

И. И. ПЕДАХОВСКИЙ, И. А. ЛИВШИН, В. А. АРТЕМОВ

УЧЕТ ИЗМЕНЯЕМОСТИ ДЕФОРМАТИВНЫХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛА И ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

При изучении напряженно-деформированного состояния конструкций, длительно находящихся под действием нагрузок, в некоторых случаях необходимо учитывать не только ползучесть материала, но и изменимость во времени его деформативных свойств. Наглядным примером является ставший привычным учет старения бетона и некоторых полимерных материалов, для чего Н. Х. Арутюняном была разработана [1] и многими его последователями [2], [3] и др. развита наследственная теория старения.

Однако, старение не единственный вид изменчивости деформативных свойств. Экспериментальные исследования показывают, что существенное влияние на свойства бетона и некоторых полимеров оказывают изменение температуры [4], [5], влажности [6], [7], уровня облученности [8] и т. п.

Необходимость развития расчетно-теоретического аппарата для учета этих видов изменчивости деформативных свойств материала очевидна.

Естественным является стремление использовать в качестве основы для такого аппарата имеющуюся, глубоко разработанную и хорошо известную специалистам наследственную теорию старения. Фактически, необходимо, несколько обобщив теорию, расширить границы ее применимости для того, чтобы она учитывала не только старение, но и другие возможные виды изменчивости свойств материала.

Такие, не всегда удачные, попытки предпринимались неоднократно. Их критический анализ был произведен А. Р. Ржанецким в работе [9], в которой также были указаны принципиально возможные пути решения этого вопроса.

В настоящей работе любой вид изменчивости деформативных свойств материала трактуется как *псевдостарение*.

Характер псевдостарения определяется деформативными свойствами материала и заданным законом изменения во времени фактора (температура, влажность, уровень облученности и т. п.), вызывающего изменение этих свойств.

Для учета псевдостарения предлагается достаточно универсальная операторная форма наследственного ядра физического уравнения теории ползучести Н. Х. Арутюняна.

Математические трудности, связанные с обращением интегральных операторов с невырожденным сложным ядром, преодолеваются использованием численных методов в матрично-операторной форме и ЭЦВМ.

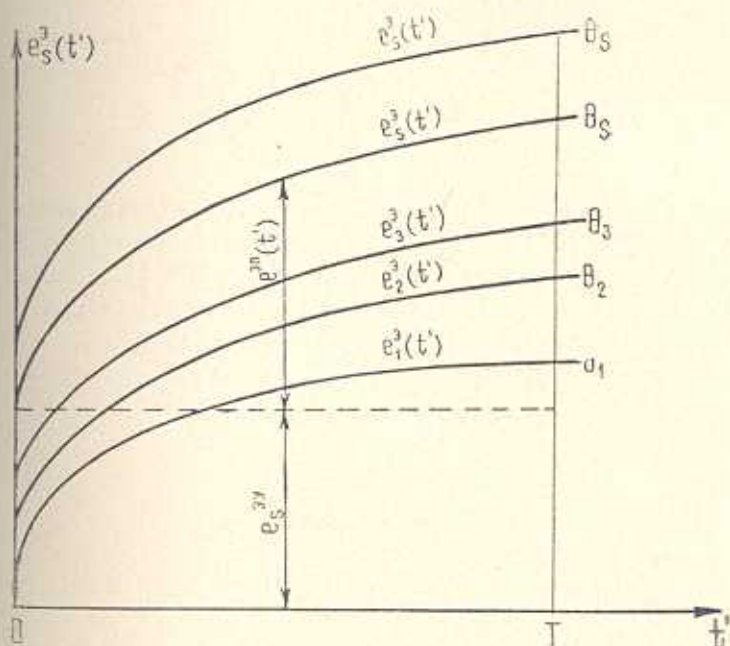
§ 1. Экспериментальные данные и их описание

Рассмотрим некоторый линейно деформирующийся нестареющий материал. Для простоты изложения предположим, что фактором, влияющим на его деформативные свойства, является нестационарная температура*).

Экспериментальную информацию об упругой и ползучей деформативности материала с учетом их изменяемости в зависимости от температуры легче всего получить проведя серию опытов на выявление простого последствия при постоянных во времени единичных напряжениях и фиксированных, но разных в каждом опыте, температурах.

Если температура $\theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_s < \dots < \theta_S$, то экспериментальные графики полных относительных деформаций $e_s^*(t')$ образца в этих условиях испытания качественно будут иметь вид такой, как кривые на фиг. 1, где t' — время, отсчитываемое от момента приложения к образцу напряжений, а T — продолжительность наблюдения.

