ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXVI, № 4, 1973 Механика

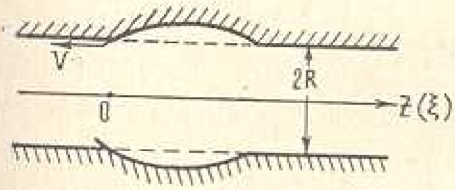
Ж. Г. АПИКЯН

ДВИЖЕНИЕ ЖЕСТКОГО ШТАМПА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В УПРУГОЙ СРЕДЕ СО СВЕРХЗВУКОВОЙ СКОРОСТЬЮ

В работе [1] рассмотрена линейная нагрузка, движущаяся с произвольной постоянной скоростью по поверхности упругого полупространства. Получено решение в замкнутом виде. В работе [2] изучено движение жесткого штампа по поверхности упругого полупространства со сверхзвуковой скоростью. В работе [3] найдена реакция бесконечной упругой среды на движущуюся в цилиндрической полости нагрузку. Для осесимметричного случая получены числовые значения компонент напряжения и перемещения на границе полости.

В настоящей работе определяются напряжения и перемещения на границе цилиндрической полости при движении по ней жесткого штампа со сверхзвуковой скоростью. Приведен численный пример.

Рассмотрим цилиндрическую полость радиуса R в линейно-упругой однородной и изотропной среде, отнесенную к неподвижной системе координат ($\bar{r}$, $\bar{\theta}$, $\bar{z} = R\bar{\xi}$), начало которой лежит на оси полости (фиг. 1). Осесимметричный штамп движется со сверхзвуковой скоростью V_0.



Фиг. 1

Для определения установившегося решения введем подвижную систему координат

$$r = \bar{r}, \quad \theta = \bar{\theta}, \quad \xi = \frac{z}{R} = \frac{\bar{z} - V_0 t}{R}$$

Уравнения движения относительно движущейся системы координат будет

$$\frac{\alpha^2}{R^2}\varphi_{\xi\xi} = \varphi_{rr} + \frac{1}{r}\varphi_r \tag{1}$$

$$\frac{\beta^2}{R^2}\psi_{\xi\xi} = \psi_{rr} + \frac{1}{r}\psi_r$$

где $\varphi(r, \xi)$ и $\psi(r, \xi)$—упругие потенциалы

$$u = \frac{1}{R}\varphi_{\xi} + \psi_{rr} + \frac{1}{r}\psi_{r}, \quad v = \varphi_{r} - \frac{1}{R}\psi_{r\xi} \tag{2}$$

компоненты перемещения по осям z и r соответственно

$$\alpha^2 = \frac{V_0^2}{a^2} - 1, \quad \beta^2 = \frac{V_0^2}{b^2} - 1$$

$a = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$ и $b = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ — скорости распределения продольных и поперечных волн в среде соответственно: λ и μ—упругие постоянные Ламе, ρ—плотность среды.

Рассматриваются два типа граничных условий:

$$u(R, \xi) = u_0(\xi) \equiv U_0 U(\xi), \quad v(R, \xi) = v_0(\xi) \equiv U_0 V(\xi), \quad 0 \leqslant \xi \leqslant \infty \tag{3}$$

$$v(R, \xi) = v_0(\xi) \equiv U_0 V(\xi), \quad \sigma_{rz}(R, \xi) = \tau_0(\xi) \equiv T_0 T(\xi), \quad 0 \leqslant \xi \leqslant \infty \tag{4}$$

где U_0, T_0—размерные постоянные, а $U(\xi)$, $V(\xi)$, $T(\xi)$—безразмерные функции безразмерного аргумента ξ.

Применяя преобразование Лапласа относительно ξ, для преобразованных потенциалов $\bar{\varphi}(r, S)$ и $\bar{\psi}(r, S)$ получим уравнения

$$\bar{\varphi}'' + \frac{1}{r}\bar{\varphi}' - \alpha^2 \frac{S^2}{R^2}\bar{\varphi} = 0 \tag{5}$$

$$\bar{\psi}'' + \frac{1}{r}\bar{\psi}' - \beta^2 \frac{S^2}{R^2}\bar{\psi} = 0$$

где S—переменная преобразования, а штрих означает производную по переменной r.

