

Ю. М. ПОЧТМАН, Я. Ю. ГОДЕС

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН С СОТОВЫМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ ПРИ ОСЕВОМ СЖАТИИ МЕТОДОМ СЛУЧАЙНОГО ПОИСКА

1. Весьма актуальным при расчете трехслойных конструкций является выбор оптимальных (с точки зрения весовой отдачи) параметров внешних слоев и заполнителя, обеспечивающих при заданных внешних нагрузках прочность и устойчивость этих конструкций. Вопросы оптимизации трехслойных пластин с сотовым заполнителем при сжатии рассматривались в работе [1], где исследование проводилось на основе решения способом последовательных приближений соответствующей задачи прямого проектирования. Такой подход к решению этой сложной проблемы, несмотря на его определенный практический интерес, все же имеет ограниченную сферу применения и не позволяет полностью вскрыть все резервы оптимизации. Более естественным представляется подход к синтезу оптимальных конструкций на основе использования современных методов математического программирования, позволяющих создать четкий вычислительный алгоритм для решения указанной задачи, которая в общем виде может быть представлена следующим образом: найти

$$\text{extr } \Phi(X_n), \quad n = 1, 2, \dots, N$$

при условиях, что

$$L_m(X_n) \leq A_m(X_n) \leq U_m(X_n), \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

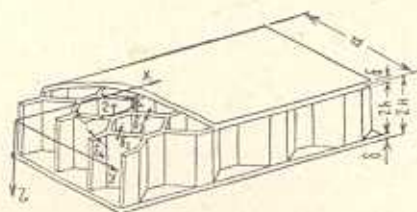
$$X_n^L \leq X_n \leq X_n^U$$

где Φ — функция цели (в частности, минимум веса), X_n — вектор варьируемых параметров конструкции, N — число этих параметров, $A(X_n)$ — ограничения на поведение конструкции (например, по прочности, устойчивости и т. д.), M — число этих ограничений, $L(X_n)$ и $U(X_n)$ — соответственно, нижняя и верхняя границы поведения, а X_n^L и X_n^U — нижняя и верхняя границы варьируемых параметров.

В данной работе задача выбора оптимальных параметров для трехслойных пластин с сотовым заполнителем при осевом сжатии ставится как задача нелинейного программирования, а ее решение на ЭЦВМ выполняется методом случайного поиска [2], который уже применялся в [3—5] для оптимального проектирования цилиндрических оболочек и ребристых пла-

сти. Кроме того, здесь (в отличие от [1]) учитывается наличие начальных технологических несовершенств пластин — волнистости внешних слоев. Как показали исследования, учет этого фактора оказывает весьма существенное влияние на величины оптимизируемых параметров.

2. Рассмотрим пластину бесконечной ширины с сотовым заполнителем, равномерно сжатую вдоль оси x (фиг. 1). Внешние слои пластины одинаковы, а ячейки имеют форму правильных шестиугольников при $\delta_4 = 2\delta_3$. Величина продольной сжимающей нагрузки на единицу ширины пластины T , материал пластины и сот, а также ширина пластины a известны. Требуется найти такие значения параметров пластины (толщины внешних слоев и заполнителя и размеров сот), чтобы при заданной внешней нагрузке пластина имела минимальный вес и одновременно выполнялись условия прочности и устойчивости, то есть нужно найти минимум функции, представляющей собой вес пластины с заполнителем на единицу площади [1]



Фиг. 1.

$$Q^* = 2\bar{\gamma} + \frac{16}{3\sqrt{3}} \frac{\delta_3}{r} \gamma_3 h \quad (2)$$

где $\bar{\gamma}$ и γ_3 — удельные веса материала внешних слоев и сот, при следующих ограничениях: а) по критической нагрузке общей устойчивости внешних слоев; б) по критическим нагрузкам местной устойчивости внешних слоев, при внутрисотовом изгибе донышек сот (первая форма потери устойчивости) и искривлении внешних слоев, как пластин на упругом основании с образованием волн в форме цилиндрических поверхностей с образующими, перпендикулярными направлению сжимающих усилий (вторая форма потери устойчивости); в) по условиям прочности элементов сот и их соединения с внешними слоями.