Представим каждую из экспериментальных кривых в виде суммы упругой и ползучей составляющих относительных деформаций (фиг. 1).



Фиг. 1. Экспериментальные графики полных относительных деформаций при фиксированных температурах.

$$e_s^*(t') = e_s^{*u} + e_s^{*p}(t') \quad (s = 1, 2, \dots, S) \quad (1.1)$$

Проведя на отрезке $\theta_1 \leq \theta_s \leq \theta_S$ одномерную аппроксимацию S чисел e_s^{*u} и двумерную аппроксимацию S функций $e_s^{*p}(t')$ на прямо-

* Все рассуждения остаются справедливыми и для других, указывавшихся выше, факторов.

угольной области $0 \leq t' \leq T$, $\theta_1 \leq \theta_s \leq \theta_S$, получим аналитическое описание экспериментальной информации в виде:

$$e(t', \theta) = e^y(\theta) + e^n(t', \theta) \quad (1.2)$$

Применяемые в дальнейшем математические методы не накладывают ограничений на класс аппроксимирующих функций. Поэтому в практических расчетах авторы проводили аппроксимацию с требуемой точностью способом наименьших квадратов в базисе ортогональных полиномов Чебышева I рода [10].

§ 2. Гипотеза временных вкладов

Поставим следующую вспомогательную задачу. Рассмотрим образец из материала, деформативные свойства которого описываются известной (1.2) функцией $e(t', \theta)$. Предположим, что при $t' = 0$ образец, прогретый до температуры θ_1 , был загружен единичными продольными напряжениями $\varepsilon = 1 = \text{const}$, а при $t' = \Delta\varphi$ температура образца скачкообразно изменилась и стала равной θ_2 .

Если для описания температурного закона $\theta(t)$ ввести специальную систему координат $(0, t)$, называемую в дальнейшем «неподвижной», то

$$\theta_1(t) = \theta_1 + 1(t - \tau - \Delta\varphi)(\theta_2 - \theta_1) \quad (2.1)$$

где $1(t)$ — единичная функция Хевисайда.

Взаиморасположение всех указанных выше характерных моментов времени показано на фиг. 2, где τ — сдвигка «подвижной» системы координат $(0, t')$ относительно «неподвижной».

Неизвестную функцию полных относительных деформаций образца $D_1(t', \Delta\varphi)$ при одноступенчатом температурном законе (фиг. 2) так же, как в (1.1) и (1.2), будем представлять в виде суммы упругой и ползучей составляющих

$$D_1(t', \Delta\varphi) = D_1^y(t', \Delta\varphi) + D_1^n(t', \Delta\varphi) \quad (2.2)$$

Из соображений об обязательной вырождаемости при отсутствии ползучести решения задачи теории ползучести в решение соответствующей задачи теории упругости следует, что при любом законе изменения температуры образца, в частности, и при рассматриваемом

$$D_1^y(t', \Delta\varphi) = e^y[\theta_1(t' + \tau)] = e^y[\theta(t)] \quad (2.3)$$

Закон изменения ползучей составляющей деформаций $D_1^n(t', \Delta\varphi)$ нам известен только до температурного скачка. На этом начальном интервале (фиг. 2)

$$D_1^n(t', \Delta\varphi) = e^n(t', \theta_1) \quad (0 \leq t' < \Delta\varphi) \quad (2.4)$$

На базе имеющейся экспериментальной информации о деформативных свойствах материала при фиксированных температурах характер по-

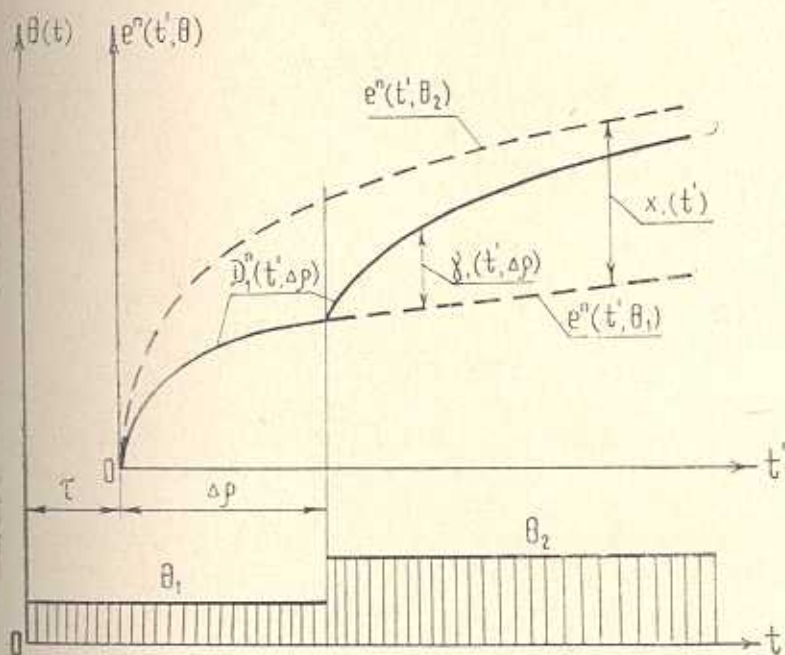
ведения кривой $D_1^n(t', \Delta\rho)$ при $t' \geq \Delta\rho$ может быть представлен только гипотетически.