Решения уравнений (4) для исходящих волн выражаются через функцию Макдональда

$$\bar{\varphi}(r, S) = A(S)\, K_0\left(\frac{\alpha r S}{R}\right) \tag{6}$$

$$\bar{\psi}(r, S) = B(S)\, K_0\left(\frac{\beta r S}{R}\right)$$

Используя решения (6), получим

$$\bar{u}(r, S) = A\frac{S}{R} K_0\left(\frac{\alpha r S}{R}\right) + B\beta^2 \frac{S^2}{R^2} K_0\left(\frac{\beta r S}{R}\right)$$

$$\bar{v}(r, S) = -A\frac{\alpha S}{R} K_1\left(\frac{\alpha r S}{R}\right) + B\beta\frac{S^2}{R^2} K_1\left(\frac{\beta r S}{R}\right) \tag{7}$$

$$\frac{1}{\mu}\bar{\sigma}_{rz}(r, S) = -2A\alpha\frac{S^2}{R^2} K_1\left(\frac{\alpha r S}{R}\right) - B\beta(\beta^2 - 1)\frac{S^3}{R^3} K_1\left(\frac{\beta r S}{R}\right)$$

При граничных условиях (3) постоянные A и B имеют вид

$$A = \frac{R}{S} \frac{\bar{u}_0(S) K_1(\beta S) - \beta \bar{v}_0(S) K_0(\beta S)}{\Delta_0(S)}$$

$$B = \frac{R^2}{\beta S^2} \frac{\bar{v}_0(S) K_0(\alpha S) + \alpha \bar{u}_0(S) K_1(\alpha S)}{\Delta_0(S)} \tag{8}$$

где

$$\Delta_0(S) = K_0(\alpha S) K_1(\beta S) + \alpha\beta K_1(\alpha S) K_0(\beta S)$$

а при граничных условиях (4)

$$A = -\frac{R^2}{\alpha\gamma} \frac{\frac{1}{\mu}\bar{\tau}_0(S) + (\gamma - 2)\frac{S}{R}\bar{v}_0(S)}{S^2 K_1(\alpha S)} \tag{9}$$

$$B = \frac{R^3}{\beta\gamma} \frac{2\frac{S}{R}\bar{v}_0(S) - \frac{1}{\mu}\bar{\tau}_0(S)}{S^3 K_1(\beta S)}$$

где $\gamma = \beta^2 + 1$.

Преобразованные компоненты напряжения на границе полости при $r = R$ при граничных условиях (3) имеют вид

$$\frac{R\bar{\sigma}_{rr}}{\mu} = \gamma S\bar{u}_0 \frac{K_0\widetilde{K}_1}{\Delta_0} - \beta\gamma S\bar{v}_0 \frac{K_0\widetilde{K}_0}{\Delta_0} - 2S\bar{u}_0 - 2\bar{v}_0$$

$$\frac{R\bar{\sigma}_{rz}}{\mu} = -\alpha\gamma S\bar{u}_0 \frac{K_1\breve{K}_1}{\Delta_0} - \gamma S\bar{v}_0 \frac{K_0\breve{K}_1}{\Delta_0} + 2S\bar{v}_0$$

$$\frac{R\bar{\sigma}_{zz}}{\mu} = \delta S\bar{u}_0 \frac{K_0\breve{K}_1}{\Delta_0} - \beta\delta S\bar{v}_0 \frac{K_0\widetilde{K}_0}{\Delta_0} + 2S\bar{u}_0 \tag{10}$$

$$\frac{R\bar{\sigma}_{\theta\theta}}{\mu} = \delta S\bar{u}_0 \frac{K_0\breve{K}_1}{\Delta_0} - \beta\delta S\bar{v}_0 \frac{K_0\breve{K}_0}{\Delta_0} + 2\bar{v}_0$$