Введем относительные величины

$$x_1 = \frac{\delta}{2(h + \delta)}, \quad x_2 = \frac{2(h + \delta)}{a}, \quad x_3 = \frac{\delta_3}{r}, \quad x_4 = \frac{2h}{r} \quad (3)$$

и обозначения

$$a_1 = \frac{16}{3\sqrt{3}} \frac{1}{2} \frac{\gamma_3}{\gamma}, \quad a_2 = 1 - \mu, \quad a_3 = \frac{1}{3 - 4\mu}$$

$$a_4 = \sqrt{\frac{96(1-\mu)}{(3-4\mu)\bar{E}_{np}}}, \quad a_5 = 0.5 \cdot 2.01 \sqrt[3]{\bar{E}_{np} E_3 G_3}, \quad a_6 = 0.5 \cdot 1.44 \sqrt{\bar{E}_{np} E_3}$$

$$a_7 = \sqrt{\frac{69.8}{24} \bar{E}_{np}}, \quad a_8 = 0.504 \sqrt[3]{\frac{\bar{E}_{np} E_3}{G_3^2}}, \quad a_9 = 0.727 G_3 \quad (4)$$

в которых E_3, G_3 — модуль упругости и модуль сдвига материала сот, $\bar{E}_{np} = \frac{\bar{E}}{1-\mu^2}$ — приведенный модуль упругости материала внешних слоев, μ — коэффициент Пуассона заполнителя. Тогда функция цели (2) примет вид

$$Q = \frac{Q^*}{\alpha_1} = 2x_1 x_2 + a_1 x_2 x_3 (1 - 2x_1) \quad (5)$$

а критические напряжения общей устойчивости, в предположении идеализированной упругой работы [1], могут быть представлены зависимостью

$$\bar{\sigma}_{e0} = \frac{\pi^2}{4} \bar{E}_{np} x_2^2 (1 - x_1^2) m_t \quad (6)$$

Безразмерный критический параметр m_t для бесконечно широкой пластины при шарнирном опирании кромок находится по формуле

$$m_t = \frac{1}{1+k} \quad (7)$$

где $k = \frac{\pi^2}{2} \frac{\bar{E}_{np}}{G} x_1 x_2^2 (1 - 2x_1)$ — параметр сдвига, а $G \approx a_9 x_3$ — приведенный модуль сдвига заполнителя.

Для пластин конечных размеров и при других условиях опирания кромок необходимо брать соответствующие выражения параметра m_t .

Действительные критические напряжения во внешних слоях с учетом работы пластины за пределом пропорциональности

$$\bar{\sigma}_k = \begin{cases} 0.9 \bar{\sigma}_e & , \text{ при } \bar{\sigma}_e \leq \bar{\sigma}_{nu} \\ 0.9 \left[\bar{\sigma}_{nu} + (\bar{\sigma}_e - \bar{\sigma}_{nu}) \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_{nu}}{\bar{\sigma}_e} \right) \right] & , \text{ при } \bar{\sigma}_e > \bar{\sigma}_{nu} \end{cases} \quad (8)$$

где $\bar{\sigma}_e$ и $\bar{\sigma}_{nu}$ — предел прочности и предел пропорциональности материала внешних слоев, а нормальные напряжения во внешних слоях пластины

$$\bar{\sigma} = \frac{T}{2\delta} = \frac{T}{2\alpha x_1 x_2} \quad (9)$$

Тогда условие обеспечения общей устойчивости пластины запишется в виде

$$\bar{\sigma} \leq \eta \bar{\sigma}_{k0} \quad (10a)$$

где η — запас прочности (устойчивости), в дальнейшем принимается $\eta = 1$; $\bar{\sigma}_{k0}$ — действительные критические напряжения, соответствующие $\bar{\sigma}_{k0}$. Критические напряжения при первой форме местной потери устойчивости могут быть представлены в виде

$$\sigma_{k1} = a_1^2 \frac{x_1^2}{(1 - 2x_1)^2} x_4^2 \quad (11)$$

а при второй форме местной потери устойчивости, принимая, что $x_4 \geq 3.33$

$$\sigma_{k2} = \begin{cases} a_2 \sqrt[3]{x_3^2} & \text{при } t_1 > t_2 \\ a_0 \sqrt{\frac{x_2}{t_1}} & \text{при } t_1 < t_2 \end{cases} \quad (12)$$

