2 | α_2 |
|-----------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------|------------------------|-------------------------|-------------------|------------------------|
| $\lambda = 0$ | 0 | a^{-1} | a | 0° | b^{-1} | b | 0° |
| | $\theta_3^0 = a^{-1}$ | 0 | a | 90° | $\lambda_2(\theta_3^0)$ | $v_2(\theta_3^0)$ | $\alpha_2(\theta_3^0)$ |
| | $\theta_3^0 = b_1^{-1}$ | — | — | — | 0 | b | 90° |
| $0 < \lambda < \lambda_1$ | 0 | a_1^{-1} | a_1 | 0° | b^{-1} | b | 0° |
| | $\theta_3^0 = a^{-1}$ | 0 | a | 90° | $\lambda_2(\theta_3^0)$ | $v_2(\theta_3^0)$ | $\alpha_2(\theta_3^0)$ |
| | $\theta_3^0 = b_1^{-1}$ | — | — | — | 0 | b_1 | 90° |
| $\lambda = \lambda_1$ | 0 | a_1^{-1} | a_1 | 0° | b^{-1} | b | 0° |
| | $\theta_3^0 = a^{-1}$ | 0 | a | 90° | — | — | — |
| | $\theta_3^0 = b_1^{-1}$ | 0 | b_1 | 90° | 0 | b_2 | 90° |
| $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$ | 0 | a_1^{-1} | a_1 | 0° | b^{-1} | b | 0° |
| | $\theta_3^0 = a^{-1}$ | 0 | a | 90° | — | — | — |
| | $\theta_3^0 = b_1^{-1}$ | 0 | b_2 | 90° | — | — | — |
| | θ_2^0 | $\lambda_1(\theta_2^0)$ | $v_1(\theta_2^0)$ | $\alpha_1(\theta_2^0)$ | $\lambda_2(\theta_2^0)$ | $v_2(\theta_2^0)$ | $\alpha_2(\theta_2^0)$ |
| $\lambda = \lambda_2$ | 0 | a_1^{-1} | a_1 | 0° | b^{-1} | b | 0° |
| | $\theta_3^0 = a^{-1}$ | 0 | a | 90° | — | — | — |
| | θ_2^0 | $\lambda_1(\theta_2^0)$ | $v_2(\theta_2^0)$ | $\alpha_1(\theta_2^0)$ | $\lambda_2(\theta_2^0)$ | $v_2(\theta_2^0)$ | $\alpha_2(\theta_2^0)$ |
| $\lambda_2 < \lambda < \lambda_3$ | 0 | a_2^{-1} | a_2 | 0° | b^{-1} | b | 0° |
| | $\theta_3^0 = b_1^{-1}$ | 0 | b_2 | 90° | — | — | — |
| | $\theta_4^0 = a^{-1}$ | 0 | a | 90° | — | — | — |
| | θ_2^0 | $\lambda_2(\theta_2^0)$ | $v_1(\theta_2^0)$ | $\alpha_1(\theta_2^0)$ | $\lambda_2(\theta_2^0)$ | $v_2(\theta_2^0)$ | $\alpha_2(\theta_2^0)$ |
| $\lambda = \lambda_3$ | 0 | a_2^{-1} | a_2 | 0° | b^{-1} | b | 0° |
| | $\theta_3^0 = b_1^{-1}$ | 0 | b_1 | 90° | — | — | — |
| | $\theta_4^0 = a^{-1}$ | a^{-1} | a | 90° | a^{-1} | a | 90° |
| $\lambda_3 < \lambda < +\infty$ | 0 | a_1^{-1} | a_1 | 0° | b^{-1} | b | 0° |
| | $\theta_2 = b_1^{-1}$ | 0 | b_1 | 90° | — | — | — |
| | $\theta_4^0 = a^{-1}$ | — | — | — | a^{-1} | a | 90° |
| $\lambda = +\infty$ | 0 | 0 | $+\infty$ | любой | b^{-1} | b | 0° |
| | θ_3^0 | — | — | — | a^{-1} | a | 90° |

$$R_1' > 0, \quad R_2' < 0, \quad R_1(0) = \frac{2Nb^2}{K_2} > 0, \quad R_2(0) = -N \left(1 + \frac{S(\theta)}{VQ} \right) < 0$$