где $\delta = \beta^2 - 2\alpha^2 - 1$, а при граничных условиях (4)

$$\frac{R\bar{\sigma}_{rr}}{\mu} = -\frac{R\bar{\tau}_0}{\mu}\left(2\frac{\beta}{\gamma}\frac{\widetilde{K}_0}{\bar{K}_1} - \frac{\gamma - 2}{\alpha\gamma}\frac{K_0}{K_1}\right) -$$

$$-\bar{v}_0\left[\frac{(\gamma - 2)^2}{\alpha\gamma} S\frac{K_0}{K_1} + 4\frac{\beta}{\gamma} S\frac{\ddot{K}_0}{\bar{K}_1} + 2\right]$$

$$\frac{R\bar{\sigma}_{zz}}{\mu} = -\frac{R\bar{\tau}_0}{\mu}\left(2\frac{\beta}{\gamma}\frac{\widetilde{K}_0}{\bar{K}_1} + \frac{\delta + 2}{\alpha\gamma}\frac{K_0}{K_1}\right) +$$

$$+ S\bar{v}_0 \left[4 \frac{\beta}{\gamma} \frac{\bar{K}_0}{\bar{K}_1} - \frac{(\delta+2)(\gamma-2)}{\alpha\gamma} \frac{K_0}{K_1} \right]$$

$$\frac{R\bar{\sigma}_{\theta\theta}}{\mu} = -\frac{R\bar{\tau}_0}{\mu} \frac{\delta}{\alpha\gamma} \frac{K_0}{K_1} + \bar{v}_0 \left[2 - \frac{\delta(\gamma-2)}{\alpha\gamma} S \frac{K_0}{K_1} \right] \quad (11)$$

$$\bar{u} = \frac{1}{\gamma S} \left[S\bar{v}_0 \left(2\beta \frac{\bar{K}_0}{\bar{K}_1} - \frac{\gamma-2}{\alpha} \frac{K_0}{K_1} \right) - \frac{R\bar{\tau}_0}{\mu} \left(\frac{K_0}{\alpha K_1} + \beta \frac{\bar{K}_0}{\bar{K}_1} \right) \right]$$

где $\bar{v}_0 = \bar{v}_0(S)$, $\bar{\tau}_0 = \bar{\tau}_0(S)$, $K_i = K_i(\alpha S)$, $\bar{K}_i = K_i(\beta S)$ $(i = 1, 2)$

Для нахождения компонент напряжения применим обратное пре-образование Лапласа. Из (10) имеем

$$c\frac{R\sigma_{rr}}{\mu} = (\gamma - 2c)\, u_0' - \beta\gamma v_0' - 2cv_0 + \beta\gamma(\alpha F - G_1)$$

$$c\frac{R\tau_{rz}}{\mu} = -\alpha\gamma u_0' - (\gamma - 2c)\, v_0' + \alpha\gamma(F_2 - \beta G)$$

$$c\frac{R\sigma_{zz}}{\mu} = (\delta + 2c)\, u_0' - \beta\delta v_0' + \beta\delta(\alpha F - G_1) \quad (12)$$

$$c\frac{R\sigma_{\theta\theta}}{\mu} = \delta(u_0' - \beta v_0') + 2cv_0 + \beta\delta(\alpha F - G_1)$$

где

$$c = 1 + \alpha\beta, \quad F = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma_1 - i\infty}^{\gamma_1 + i\infty} S\bar{u}_0 \frac{\Delta}{\Delta_0} e^{S\xi}\, dS$$

$$F_2 = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma_1 - i\infty}^{\gamma_1 + i\infty} S\bar{u}_0 \frac{\Delta_2}{\Delta_0} e^{S\xi}\, dS, \qquad G = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma_1 - i\infty}^{\gamma_1 + i\infty} S\bar{v}_0 \frac{\Delta}{\Delta_0} e^{S\xi}\, dS$$

$$G_1 = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma_1 - i\infty}^{\gamma_1 + i\infty} S\bar{v}_0 \frac{\Delta_1}{\Delta_0} e^{S\xi}\, dS, \qquad \Delta = K_0\bar{K}_1 - K_1\bar{K}_0, \quad K = K_0 - K_1$$

$$\Delta_1 = K_0\bar{K} + \alpha\beta K\bar{K}_0, \quad \Delta_2 = K\bar{K}_1 + \alpha\beta K_1\bar{K}$$