Введем следующие обозначения (фиг. 2):

$$\chi_1(t') = e^n(t', \theta_2) - e^n(t', \theta_1) \quad (2.5)$$

$$\gamma_1(t', \Delta\rho) = D_1^n(t', \Delta\rho) - e^n(t', \theta_1) \quad (2.6)$$

где $\gamma_1(t', \Delta\rho)$ — приращение относительной продольной деформации, вызванное изменением ползучих деформативных свойств материала в связи со скачком температуры от θ_1 до θ_2 в момент времени $t' = \Delta\rho$.



Фиг. 2. Системы координат, закон изменения температуры, относительные деформации ползучести

По определению и исходя из фиг. 2 видно, что

$$\gamma_1(t', \Delta\rho) \leq \chi_1(t') \quad (0 \leq t', \Delta\rho \leq \infty) \quad (2.7)$$

Логически очевидными также являются следующие равенства:

$$\gamma_1(t', 0) = \chi_1(t') \quad (\Delta\rho = 0) \quad (2.8)$$

$$\gamma_1(t', t') = 0 \quad (\Delta\rho = t') \quad (2.9)$$

$$\gamma_1(t', \Delta\rho) = 0 \quad (\Delta\rho > t') \quad (2.10)$$

Таким образом, можно считать, что на отрезке $0 \leq \Delta\rho \leq t'$ функция $\gamma_1(t', \Delta\rho)$ определена своими значениями на границах (2.8), (2.9).

Линейная интерполяция внутри отрезка позволяет записать выражение этой функции в виде

$$\gamma_1(t', \Delta\varphi) = 1(t' - \Delta\varphi) \gamma_1(t') \frac{t' - \Delta\varphi}{t'} \quad (2.11)$$

удовлетворяющее всем условиям (2.7)—(2.10).

Подстановка (2.11) и (2.5) в (2.6) и учет (2.4) приводит к следующему выражению для $D_1^n(t', \Delta\varphi)$

$$D_1^n(t', \Delta\varphi) = e^n(t', \theta_1) - 1(t' - \Delta\varphi) [e^n(t', \theta_2) - e^n(t', \theta_1)] \frac{t' - \Delta\varphi}{t'} \quad (2.12)$$

или

$$D_1^n(t', \Delta\varphi) = [1 - \varphi(t', \Delta\varphi)] e^n(t', \theta_1) + \varphi(t', \Delta\varphi) e^n(t', \theta_2) \quad (2.13)$$

где

$$\varphi(t', \Delta\varphi) = 1(t' - \Delta\varphi) \frac{t' - \Delta\varphi}{t'} \quad (2.14)$$

Из (2.13) видно, что линейное относительно $\Delta\varphi$ представление на отрезке $0 < \Delta\varphi \leq t'$ функции $\gamma_1(t', \Delta\varphi)$ равносильно введению следующей гипотезы временных вкладов.

Деформация ползучести в момент времени t' , вызванная приложением постоянных единичных напряжений в момент времени $t' = 0$ при кусочно-постоянном законе изменения температуры от θ_1 до θ_2 , равна взвешенному среднему деформаций ползучести при фиксированных температурах θ_1 и θ_2 , весами которого являются продолжительности действия каждой температуры.

В рамках феноменологического подхода такая гипотеза, по нашему мнению, кажется достаточно логичной. Каков бы ни был тонкий и физически сложный процесс формирования деформаций ползучести после температурного скачка, несомненно, что каждое из двух температурных состояний вносит в накапливаемую к моменту времени t' деформацию свой вклад $[e^n(t', \theta_1)$ или $e^n(t', \theta_2)]$, зависящий от свойств материала. При этом фактическая «стоимость» этих вкладов определяется относительными продолжительностями каждого температурного состояния.