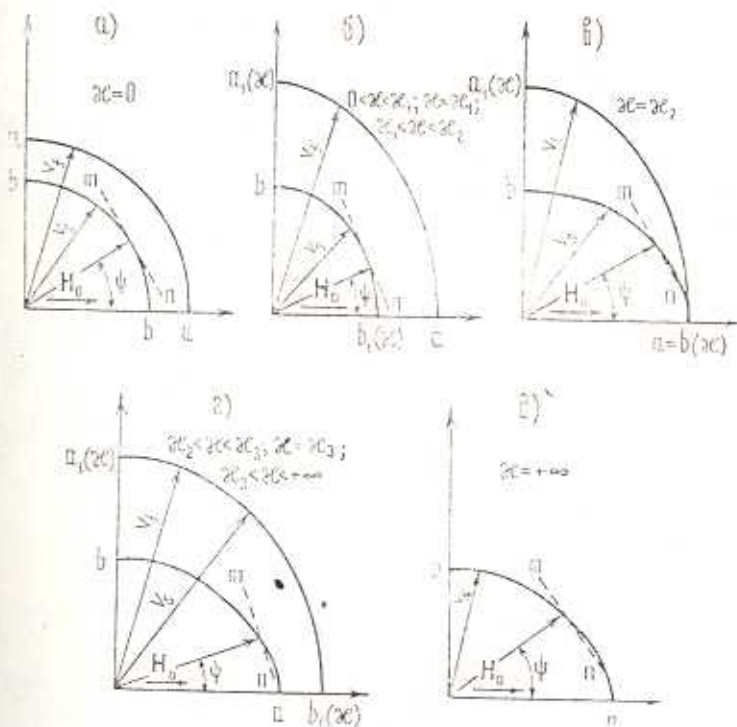
Следовательно, $R_1 > 0$ на отрезке $[0, \theta_1^0]$ и $R_2 < 0$ на отрезке $[0, \theta_2^0]$. Тогда, согласно (3.30), имеем $v_1' < 0$, $v_2' > 0$ и поэтому v_1 монотонно убывает от a_1 до a , v_2 монотонно возрастает от b до b_1 (табл. 3).

Так как на участках (3.28)

$$\begin{aligned} \max v_1 = v_1(0) = a_1, & \quad \min v_1 = v_1(\theta_1^0) = a \\ \max v_2 = v_2(\theta_2^0) = b_1, & \quad \min v_2 = v_2(0) = b \end{aligned} \quad (3.34)$$

то $v_1(x) > v_2(x)$, $0 \leq x \leq 90^\circ$.

Таким образом, в случае $0 < x < x_1$ волна первого типа быстрая ($v_1 = v_p$), волна 2-го типа — медленная ($v_2 = v_s$).



Фиг. 3.

На фиг. 3(б) изображены кривые изменения скоростей быстрых и медленных магнитоупругих волн в зависимости от направления движения (на фиг. 3 показан только один квадрант, остальные три получают­ся отражением относительно осей координат; линия ml , перпендикулярная радиусу-вектору (c_r или c_s), дает положение плоского разрыва, который перемещается в направлении, определяемом углом ψ , через единицу времени после прохождения им начала координат).

Случай 4. $x_1 < x < x_2$. Согласно табл. 2, функция λ_1 вещественна в интервалах

$$0 < \theta \leq \theta_1^0 \quad \text{и} \quad \theta_3^0 \leq \theta \leq \theta_2^0 \quad (3.35)$$

функция λ_2 вещественна в интервале

$$0 \leq \theta \leq \theta_2^0 \quad (3.36)$$

В силу (3.15) и табл. 3, изменениям θ в промежутках (3.35) и (3.36) соответствуют направления распространения волны

$$0 \leq \alpha_1 \leq 90^\circ \quad \text{и} \quad 90^\circ \geq \alpha_1 > \alpha_1(\theta_1^0) > 0^\circ \quad (3.37)$$

$$0 < \alpha_2 < \alpha_2(\theta_2^0) < 90^\circ \quad (3.38)$$

Из (3.27), (3.37)–(3.38) следует, что в каждом направлении из промежутка $0 < \alpha < \alpha(\theta_1^0) < 90^\circ$ распространяются волны обоих типов, а в каждом направлении из промежутка $\alpha(\theta_2^0) \leq \alpha < 90^\circ$ распространяются лишь волны 1-го типа.