а из (11)

$$\frac{R\sigma_{rr}}{\mu} = -\frac{(\gamma-2)^2 + 4\alpha\beta}{\alpha\gamma} v_0' + \frac{2c - \gamma}{\alpha\gamma} \frac{R\tau_0}{\mu} - 2v_0 +$$

$$+ 2\frac{\beta}{\gamma}(F_3 - 2G_3) - \frac{\gamma - 2}{\alpha\gamma}[F_4 + (\gamma - 2)\, G_4]$$

$$\frac{R\tau_{zz}}{\mu} = \frac{4\alpha\beta - (\delta+2)(\gamma-2)}{\alpha\gamma} v_0' - \frac{\delta+2c}{\alpha\gamma}\frac{R\tau_0}{\mu} - $$

$$-2\frac{\beta}{\gamma}(F_3 - 2G_3) - \frac{\delta+2}{\alpha\gamma}[F_4 + (\gamma-2)G_4] \qquad (13)$$

$$\frac{R\tau_{\theta\theta}}{\mu} = \frac{\delta(2-\gamma)}{\alpha\gamma} v_0' - \frac{\delta}{\alpha\gamma}\frac{R\tau_0}{\mu} + 2v_0 - \frac{\delta}{\alpha\gamma}[F_4 + (\gamma-2)G_4]$$

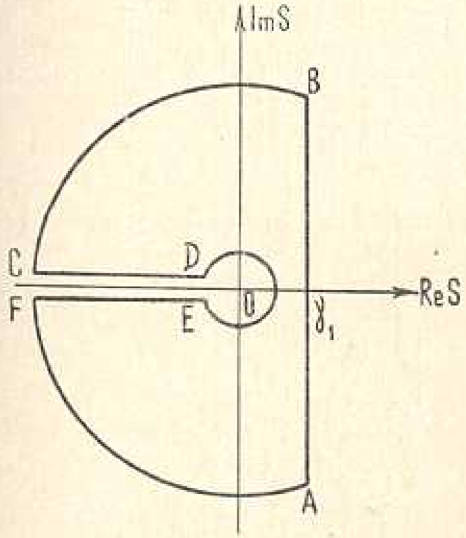
$$u = \frac{2c-\gamma}{\alpha\gamma} v_0 - \frac{c}{\alpha\gamma}\int_0^{\xi}\frac{R\tau_0}{\mu}d\xi - \frac{\beta}{\gamma}(F_5 - 2G_5) - \frac{1}{\alpha\gamma}[F_6 + (\gamma-2)G_6]$$

где

$$F_3 = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma_1 - i\infty}^{\gamma_1 + i\infty}\frac{R\bar{\tau}_0}{\mu}\frac{\bar{K}}{\bar{K}_1}e^{S\xi}dS, \qquad F_4 = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma_1 - i\infty}^{\gamma_1 + i\infty}\frac{R\bar{\tau}_0}{\mu}\frac{K}{K_1}e^{S\xi}dS$$

$$F_5 = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma_1 - i\infty}^{\gamma_1 + i\infty}\frac{R\bar{\tau}_0}{\mu S}\frac{\bar{K}}{\bar{K}_1}e^{S\xi}dS, \qquad F_6 = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma_1 - i\infty}^{\gamma_1 + i\infty}\frac{R\bar{\tau}_0}{\mu S}\frac{K}{K_1}e^{S\xi}dS$$

а $G_3, \cdots, G_6$ получаются соответственно из $F_3, \cdots, F_6$, если заменить $\frac{R\bar{\tau}_0}{\mu}$ через $S\bar{v}_0$.



Фиг. 2

Заметим, что в формулах (12) члены u_0' и v_0' в правой части равенств представляют решения аналогичной плоской задачи, а в формулах (13) члены с v_0' и τ_0 в первых трех равенствах и первые два члена в четвертом равенстве—решения аналогичной плоской задачи (если положить $R = 1$).