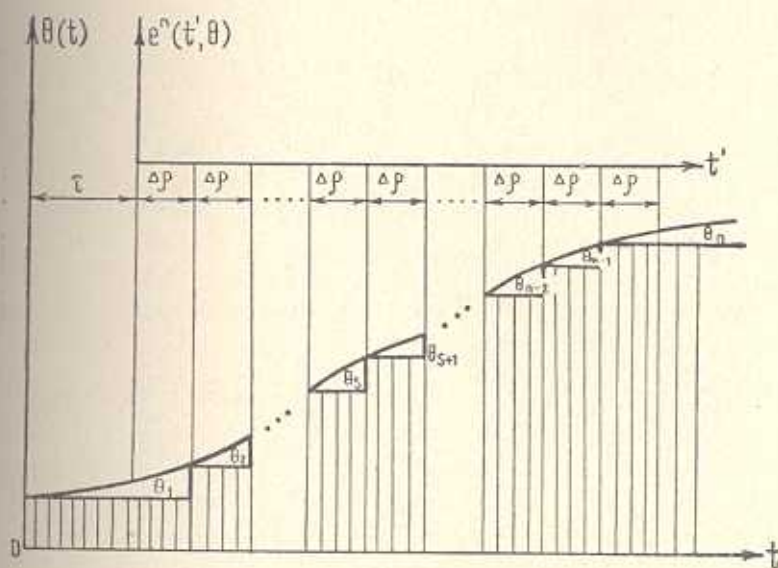
Необходимо отметить, что в (2.13) функция $\varphi(t', \Delta\varphi)$ не обязательно должна определяться выражением (2.14). В качестве $\varphi(t', \Delta\varphi)$ может быть использована любая функция, приводящая к выполнению условий (2.7)—(2.10), что, естественно, приведет к другой формулировке гипотезы.

§ 3. Функция полных относительных деформаций с учетом псевдостарения

Если предположить, что температура материала образца изменяется по кусочно-постоянному закону $\theta_n(t)$ с n равноотстоящими скачками

(фиг. 3), то на основании (2.12), (2.14) и (2.3) можно записать выражение для соответствующей функции полных относительных деформаций в виде

$$D_n(t', \Delta\rho) = e^\gamma[\theta_n(t)] + e^n(t', \theta_1) + \sum_{s=1}^n \varphi(t', s\Delta\rho)[e^n(t', \theta_{s+1}) - e^n(t', \theta_s)] \quad (3.1)$$



Фиг. 3. Произвольный закон изменения температуры и его кусочно-постоянная аппроксимация

Так как температурный закон $\theta_n(t)$ можно трактовать как кусочно-постоянную аппроксимацию некоторого произвольного температурного закона $\theta(t)$ (фиг. 3), то функцию полных относительных деформаций, соответствующих температуре материала образца $\theta(t)$, которую так же, как и в наследственной теории старения [1], будем обозначать символом $\delta(t, \tau)$, можно получить из выражения (3.1) путем следующего предельного перехода:

$$\delta(t, \tau) = \lim_{\substack{\Delta\rho \rightarrow 0 \\ n \rightarrow \infty}} D_n(t', \Delta\rho) \quad (3.2)$$

что дает

$$\delta(t, \tau) = e^\gamma[\theta(t)] + e^n[t', \theta(\tau)] + \int_0^{t'} \varphi(t', \rho) \frac{\partial e^n[t', \theta(\tau + \rho)]}{\partial \rho} d\rho \quad (3.3)$$

Записав правую часть выражения (3.3) только в «неподвижной» системе координат $(0, t)$ (фиг. 2, 3) и преобразовав ее путем однократного взятия интеграла по частям, получим окончательное выражение ядра

(в операторной форме) физического уравнения теории ползучести Н. Х. Арутюняна с учетом псевдостарения

$$\delta(t, \tau) = e^{\gamma} [\theta(t)] - \int_0^{t-\tau} \frac{\partial \varphi(t-\tau, \rho)}{\partial \rho} e^{\alpha} [t-\tau, \theta(\tau+\rho)] d\rho \quad (3.4)$$

Если считать справедливой гипотезу временных вкладов, то на основании (2.14)

$$\varphi(t-\tau, \rho) = 1(t-\tau-\rho) \frac{t-\tau-\rho}{t-\tau} \quad (3.5)$$

тогда, учитывая (3.5),

$$\delta(t, \tau) = e^{\gamma} [\theta(t)] + \frac{1}{t-\tau} \int_0^{t-\tau} e^{\alpha} [t-\tau, \theta(\tau+\rho)] d\rho \quad (3.6)$$

§ 4. Физическое уравнение наследственной теории ползучести с учетом псевдостарения

Для записи уравнения, связывающего переменные во времени деформации и напряжения с учетом ползучести и псевдостарения, вызванного изменением температуры материала, воспользуемся основным уравнением наследственной теории старения с учетом вынужденных деформаций $\varepsilon^0(t)$, [1]

$$\varepsilon(t) = \sigma(t) \delta(t, t) - \int_{\tau_1}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \delta(t, \tau) d\tau + \varepsilon^0(t) \quad (4.1)$$

здесь τ_1 — момент приложения напряжений.