Изучим характер изменения скоростей магнитоупругих волн обоих типов в зависимости от направления движения в пределах (3.37) и (3.38), соответственно.

Все рассуждения, приведенные при рассмотрении промежутков $0 \leq \theta \leq \theta_1^0$ и $0 \leq \theta \leq \theta_2^0$ в случае 2, остаются справедливыми и в этом случае, то есть $v_1' < 0$, $v_2' > 0$.

Следовательно, согласно табл. 3 и (3.27), вытекает, что v_1 монотонно убывает от a_1 до a , а v_2 монотонно возрастает от b до $v_2(\theta_2^0)$.

Далее, на промежутке $\theta_3^0 \leq \theta \leq \theta_2^0$, согласно (3.31), $R_1 > 0$, причем $R_1(\theta_3^0) = 2a_1^2 b^2 \Lambda^2 (\theta_3^0)^2 > 0$, поэтому в силу (3.30) $v_1' < 0$, то есть v_1 монотонно убывает от значения b_1 до $b < v_1(\theta_2^0) = v_2(\theta_2^0) = \sqrt{a_1 b} < b_1$.

На основании приведенных рассуждений имеем

$$\text{при } 0 \leq \theta \leq \theta_1^0 \quad \max v_1 = v_1(0) = a; \quad \min v_1 = v_1(\theta_1^0) = a$$

$$\text{при } \theta_3^0 \leq \theta \leq \theta_2^0 \quad \max v_1 = v_1(\theta_3^0) = b_1; \quad \min v_1 = v_1(\theta_2^0) = \sqrt{a_1 b}$$

$$\text{при } 0 \leq \theta \leq \theta_2^0 \quad \max v_2 = v_2(\theta_2^0) = \sqrt{a_1 b}; \quad \min v_2 = v_2(0) = b$$

Следовательно, в случае $\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$ магнитоупругие волны 1-го и 2-го типов следует разделить на быстрые (v_f) и медленные (v_s) следующим образом:

$$v_f = v_1 \quad \text{при} \quad 0 \leq \theta \leq \theta_1^0, \quad (0 \leq \alpha_1(\theta) \leq 90^\circ)$$

$$v_s = \begin{cases} v_2 & \text{при } 0 \leq \theta \leq \theta_2^0, & (0 \leq \alpha_2(\theta) \leq \alpha_2(\theta_2^0)) \\ v_1 & \text{при } \theta_3^0 \leq \theta \leq \theta_2^0, & (\alpha_2(\theta_2^0) = \alpha_1(\theta_2^0) \leq \alpha_1(\theta) \leq 90^\circ) \end{cases}$$

Таким образом, в случае 4 быстрые волны даются формулами (3.14) (или (3.6)) со значением v_1 (или λ_1) в первом интервале (3.35), а медленные волны — формулами (3.14) (или (3.6)) со значением v_1 (или λ_1)

во втором интервале (3.35) и со значением v_2 (или λ_2) в интервале (3.36).

На фиг. 3(б) приведен график поляры скоростей быстрых и медленных магнитоупругих волн в зависимости от направления движения при $x_1 < x < x_2$.

Теперь рассмотрим другие случаи.

Когда $x \rightarrow 0$, магнитоупругие волны, соответствующие случаю $0 < x < x_1$, переходят в обычные упругие волны, причем быстрая волна переходит в продольную (со скоростью a), медленная — в поперечную (со скоростью b). График поляры приведен на фиг. 3(а).

Случай 3 ($x = x_1$) является переходным между случаями 2 и 4. Здесь, как и в случае 2, волны 1-ого типа являются быстрыми, а волны 2-ого типа медленными. Причем для медленной волны, распространяющейся вдоль оси x , вследствие $\theta = \theta_3^0 = \theta_2^0 = \theta_1^0$ значения ν_1 и ν_2 равны.