Для вычисления интегралов $F, F_2, \cdots, F_6$ и $G, G_1, \cdots, G_6$ в комплексной плоскости S возьмем замкнутый контур $ABCDEFA$ (фиг. 2). Применяя основную теорему вычетов для замкнутого контура $ABCDEFA$ и устремляя затем радиус большой окружности к ∞, а малой—к 0, получим

$$\alpha F - G_1 = \sum \operatorname{res} \frac{Se^{S\zeta}}{\Delta_0} (\alpha \overline{u}_0 \Delta - \overline{v}_0 \Delta_1) +$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left[\operatorname{Im} \frac{Se^{S\zeta}}{\Delta_0} (\alpha \overline{u}_0 \Delta - \overline{v}_0 \Delta_1) \right]_{S = xe^{-i\pi}} dx \tag{14}$$

$$F_2 - \beta G = \sum \operatorname{res} \frac{Se^{S\zeta}}{\Delta_0} (\overline{u}_0 \Delta_2 - \beta \overline{v}_0 \Delta) +$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left[\operatorname{Im} \frac{Se^{S\zeta}}{\Delta_0} (\overline{u}_0 \Delta_2 - \beta \overline{v}_0 \Delta) \right]_{S = xe^{-i\pi}} dx$$

Используя соотношения для бесселевых функций с отрицательным аргументом $K_0(xe^{-i\pi}) = K_0(x) + i\pi I_0(x)$, имеем окончательно

$$K_1(xe^{-i\pi}) = -K_1(x) + i\pi I_1(x)$$

$$\frac{\sigma_{rr}}{\mu} = \frac{U_0}{R} \left[\left(\frac{\gamma}{c} - 2 \right) u' - \frac{\beta\gamma}{c} V' - 2V + \frac{\beta\gamma}{c} \sum \operatorname{res} \frac{S}{\Delta_0} (\alpha \overline{U} \Delta - \overline{V} \Delta_1) e^{S\zeta} - \right.$$

$$\left. - \gamma \int_0^\infty \frac{e^{-\zeta x}}{|\Delta_0|^2} (a_{01} \overline{U} + a_{00} \overline{V}) dx \right]$$

$$\frac{\sigma_{rz}}{\mu} = \frac{U_0}{R} \left[- \frac{\alpha\gamma}{c} U' - \left(\frac{\gamma}{c} - 2 \right) V' + \frac{\alpha\gamma}{c} \sum \operatorname{res} \frac{S}{\Delta_0} (\overline{U} \Delta_2 - \beta \overline{V} \Delta) e^{S\zeta} + \right.$$

$$\left. + \gamma \int_0^\infty \frac{e^{-\zeta x}}{|\Delta_0|^2} (a_{11} \overline{U} + a_{01} \overline{V}) dx \right] \tag{15}$$

$$\frac{\sigma_{zz}}{\mu} = \frac{U_0}{R} \left[\left(\frac{\delta}{c} + 2 \right) U' - \frac{\beta\delta}{c} V' + \frac{\beta\delta}{c} \sum \operatorname{res} \frac{S}{\Delta_0} (\alpha \overline{U} \Delta - \overline{V} \Delta_1) e^{S\zeta} - \right.$$

$$\left. - \delta \int_0^\infty \frac{e^{-\zeta x}}{|\Delta_0|^2} (a_{01} \overline{U} + a_{00} \overline{V}) dx \right]$$

$$\frac{\sigma_{\theta\theta}}{\mu} = \frac{U_0}{R} \left[\frac{\delta}{c} (U' - \beta V') + 2V + \frac{\beta\delta}{c} \sum \operatorname{res} \frac{S}{\Delta_0} (\alpha \overline{U} \Delta - \overline{V} \Delta_1) e^{S\zeta} - \right.$$

$$\left. - \delta \int_0^\infty \frac{e^{-\zeta x}}{|\Delta_0|^2} (a_{01} \overline{U} + a_{00} \overline{V}) dx \right]$$

где приняты обозначения

$$\overline{U}=\overline{U}(-x),\quad \overline{V}=\overline{V}(-x)$$

$$a_{00}=K_0^2+\pi^2 I_0^2+\beta^2(\widetilde{K}_0^2+\pi^2\widetilde{I}_0^2)$$

$$a_{01}=\beta\widetilde{K}_0\widetilde{K}_1-\alpha K_0K_1+\pi^2(\alpha I_0I_1-\beta\widetilde{I}_0\widetilde{I}_1)$$

$$a_{11}=\widetilde{K}_1^2+\pi^2\widetilde{I}_1^2+\alpha^2(K_1^2+\pi^2 I_1^2)$$

$$|\Delta_0|^2=(K_0\widetilde{K}_1+\alpha\beta\widetilde{K}_0K_1+\pi^2 I_0\widetilde{I}_1+\pi^2\alpha\beta\widetilde{I}_0I_1)^2+$$

$$+\pi^2(K_0\widetilde{I}_1+\alpha\beta\widetilde{K}_0I_1-I_0\widetilde{K}_1-\alpha\beta\widetilde{I}_0K_1)^2$$

$$K_i=K_i(\alpha x),\quad \widetilde{K}_i=K_i(\beta x),\quad I_i=I_i(\alpha x),\quad \widetilde{I}_i=I_i(\beta x)$$