Подставив (3.4) в (4.1), получим

$$\varepsilon(t) = e^{\gamma} [\theta(t)] \sigma(t) + \int_{\tau_1}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^{t-\tau} \frac{\partial \varphi(t-\tau, \rho)}{\partial \rho} e^{\alpha} [t-\tau, \theta(\tau+\rho)] d\rho d\tau + \alpha [\theta(t) - \theta(0)] \quad (4.2)$$

где α — коэффициент линейного расширения материала.

В канонической форме интегрального уравнения выражение (4.2) запишется следующим образом:

$$\sigma(t) + \int_{\tau_1}^t K(t, \tau) \sigma(\tau) d\tau = f(t) \quad (4.3)$$

где

$$K(t, \tau) = \frac{1}{e^{\gamma} [\theta(t)]} \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^{t-\tau} \frac{\partial \varphi(t-\tau, \rho)}{\partial \rho} e^{\alpha} [t-\tau, \theta(\tau+\rho)] d\rho \quad (4.4)$$

$$f(t) = \frac{\varepsilon(t) - \alpha[\theta(t) - \theta(0)]}{e^{\gamma[\theta(t)]}} \quad (4.5)$$

Если считать справедливой гипотезу временных вкладов, то, согласно (3.6),

$$K(t, \tau) = - \frac{1}{e^{\gamma[\theta(t)]}} \frac{\partial}{\partial \tau} \left\{ \frac{1}{t - \tau} \int_0^{t-\tau} e^{\alpha[\theta(\tau + \rho)]} d\rho \right\} \quad (4.6)$$

По всей вероятности, в настоящее время попытки аналитического решения интегрального уравнения (4.3) с ядром (4.4) или даже (4.6) при произвольной функции $\theta(t)$ достаточно бесперспективны. Поэтому практическое использование предлагаемого подхода может быть осуществлено только методами численного анализа.

Специально для решения задач линейной теории ползучести одним из авторов [12], [13] был разработан универсальный численный матрично-операторный метод, ориентированный на ЭЦВМ. Применение его к уравнению (4.2) позволяет записать прямую и обратную формы физического уравнения наследственной теории ползучести с учетом псевдостарения следующим образом:

$$[\varepsilon] = \|E\|^{-1} [\sigma] + \alpha([\theta] - \theta(0)[1]) \quad (4.7)$$

$$[\sigma] = \|E\|([\varepsilon] + \alpha\theta(0)[1] - \alpha[\theta]) \quad (4.8)$$

где, согласно [13], $[\varepsilon]$, $[\sigma]$, $[\theta]$ и $[1]$ m -мерные числовые векторы, состоящие из элементов $\varepsilon_i = \varepsilon(t_i)$, $\sigma_i = \sigma(t_i)$, $\theta_i = \theta(t_i)$ и 1 соответственно; $\|E\|$ — числовая, нижняя треугольная порядка $m \times m$ матрица, называемая „матричным модулем“. Способ ее вычисления по произвольной функции $\theta(t, \tau)$ подробно описан в [13].

§ 5. Релаксация напряжений при нестационарной температуре

Применим изложенный выше подход к решению задачи о релаксации напряжений в призматическом однородном стержне, температура которого изменяется по некоторому заданному закону $\theta(t)$.

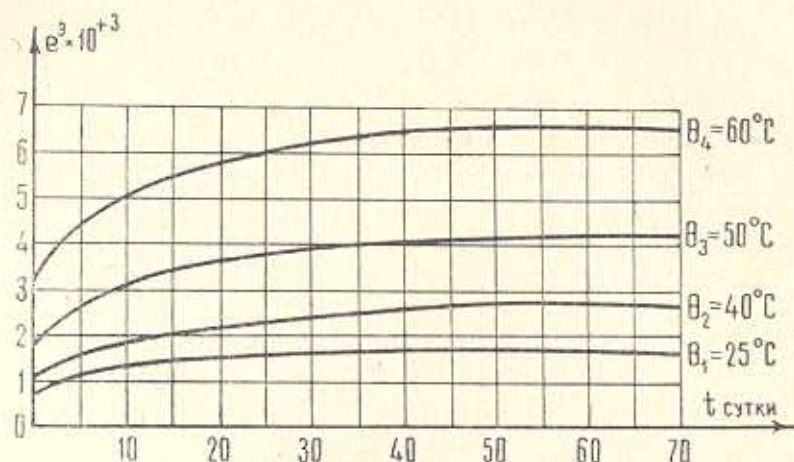
Стержень изготовлен из полиэтилена низкой плотности (ПНП), экспериментальные данные о деформативных свойствах которого при различных фиксированных температурах приведены в работе [5] и показаны на фиг. 4.