Когда $x \rightarrow x_2$, магнитоупругие волны, соответствующие случаю 4, переходят в волны, соответствующие волнам случая 5. При этом $b_1 \rightarrow a$, то есть в направлении оси x быстрые и медленные волны имеют одинаковую скорость a , равную скорости чистоупругих продольных волн (фиг. 3(а)). Это случай конической рефракции.

Случай 6 аналогичен случаю 4 в том смысле, что разделение магнитоупругих волн на быстрые и медленные происходит одинаковым образом.

Заметим, что при $x < x_2$ в направлении оси x (параллельно \mathbf{H}_0) медленные волны распространяются со скоростью $v_2 = b_1(x)$, которая возрастает от значения b до a при изменении x от 0 до x_2 , а в дальнейшем, то есть при $x > x_2$, медленные волны распространяются с постоянной скоростью $v_2(x) \equiv a = \text{const}$. Для быстрых волн картина их распространения противоположна: пока $x \leq x_2$ они распространяются с постоянной скоростью $v_1(x) \equiv a = \text{const}$, а когда $x > x_2$ — со скоростью $v_1 = b_1(x) > a$, которая возрастает от значения a до $+\infty$.

Отсюда следует, что быстрые волны, распространяющиеся в направлении внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 , при $x < x_2$ представляют собой продольные волны, а медленные — поперечные; если же $x > x_2$, то наоборот.

Отсюда следует также, что при $x \leq x_2$ продольные волны в направлении \mathbf{H}_0 распространяются быстрее, чем поперечные, в случае же $x > x_2$ поперечные волны распространяются быстрее продольных волн.

Это обстоятельство объясняется тем, что при переходе x через x_2 расположение точек $\theta_1^0(x)$ и $\theta_2^0(x)$ на оси θ меняется на противоположное.

Такую же аналогию можно провести и между случаями 8 и 2. Графики поляры случаев 6 и 8 приведены на фиг. 3(г).

Случаи 7 и 9 можно получить из 8, когда $x \rightarrow x_3$ и $x \rightarrow +\infty$, соответственно, причем в случае 9 скорость быстрой магнитоупругой

волны по любому направлению стремится к бесконечности. На фиг. 3 (г, д) приведены графики поляра, соответствующие случаям 7 и 9.

В направлении, перпендикулярном \mathbf{H}_0 , во всех вышерассмотренных случаях быстрые волны представляют собой продольные, скорость которых $a_1(x)$ увеличивается с увеличением скорости Альфвена от 0 до $+\infty$ а медленные волны — поперечные, скорость которых постоянна и равна b .

Итак, магнитоупругие волны, распространяющиеся по направлениям внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 и перпендикулярно к нему, представляют собой чисто продольные и поперечные волны. В остальных направлениях векторы смещений обоих типов волн обладают составляющими как параллельными, так и перпендикулярными к направлениям распространения.

С увеличением величины внешнего магнитного поля от 0 до $+\infty$ скорость медленных магнитоупругих волн увеличивается от b до a , а скорость быстрых магнитоупругих волн от a до $+\infty$.

В случае, когда внешнее магнитное поле перпендикулярно к плоскости движения ($H_{01} = H_{02} = 0$), магнитоупругие волны описываются системой уравнений (1.7). Исследование системы (1.7) сводится к исследованию обычных уравнений Лямэ заменой $a^2 + x^2 = a_1$. Отсюда следует, что в этом случае магнитное поле влияет только на продольные волны, причем их скорость a_1 увеличивается с возрастанием интенсивности магнитного поля.

В пределе, когда $b \rightarrow 0$, при $x = 0$ характер распространения магнитоупругих волн такой же, как и в магнитогазодинамике [14], при этом в формулах (3.21) $x_1 \rightarrow 0$, $x \rightarrow a$, $x_2 \rightarrow -\infty$.

Отметим также, что в трехмерной задаче существуют вращательные волны (волны Альфвена), когда вектор перемещения параллелен поверхности фронта волны [12]. В плоской задаче эти волны отсутствуют.

Автор благодарит участников семинара «Электродинамика деформируемых сплошных сред» Института механики АН Арм. ССР, М. М. Минасяна и А. А. Хачатряна за обсуждение работы.