где $t_1 = 0.5/(x_1 - 1)$, $t_2 = a_0/\sqrt[3]{x_3}$.

Действительные критические напряжения затем пересчитываются согласно (8): σ_{k1} — напряжения, соответствующие σ_{k1} ; σ_{k2} — напряжения, соответствующие σ_{k2} и, следовательно, должны выполняться условия

$$\bar{\sigma} \leq \bar{\sigma}_{k1} \quad (10б)$$

$$\bar{\sigma} \leq \bar{\sigma}_{k2} \quad (10в)$$

Приведенные напряжения в пластинке 3 сотового заполнителя, пренебрегая напряжениями в склейке, находятся по формуле

$$\sigma_{np3} = \frac{0.86}{x_2} \sqrt{\sigma_{sc}^2 + 4(\tau_c + \tau_{sc})^2} \quad (13)$$

Здесь $\tau_c = \pi \frac{T}{a} \frac{k_1 \bar{w}_{н.к.}}{x_2(1-x_1)} = \frac{2\pi\sigma x_1 k_1 \bar{w}_{н.к.}}{1-x_1}$ — касательные напряжения вследствие начального искривления (кососимметричного прогиба) пластины; $\bar{w}_{н.к.} = \frac{w_{н.к.}}{a}$ — величина начального относительного прогиба, а

$$k_1 = \begin{cases} 1/(1 - \bar{\sigma}/\bar{\sigma}_0) & \text{при } \bar{\sigma} \leq \frac{7}{9} \bar{\sigma}_{k0} \\ 4.5 & \text{при } \frac{7}{9} \bar{\sigma}_{k0} < \bar{\sigma} \leq \bar{\sigma}_{k0} \end{cases}$$

Напряжения от начальной симметричной волнистости во внешних слоях

$$\begin{aligned}\sigma_{ze} &= \varphi G a_3 [2a_2 (2 + \varphi) - \varphi] \frac{\bar{\sigma}_{k0}}{\sigma_{ke} - \sigma_{k0}} \bar{w}_{н.с.} \\ \tau_{zze} &= \varphi G a_3 [2a_2 (2 + \varphi) - 2] \frac{\bar{\sigma}_{k0}}{\sigma_{ke} - \sigma_{k0}} \bar{w}_{н.с.}\end{aligned}\quad (14)$$

где $\bar{\sigma}_{н.с.} = \frac{\varphi^2 \bar{E}_{np}}{12} + \frac{G}{\varphi} a_3 [a_2 (2 + \varphi)^2 - 2\varphi]$ — величина критических напряжений во внешнем слое при симметричной форме местной потери устойчивости и при длине волны выпучивания, совпадающей с длиной волны начальной волнистости этого слоя $w_{н.с.}$, $\bar{w}_{н.с.} = \frac{w_{н.с.}}{\delta}$ — относительная стрела симметричной погиби внешнего слоя пластины, $\varphi = a_4 \sqrt{\bar{G}}$ — параметр начальной волнистости, соответствующий наиболее неблагоприятному случаю.

Напряжения, подсчитанные согласно (13), сравниваются с допускаемыми напряжениями $[\sigma]$ материала пластин сот

$$\sigma_{np} \leq [\sigma] \quad (15)$$

если пластина 3 не теряет устойчивости, и

$$\sigma_{np} \leq \frac{1}{2} [\sigma] \quad (16)$$

при потере устойчивости этой пластиной.