Применив для аппроксимации экспериментальных данных методику, кратко изложенную в первом параграфе, получим аналитическое описание экспериментальной информации

$$e^{\gamma(\theta)} = \sum_{n=0}^{N-1} A_n \Psi_n \left(\frac{2\theta - 85}{35} \right) \quad (5.1)$$

$$e^n(t', \theta) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{r=0}^{R-1} B_{nr} \Psi_n \left(\frac{2\theta - 85}{35} \right) \Psi_r \left(\frac{t' - 35}{35} \right) \quad (5.2)$$

где $\Psi_i(\xi)$ — полиномы Чебышева первого рода, ортогональные на отрезке $-1 = \xi = 1$ [10], [11].



Фиг. 4. Кривые ползучести полиэтилена низкой плотности при фиксированных температурах и напряжении $37,5 \text{ кг/см}^2$

Значения коэффициентов A_n , B_{nr} , вычисленные способом наименьших квадратов, приведены в табл. 1. При этом N и R выбраны в соответствии с точностью исходных экспериментальных данных, приведенной в [5].

Таблица 1
Значения коэффициентов в формулах (5.1), (5.2)

Коэффициенты $\text{см}^2/\text{кг}$	n		0	1	2	3
	r					
$B_{nr} \cdot 10^7$	0		578,184	370,464	99,208	2,469
	1		290,201	185,593	18,328	-4,181
	2		-139,815	-89,530	-35,155	-8,342
	3		60,927	43,037	7,013	-18,012
	4		-32,987	-21,191	-6,185	8,934
	5		18,794	7,736	9,634	4,946
	6		-10,463	-1,271	-5,823	-6,763
	7		9,623	5,673	6,229	5,163
	8		-1,641	-0,937	-1,628	-1,731
	9		7,813	7,136	4,826	3,867
$A_n \cdot 10^7$			609,203	462,471	110,797	7,529

Считая справедливой гипотезу временных вкладов, запишем согласно (3.6), (5.1) и (5.2) выражение функции полных относительных деформаций

дий при ползучести с учетом температурного псевдостарения для данного ППП

$$\delta(t, \tau) = \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ A_n \Psi_n \left| \frac{2\theta(t) - 85}{35} \right| + \frac{1}{t - \tau} \sum_{r=0}^{R-1} B_{nr} \Psi_r \left(\frac{t - \tau - 35}{35} \right) \int_0^{t-\tau} \Psi_n \left| \frac{2\theta(\tau + \rho) - 85}{35} \right| d\rho \right\} \quad (5.3)$$

Это выражение справедливо при

$$\begin{aligned} 25^\circ \leq \theta(t) \leq 60^\circ \\ 0 \leq t - \tau \leq 70 \text{ сут} \end{aligned} \quad (5.4)$$

то есть в области изменения параметров при получении экспериментальных данных (фиг. 4).

Рассмотрим следующие шесть температурных законов:

$$\begin{aligned} \text{а) } \theta(t) = 25 & \qquad \qquad \qquad \text{г) } \theta(t) = 60 - 0.5t \\ \text{б) } \theta(t) = 25 + 1(t - 10.316) \cdot 35 & \quad \text{д) } \theta(t) = 25 + 35 \sin \frac{\pi t}{70} \\ \text{в) } \theta(t) = 25 + 0.5t & \qquad \qquad \qquad \text{е) } \theta(t) = 60 - 35 \sin \frac{\pi t}{70} \end{aligned} \quad (5.5)$$

укладывающихся в область (5.4).

Серии кривых полных относительных деформаций, соответствующие температурным законам (5.5), полученные табулированием функции $\delta(t, \tau)$ (5.3) при фиксированных τ , показаны на фиг. 5, а-е.

При варианте «а» температурного закона (стационарная температура), как и следовало ожидать, псевдостарение не проявляется. Кривые, показанные на фиг. 5, а, типичны для нестарееющего материала. Все остальные кривые (фиг. 5, б-е) наглядно показывают существенную роль температурного псевдостарения и его необратимый характер.