Аналогичным образом из (13) получим

$$\frac{\sigma_{rr}}{\mu}=-\frac{(\gamma-2)^2+4\alpha\beta}{\alpha\gamma}\frac{U_0}{R}V'+\frac{2c-\gamma}{\alpha\gamma}\frac{T_0}{\mu}T-2\frac{U_0}{R}V+$$

$$+\frac{1}{\gamma}\sum\operatorname{res}e^{S\xi}\left\{2\beta\frac{\widetilde{K}}{\widetilde{K}_1}\left(\frac{T_0}{\mu}\overline{T}-\frac{U_0}{R}S\overline{V}\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{\gamma-2}{\alpha}\frac{K}{K_1}\left[\frac{T_0}{\mu}\overline{T}+(\gamma-2)\frac{U_0}{R}S\overline{V}\right]\right\}+$$

$$+\frac{1}{\gamma}\int\limits_0^\infty\left\{\frac{T_0}{\mu}\frac{\overline{T}}{x}\left(\frac{\gamma-2}{\alpha^2 f}-\frac{2}{\bar{f}}\right)-\frac{U_0}{R}\overline{V}\left[\frac{(\gamma-2)^2}{\alpha^2 f}+\frac{4}{\bar{f}}\right]\right\}e^{-\xi x}\,dx$$

$$\frac{\sigma_{zz}}{\mu}=\frac{4\alpha\beta-(\delta+2)(\gamma-2)}{\alpha\gamma}\frac{U_0}{R}V'-\frac{\delta+2c}{\alpha\gamma}\frac{T_0}{\mu}T-$$

$$-\frac{1}{\gamma}\sum\operatorname{res}e^{S\xi}\left\{2\beta\frac{\widetilde{K}}{\widetilde{K}_1}\left(\frac{T_0}{\mu}\overline{T}-\frac{U_0}{R}S\overline{V}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{\delta+2}{\alpha}\frac{K}{K_1}\left[\frac{T_0}{\mu}\overline{T}+(\gamma-2)\frac{U_0}{R}S\overline{V}\right]\right\}+ \tag{16}$$

$$+\frac{1}{\gamma}\int\limits_0^\infty\left\{\frac{T_0}{\mu}\frac{\overline{T}}{x}\left(\frac{2}{\bar{f}}+\frac{\delta+2}{\alpha^2 f}\right)+\frac{U_0}{R}\overline{V}\left[\frac{4}{\bar{f}}-\frac{(\delta+2)(\gamma-2)}{\alpha^2 f}\right]\right\}e^{-\xi x}\,dx$$

$$\frac{\sigma_{\theta\theta}}{\mu}=\frac{\delta(2-\gamma)}{\alpha\gamma}\frac{U_0}{R}V'-\frac{\delta}{\alpha\gamma}\frac{T_0}{\mu}T+2\frac{U_0}{R}V-$$

$$-\frac{\delta}{\alpha\gamma}\sum\operatorname{res}e^{S\xi}\frac{K}{K_1}\left[\frac{T_0}{\mu}\overline{T}+(\gamma-2)\frac{U_0}{R}S\overline{V}\right]+$$

$$+\frac{\delta}{\alpha^2\gamma}\int_0^\infty \left[\frac{T_0}{\mu}\frac{\overline{T}}{x} - (\gamma-2)\frac{U_0}{R}\overline{V}\right]\frac{e^{-\xi x}}{f}\,dx$$