Критические напряжения элементов сот определяются в предположении шарнирного опирания кромок. При упругой работе конструкции

$$\begin{aligned}\tau_e &\approx \left(4.85 + \frac{3.6}{x_4^2} \right) E_3 x_3^2 \\ \sigma_e^* &= \sqrt{3} \tau_e\end{aligned}\quad (17)$$

тогда действительные критические напряжения, с учетом реальной работы, определяются так:

$$\sigma_k^* = \begin{cases} 0.9 \sigma_e^* & \text{при } \sigma_e^* \leq \sigma_{нц} \\ 0.9 \left[\sigma_{нц} + (\sigma_e - \sigma_{нц}) \left(1 - \frac{\sigma_{нц}}{\sigma_e^*} \right) \right] & \text{при } \sigma_e^* > \sigma_{нц} \end{cases} \quad (18)$$

где σ_e , $\sigma_{нц}$ — предел прочности и предел пропорциональности материала сот. Прочность спайки (склейки) определяется из условий:

а) для пластины 3

$$S_{np_3} = 0.86 r \sqrt{\sigma_{ze}^2 + 4(\tau_e + \tau_{zze})^2} \leq [S] \quad (19)$$

б) для пластины 4

$$S_{np_4} = 2S_{np_3} \leq [S] \quad (20)$$

где $[S]$ — допускаемое значение усилия на единицу длины для данного вида соединения.

Таким образом, поставленная задача нелинейного программирования сводится к минимизации функции цели (5) при ограничениях на поведение конструкции (10а), (10б), (10в), (15) или (16), (19), (20) и является частным случаем общей задачи синтеза конструкции (1) для $n=4$ и $m=6$.

Следует отметить, что так как (5) не зависит от параметра x_4 , то условие (10б), вообще говоря, может не вводиться в число ограничений. Поскольку принято, что $x_4 \geq 3.33$, то необходимо, чтобы всегда выполнялось условие $\bar{\sigma}_{e1} \geq \bar{\sigma}_e = \min(\bar{\sigma}_{e0}, \bar{\sigma}_{e2})$, то есть $x_4 > x_4^{\min} = \frac{1-2x_1}{a; x_1} \sqrt{\bar{\sigma}_e}$. Если окажется, что $x_4^{\min} < 3.33$, то следует принять $x_4 = 3.33$; при этом, естественно, всегда будет выполняться условие (10б).

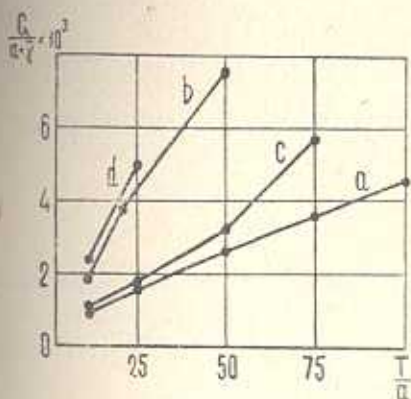
3. Оптимизация выполняется на ЭЦВМ с помощью метода случайного поиска [2], основным достоинством которого является его универсальность, а также возможность учета сложных нелинейных ограничений и большого числа варьируемых параметров. Используется пропорциональный алгоритм покоординатного самообучения с забыванием и произвольным законом изменения вероятности. Не останавливаясь на описании алгоритма (это подробно сделано в работах [4] и [5], дополнительно укажем лишь, что в процесс поиска вводятся самообучение и адаптация. Самообучение проявляется в перестройке вероятностных характеристик поиска путем целенаправленного воздействия на случайный выбор направления рабочего шага — вектор Ξ . Адаптация выражается в изменении длины рабочего шага a следующим образом:

$$a^{(N-1)} = \frac{a_0}{2^{\text{integer}(n/c)}} \quad (21)$$

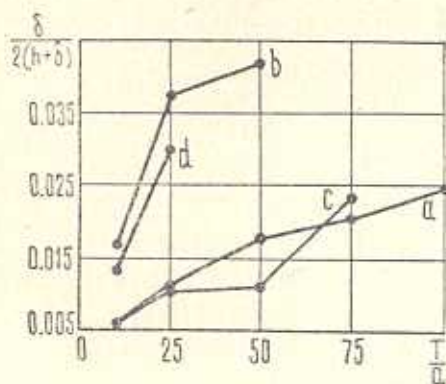
где a_0 — принятая величина начального шага; n — число неудачных попыток, произведенных из одной точки к данному моменту времени; c — возможное число неудачных попыток с неизменной величиной рабочего шага. Введение такой адаптации позволяет уменьшить колебания целевой функции возле экстремума, увеличить вероятность попадания системы в заданную окрестность экстремума и уменьшить потери на поиск.