Задача о релаксации напряжений в стержне при матричной формулировке физического уравнения решается непосредственно по выражению (4.8), в котором вектор $[\varepsilon]$ должен быть заменен на $\varepsilon_0 [1]$. Тогда

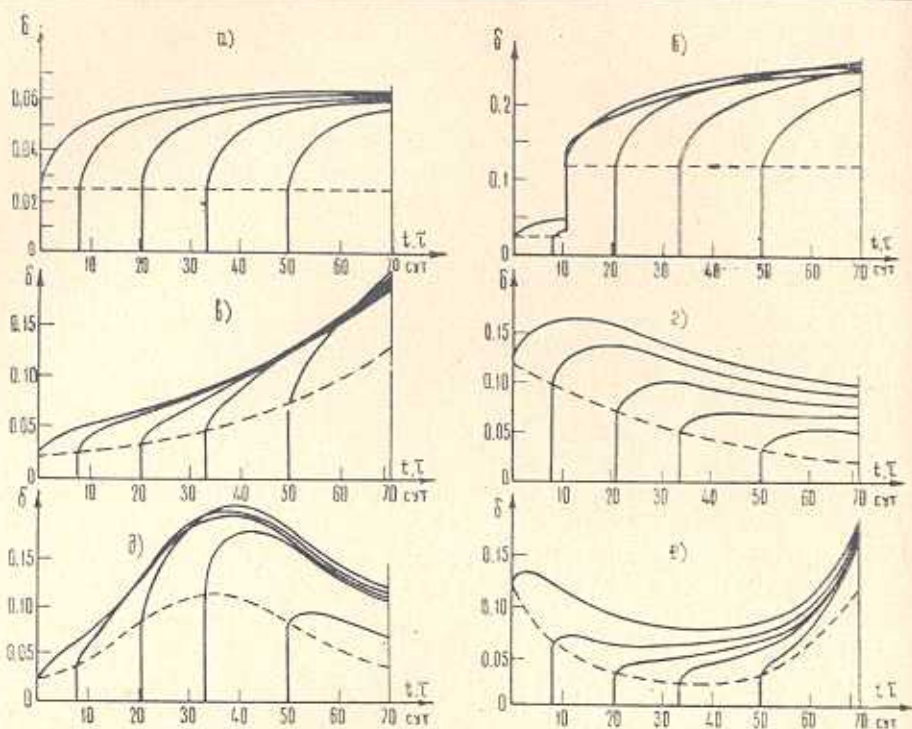
$$[\sigma] = \|E\| \{ (\varepsilon_0 + \alpha \theta(0)) [1] - \alpha [\theta] \} \quad (5.6)$$

где ε_0 — постоянная во времени вынужденная относительная деформация, приложенная при $t=0$.

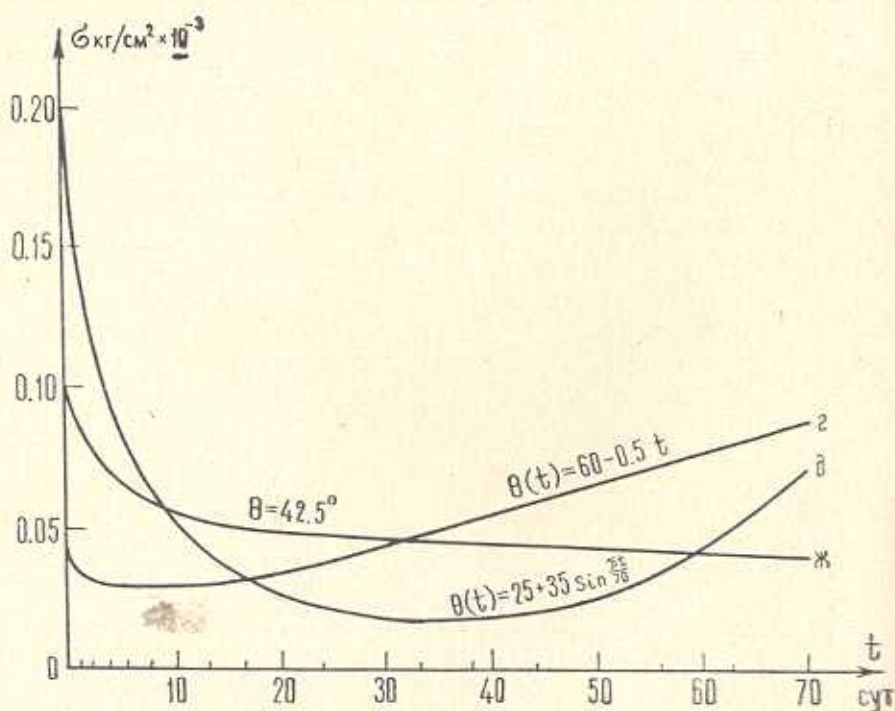
Наличие известного (5.3) выражения $\delta(t, \tau)$ позволяет [13] для любого заданного температурного закона вычислить матричный модуль $\|E\|$ и реализовать формулу (5.6).