Институт механики
АН Армянской ССР

Поступила 24 XII 1973

2. Ե. ԳՆՆՈՅԱՆ

ԻՐԱՆԱԿԱՆ ՀԱՂՈՐԳԻԶ ԻՋՈՏՐՈՊ ՄԵՋԱՎԱՅՐԵՐՈՒԹՅԱՆ ԳՆՆԵԹԱՆԵՑՁԳԱԿԱՆ
ԱԻՔԵՆԵՐԻ ՏԱՐԱՅՄԱՆ ՀԱՐԹ ԽՆԳՐԻ ՎԵՐԱԵՐՅԱԼ

Ա Վ Փ Ն Փ Ն Ն Վ

Ամիրնոսի-Սարգիսի կոմպլեքս լուծումների մեթոդի հիման վրա դիտարկվում է առանցական պիքների տարածման խնդիրը մագնիսական դաշտի առկայությամբ իզոտրոպ անվերջ միջավայրում:

Ուսումնասիրվում են մագնիսաառաձգականության հարթ խնդրի ֆունկցիոնալ ինվարիանտ լուծումները, որոնցով նկարագրվում են Լրկու տիպի հարթ ալիքներ:

Բերվում է ալիքների տարածման արագությունների փոփոխության հետազոտումը կախված մագնիսական դաշտի մեծությունից և մագնիսական դաշտի ուղղությունից ու ալիքի նորմալի կազմած անկյունից:

Հետազոտության արդյունքում մագնիսաառաձգական ալիքները բաժանվում են արագի և դանդաղի: Կառուցվում են այդ ալիքների արագությունների գրաֆիկները:

ON THE PLANE PROBLEM OF PROPAGATION OF
MAGNETOELASTIC WAVES IN PERFECTLY
CONDUCTING ISOTROPIC MEDIA

Z. N. DANOYAN

S u m m a r y

The problem of propagation elastic waves in infinite isotropic media in the presence of a magnetic field is considered in terms of Smirnov—Sobolev's complex solutions method.

The functional—invariant solutions are examined as plane waves of two types in the plane problem of magnetoelasticity.

The variation in velocity of propagation of waves depending both on magnitude of the magnetic field and on angle between the direction of the magnetic field and the normal to the wave is investigated.

According to the results obtained the magnetoelastic waves are divided into fast and slow ones. The graphs of velocities of the waves are presented.

ЛИТЕРАТУРА

1. Франк Ф. и Мизес Р. Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики. 1937, т. 12.
2. Свекло В. А. Упругие колебания анизотропного тела, Уч. зап. ЛГУ, 1949, вып. 17.
3. Осипов И. О. Отражение и применение плоских упругих волн на границе двух анизотропных сред. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 5, 1961.
4. Осипов И. О. К методу функционально-инвариантных решений для задачи динамической теории упругости анизотропных сред. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 3, 1963.
5. Осипов И. О. К плоской задаче распространения упругих колебаний в анизотропной среде от точечного источника. ПММ, т. 33, вып. 3, 1969.
6. Кейлис-Борок В. И., Мониа А. С. Магнитоупругие волны и граница земного ядра. Изв. АН СССР, сер. геофиз., 1959, № 11.
7. Kallitsi S. The propagation of a non-linear loading wave in a magnetic field for a perfect conductor. Proc. Vibration Probl., 1960, № 5.

8. Косачевский Л. Я. Об отражении магнитозвуковых волн. ПММ, т. 26, вып. 5, 1962.
9. Багдасарян Г. Е., Давош З. Н. Распространение упругих волн в анизотропном полупространстве при наличии магнитного поля. Изв. АН Арм. ССР, Механика, т. 25, № 2, 1972.
10. Адибарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В. К трехмерной задаче магнитоупругих колебаний дластинки. ПММ, т. 35, вып. 2, 1971.
11. Селезов Н. Т. Распространение магнитоупругих волн напряжения от цилиндрической полости в проводящей среде. ПМТФ, 1969, № 2.
12. Bazer J. Geometrical magnetoelasticity. Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 1971, № 1.
13. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Изд. «Наука», т. 1, 1970.
14. Шерклэф Дж. Курс магнитной гидродинамики. Изд. «Мир», 1967.