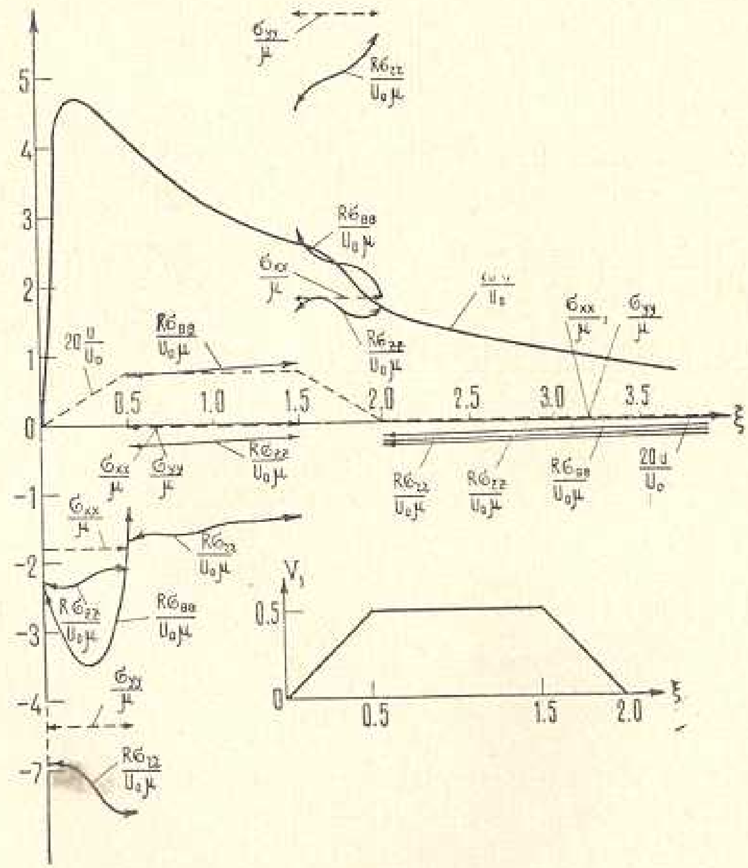
$$\frac{u}{R} = \frac{2c-\gamma}{\alpha\gamma}\frac{U_0}{R}V - \frac{c}{\alpha\gamma}\int_0^\xi \frac{T_0}{\mu}T\,d\xi -$$

$$-\frac{1}{\gamma}\sum \operatorname{res} e^{S\xi}\left\{\beta\frac{\widetilde{K}}{\widetilde{K}_1}\left(\frac{T_0}{\mu}\frac{\overline{T}}{S} - 2\frac{U_0}{R}\overline{V}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{\alpha}\frac{K}{K_1}\left[\frac{T}{\mu}\frac{\overline{T}_0}{S} + (\gamma-2)\frac{U_0}{R}\overline{V}\right]\right\}+$$

$$+\frac{1}{\gamma}\int_0^\infty \frac{e^{-\xi x}}{x}\left[\frac{U_0}{R}\overline{V}\left(\frac{\gamma-2}{\alpha^2 f} - \frac{2}{\widetilde{f}}\right) - \frac{T_0}{\mu}\overline{T}\left(\frac{1}{\widetilde{f}}+\frac{1}{\alpha^2 f}\right)\right]dx$$

где $$f = K_1^2 + \pi^2 I_1^2, \quad \widetilde{f} = \widetilde{K}_1^2 + \pi^2\widetilde{I}_1^2$$