4. По описанной методике была рассмотрена для иллюстрации задача оптимального проектирования трехслойной пластины (фиг. 1) с сотовым наполнителем из алюминиевой фольги и внешними слоями из сплава Д16Т при различных сжимающих нагрузках и для различных относительных величин начальных технологических несовершенств $\bar{w}_{н.к.}$ и $\bar{w}_{н.в.}$. Механические свойства материала внешних слоев: $\bar{\sigma}_n = 39200 \text{ н/см}^2$, $\bar{\sigma}_{нв} = 19600 \text{ н/см}^2$, $\bar{E} = 6.77 \text{ мн/см}^2$, $\bar{\nu} = 0.3$, $\bar{\gamma} = 2.78 \text{ г/см}^3$, а наполнителя: $\sigma_n = 14700 \text{ н/см}^2$, $\sigma_{нв} = 9810 \text{ н/см}^2$, $[\bar{\sigma}] = 7350 \text{ н/см}^2$, $E_3 = 6.95 \text{ мн/см}^2$, $\nu_3 = 0.9$, $\gamma_3 = 2.71 \text{ г/см}^3$. На варьируемые параметры накладывались геометрические ограничения: $0.006 < x_1 < 0.08$, $0.035 < x_2 < 0.1$, $0.002 < x_3 < 0.02$. Задача решалась на ЭЦВМ „Мир“ с использованием

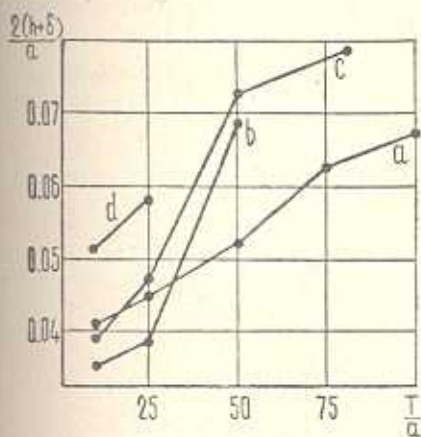
стандартной программы получения псевдослучайных чисел, равномерно распределенных на отрезке. Результаты вычислений (оптимальные параметры и изменение весовой функции) представлены графиками (фиг. 2, 3, 4, 5), на которых ломаные „а“ соответствуют $\bar{w}_{н.к.} = 0.002$ и $\bar{w}_{н.с.} = 0.01$; „b“ — $\bar{w}_{н.к.} = 0.002$ и $\bar{w}_{н.с.} = 0.1$; „с“ — $\bar{w}_{н.к.} = 0.005$ и $\bar{w}_{н.с.} = 0.01$; „d“ — $\bar{w}_{н.к.} = 0.005$ и $\bar{w}_{н.с.} = 0.1$.



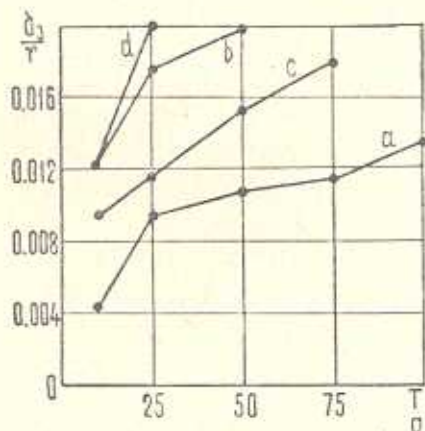
Фиг. 2.



Фиг. 3.



Фиг. 4.