Полученные результаты* — кривые релаксации напряжений $\sigma_r(t)$, $\sigma_d(t)$ в стержне при вариантах „г“ и „д“ температурных законов его

*При вычислениях согласно (5.6) принято: $\alpha = 5.5 \cdot 10^{-6}$ см/град и $\varepsilon_0 = 0.005$. Счет выполнялся на ЭЦВМ „Раздан-2“ и „Наури“.



Фиг. 5. Функции полных относительных деформаций ползучести с учетом псевдостарения $\delta(t, \tau) \cdot 10^{-3}$ [см²/кг] при различных законах изменения температуры (5.5)



Фиг. 6. Кривые релаксации напряжений при постоянной и переменных температурах

материала приведены на фиг. 6. Там же показана кривая релаксации напряжений $\sigma_{\infty}(t)$ при средней стационарной температуре $\theta(t) = 42.5 = \text{const}$.

Сопоставление кривых $\sigma_r(t)$ и $\sigma_A(t)$ с $\sigma_{\infty}(t)$ наглядно показывает существенное влияние на напряжения нестационарности температуры материала, являющейся причиной псевдостарения.

Одесский технологический институт

им. М. В. Ломоносова

Поступила 10 II 1971

Ի. Ի. ՊԵԴԱԿՈՎՍԿԻ, Ի. Ա. ԼԻՎՇԻՆ, Վ. Ա. ԱՐԵՄՈՎ

ՆՅՈՒԹԻ ԴԵՖՈՐՄԱՑԻՈՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ
ՀԱՇՎԱԹՈՒՄԸ ԵՎ ՍՈՂՔԻ ՏԵՄՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ա մ փ ո փ ո ս մ

Առաջարկվում է ծերացման ժառանգականության ֆիզիկական հավասարման կորիզի համար օպերատորային ձև, որը հաշվի է առնում նյութի դեֆորմացիոն հատկությունների փոփոխականությունը անկախ ջերմաստիճանի, խոնավության և այլ գործոնների ազդեցության տակ:

Բերված են անկախ ջերմաստիճանի պայմաններում լարումների թուլացման խնդրի լուծման օրինակներ:

THE ANALYSIS OF VARIABILITY OF MATERIAL DEFORMATION PROPERTIES AND N. Ch. ARUTIUNIAN'S THEORY OF CREEP

I. I. PEDAHOVSKY, I. A. LIVSHIN, V. A. ARTEMOV

S u m m a r y

The authors suggest an operator form for the kernel of the physical equation in the hereditary theory of ageing, taking into account the variability of material deformation properties at transient temperature, humidity, etc.

Some examples of solving the problem on stress relaxation at transient temperatures are presented.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Арutyунян Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести. ГИТТЛ, М.-Л., 1952.
2. Гвоздев А. А. Ползучесть бетона и пути ее исследования. Сб. „Исследования прочности, пластичности и ползучести строительных материалов“. ЦНИИПС, Госстройиздат, 1955.

3. Каралетян К. С. Влияние старения бетона на зависимости между напряжениями и деформациями ползучести. Изв. АН Арм.ССР, Механика, т. XII, 4, 1959.
4. Фарбер С. Г., Фолин С. А. Экспериментальные исследования влияния температуры на деформативные свойства бетона под действием нагрузки. Сб. "Прочность и деформативность железобетонных конструкций", Харьков, 1969.
5. Путанс А. В., Уржумцев Ю. С. Термоползучесть полиэтилена при циклических температурных воздействиях. Механика полимеров, 4, 1967.
6. Александровский С. В. Расчет бетонных и железобетонных конструкций на температурные и влажностные воздействия (с учетом ползучести). Стройиздат, М., 1966.
7. Романенков И. Г., Мачавариани Э. П. О статистической обработке результатов влажностно-температурных испытаний стеклонластиков. Механика полимеров, 5, 1965.
8. Бовей Ф. Действие ионизирующих излучений на природные и синтетические полимеры. Изд. ИЛ., М., 1959.
9. Ржаницын А. Р. Учет влажности и температуры в задачах ползучести. Исследования по механике и прикладной математике. МФТИ, I, 1958.
10. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. Изд. "Наука", М., 1968.
11. Хемминг Р. В. Численные методы. Изд. "Наука", М., 1968.
12. Педаговский И. И. Дискретно-континуальный метод в линейной теории упруго-ползучего тела. Сб. "Применение электронных вычислительных машин в строительной механике". Изд. "Наукова думка", Киев, 1968.
13. Илиев К. Н., Педаговский И. И. Матричная зависимость между напряжениями и деформациями в задачах линейной теории ползучести. Прикл. механ., т. 5, 11, 1969.