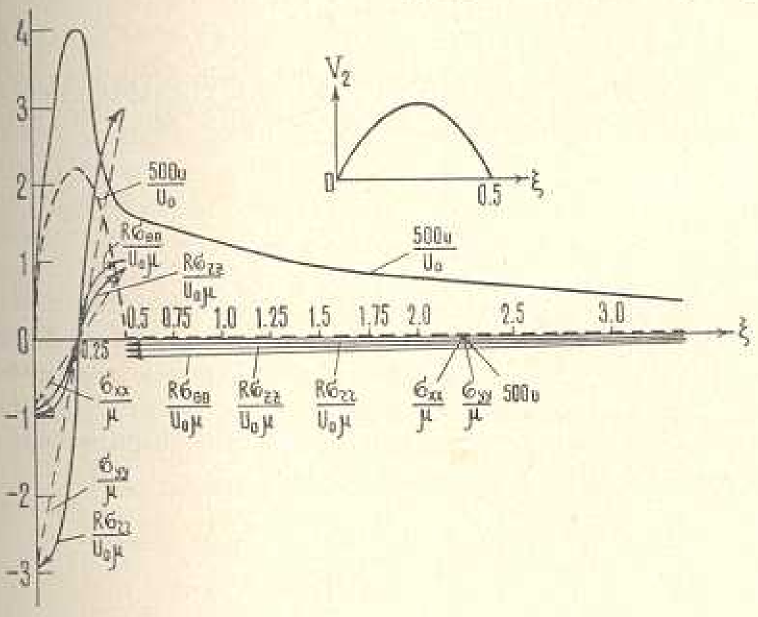
Фиг. 3

Проведены вычисления при значениях параметров $\frac{V_0}{a} = 2$, $\frac{V_0}{b} = \sqrt{12}$ (или $\alpha = \sqrt{3}$, $\beta = \sqrt{11}$) и граничных функций (фиг. 3, 4)

$$V(\xi) = V_1(\xi) \equiv \begin{cases} \xi & \text{при} \quad 0 \leqslant \xi < 0.5 \\ 0.5 & \text{при} \quad 0.5 \leqslant \xi < 1.5 \\ 2-\xi & \text{при} \quad 1.5 \leqslant \xi < 2 \\ 0 & \text{при} \quad \xi \geqslant 2 \end{cases}$$

$$V(\xi) = V_2(\xi) \equiv \begin{cases} \xi(0.5-\xi) & \text{при} \quad 0 \leqslant \xi < 0.5 \\ 0 & \text{при} \quad \xi \geqslant 0.5 \end{cases}$$

$T(\xi) \equiv 0$ (трение между штампом и упругой средой отсутствует).



Фиг. 4

На фиг. 3, 4 показаны зависимости компонент напряжений σ_{rr}, $\sigma_{\theta\theta}$, σ_{zz} и компоненты перемещения u на границе полости от координаты ξ. Для сравнения пунктиром показаны графики соответствующих величин для плоской задачи (ось y перпендикулярна границе полуплоскости, ось x направлена против движения штампа).

Компонента перемещения u непрерывна при всех значениях переменной ξ, в то время как компоненты напряжения имеют скачки в угловых точках штампов и на их концах.

Автор выражает благодарность К. С. Чобаняну за ценные советы в ходе решения задачи.

Институт механики
АН Армянской ССР

Поступила 12 VI 1972

Ժ. Գ. ԱՊԻԿՅԱՆ

ԿՈՇՏ ԴՐՈՇՄԻ ՇԱՐԺՈՒՄԸ ԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐԻ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԽՈՌՈՉԻ ՄԻՋՈՎ ԳԵՐՁԱՅՆԱՅԻՆ ԱՐԱԳՈՒԹՅԱՄԲ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դիտարկված է վերնագրում նշված գծային առաձգականության դինամիկ առանցքասիմետրիկ խնդիրը, երբ խոռոչի մակերևույթի վրա տրված են կամ տեղափոխության երկու բաղադրիչները կամ նորմալ տեղափոխությունը և շոշափող լարումը։ Խնդիրը լուծված է Լապլասի ձևափոխության օգտագործմամբ։

Խոռոչի մակերևույթի վրա որոշված են անհայտ լարումների և տեղափոխությունների բաղադրիչները։ Բերված է թվային օրինակ։

ON MOTION OF A RIGID PUNCH IN A CYLINDRICAL CAVITY IN ELASTIC MEDIUM, AT A SUPERSONIC SPEED

J. A. APIKIAN

S u m m a r y

The dynamic axisymmetric problem of the linear theory of elasticity is considered, where on the cavity boundary either displacement components or normal displacement and shear stress are given. The Laplace transformation is employed to solve the problem. On the cavity boundary the unknown components of stresses and displacements are determined. A numerical example is presented.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Cole J., Huth J.* Stresses produced in a half plane by moving loads. J. of Applied Mech., vol. 25, № 4, Trans. ASME, vol. 80, Dec. 1958.
2. *Апикян Ж. Г.* Движение жесткого штампа на упругой полуплоскости со сверхзвуковой скоростью. Изв. АН АрмССР, Механика, т. XXIII, № 5, 1970.
3. *Парнс.* Реакция бесконечной упругой среды на движущиеся в цилиндрической полости нагрузки. Прикл. мех. (русский перевод), № 1, 1969.