Фиг. 5.

Эти ломаные на графиках обрываются в точках, соответствующих таким значениям сжимающих нагрузок $\frac{T}{a}$, при которых варьируемые параметры уже выходят из заданной области их изменения. Как видно из графиков, на вес пластины, а также на величины оптимальных параметров существенное влияние оказывают начальные несовершенства, особенно стрела симметричной погиби внешнего слоя пластины.

В заключение отметим, что при проектировании трехслойных конструкций в качестве критерия оптимальности, кроме минимума веса, могут быть использованы и другие характеристики: тепловые, акустические и т. д.

Չто даст возможность соответствующим выбором материалов и их геометрических параметров получать эффективные конструкции с определенными теплоизоляционными, радиотехническими, вибрационными и другими показателями.

Днепропетровский инженерно-
-строительный институт

Поступила 11 I 1972

ՅՈՒ. Մ. ՊՈՉՏՄԱՆ, ՅԱ. ՅՈՒ. ԳՈԴԵՍ

ԽՈՐՍԵԱՎՈՐ ԼՅԱՆՅՈՒԹՈՎ ԵՌԱՇԵՐՏ ՍԱԼԵՐԻ ՕՊՏԻՄԱԼ ԵԱԽԱԳԾՈՒՄԸ
ԱՌԱՆՑՔԱՅԻՆ ՍԵՂՄԱՆ ԳԵՊՔՈՒՄ ՊԱՏԱՀԱԿԱՆ ՈՐՈՆՄԱՆ ԵՂԱՆԱԿՈՎ

Ա մ փ ո փ ու մ

Դիտարկվում են խորսխաղոր լցանյութով սեղմված եռաշերտ սալերի այն-
պիսի պարամետրների բնարման հարցերը, որոնք տրված արտաքին բևսի հա-
մար ապահովում են սալերի համար նվազագույն քաշ և միաժամանակ բա-
վարարում են ամրության և կայունության պայմաններին:

Հաշվի են առնվում տեխնոլոգիական անկատարյալությունները (սալի
սկզբնական շեղասիմետրիկ ճկվածքի և արտաքին շերտի սկզբնական սիմե-
տրիկ ճկվածքի գոյությունը) ինչպես նաև շափերի երկրաչափական սահմանա-
փակումները:

Խնդիրը ձևակերպվում է ոչ գծային ծրագրավորման տերմիններով, իսկ
օպտիմալավորումը կատարվում է էՔՀՄ-ի վրա պատահական որոնման եղա-
նակով: Բերվում են թվային օրինակներ:

OPTIMUM DESIGN OF SANDWICH PLATES WITH HONEYCOMB CORE UNDER AXIAL COMPRESSION BY THE METHOD OF RANDOM SEARCH

Yu. M. POCHTMAN, Ya. Yu. GODES

S u m m a r y

The study deals with selection of such parameters of compressed sandwich plates with honeycomb core which offer a minimum weight and at the same time satisfy the strength and stability conditions. Certain geometrical restrictions for given external loads are also discussed.

The problem is formulated in terms of non-linear programming, and the optimization is effected by the random search method.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров А. Я., Наумова М. П. Оптимальные параметры трехслойных пластин и пологих оболочек с сотовым наполнителем при сжатии. Сб. „Расчеты элементов аэрационных конструкций“, № 4, Изд. „Машиностроение“, М., 1965.
2. Растринин Л. А. Статистические методы поиска. Изд. „Наука“, М., 1968.
3. Почтман Ю. М., Филатов Г. В. Применение метода случайного поиска при оптимальном проектировании цилиндрических оболочек. Изв. АН СССР, МТТ, № 5, 1971.
4. Почтман Ю. М. Проектирование ребристых пластин минимального веса, имеющих заданные собственные частоты. Изв. АН Арм.ССР, Механика, № 6, 1971.
5. Почтман Ю. М., Филатов Г. В. Расчет ребристых пластин минимального веса при осевом сжатии методом случайного поиска. Прикл. механ., т. VIII, вып. 1, 1972.