ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XXIV, № 4, 1971 Механика

О. А. ГОЛОВИН

О ВЫНУЖДЕННЫХ ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ЦИЛИНДРА ПРИ ЗАДАННЫХ НА ПОВЕРХНОСТИ НАПРЯЖЕНИЯХ

§ 1. Рассматриваются осесимметричные колебания цилиндра конечной длины с заданными напряжениями на поверхности. Построим решение уравнений Ляме

$$(\lambda+2\mu)\frac{\partial\theta}{\partial r}+2\mu\frac{\partial\Omega}{\partial z}-\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=0$$

$$(\lambda+2\mu)\frac{\partial\theta}{\partial z}-\frac{2\mu}{r}\frac{\partial(r\Omega)}{\partial r}-\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=0 \tag{1.1}$$

которое давало бы возможность удовлетворить следующим граничным условиям:

$$\begin{aligned} &r=a \quad \sigma_r=V(z)\cos\omega t \quad &&\tau_{rz}=0\\ &z=0 \quad \sigma_z=0 &&\tau_{rz}=U_1(r)\cos\omega t\\ &z=l \quad \sigma_z=0 &&\tau_{rz}=U_2(r)\cos\omega t \end{aligned} \tag{1.2}$$

Случай неравных нулю напряжений σ_z на торцах цилиндра и τ_{rz} на боковой поверхности отличается от настоящего лишь более громоздкими свободными членами в бесконечной системе, к которой сводится решение задачи. Приняты обозначения: a — радиус цилиндра, l — длина цилиндра, ρ — плотность материала, λ и μ — постоянные Ляме, ω — частота вынуждающей силы. Предполагается, что ω не совпадает с какой-либо собственной частотой цилиндра. θ и Ω — объемное расширение и вращение, связанные с радиальной u и осевой w компонентами вектора смещения соотношениями

$$\theta=\frac{1}{r}\frac{\partial(ru)}{\partial r}+\frac{\partial w}{\partial z}, \qquad \Omega=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial r}\right)$$

Для получения решения уравнений (1.1) со степенью произвола, достаточной для удовлетворения граничным условиям (1.2), используется метод, берущий свое начало от работы Ляме [1]. В последнее время такой подход к решению пространственных задач теории упругости для ограниченных областей развивается в работах [2—5]. Перемещения u и w представляются в виде сумм решений однородных уравнений Ляме (1.1) для бесконечного упругого слоя толщиной l и цилиндра бесконечной длины радиуса a.

$$u = \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \left[C_m \alpha_m I_1(\alpha_m r) + \varphi(\beta_m^2) A_m \lambda_m I_1(\beta_m r) \right] \sin\lambda_m z + \right.$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[-\varphi(\delta_n^2) \mu_n (a_n \operatorname{sh}\delta_n z + b_n \operatorname{sh}\delta_n (z-l)) - \right.$$

$$\left. - \varphi(\varepsilon_n^2) \varepsilon_n (c_n \operatorname{ch}\varepsilon_n z + d_n \operatorname{ch}\varepsilon_n (z-l)) \right] J_1(\mu_n r) \Big\} \cos\omega t \tag{1.3}$$

$$w = \Big\{ a_0 p_1 \cos p_1 z + b_0 p_1 \cos p_1 (z-l) + A_0 p_2 J_0(p_2 r) +$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} \left[C_m \lambda_m I_0(\alpha_m r) + \varphi(\beta_m^2) A_m \beta_m I_0(\beta_m r) \right] \cos\lambda_m z +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[\varphi(\delta_n^2) \delta_n (a_n \operatorname{ch}\delta_n z + b_n \operatorname{ch}\delta_n (z-l)) + \right.$$

$$\left. + \varphi(\varepsilon_n^2) \mu_n (c_n \operatorname{sh}\varepsilon_n z + d_n \operatorname{sh}\varepsilon_n (z-l)) \right] J_0(\mu_n r) \Big\} \cos\omega t \tag{1.4}$$

где $\mu_n = \frac{\gamma_n}{a}$, γ_n — положительные корни уравнения $J_1(\gamma) = 0$, $v_1^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}$ и $v_2^2 = \frac{\mu}{\rho}$ — скорости волн объемного расширения и искажения; $p_1^2 = \frac{\omega^2}{v_1^2}$, $p_2^2 = \frac{\omega^2}{v_1^2}$, $\lambda_m = \frac{m\pi}{l}$, $\alpha_m^2 = \lambda_m^2 - p_1^2$, $\beta_m^2 = \lambda_m^2 - p_2^2$, $\delta_n^2 = \mu_n^2 - p_1^2$, $\varepsilon_n^2 = \mu_n^2 - p_2^2$, $I_0(x)$ и $I_1(x)$ — модифицированные функции Бесселя,

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -i, & x < 0 \quad (i^2 = -1) \end{cases}$$

A_0, a_0, b_0, a_n, b_n, c_n, d_n, A_m, C_m — произвольные постоянные, которые выбираются так, чтобы удовлетворялись краевые условия (1.2), выраженные в перемещениях.

Граничные условия для касательного напряжения τ_{rz} на боковой поверхности и τ_z на торцах цилиндра позволяют исключить часть постоянных

$$a_0 = b_0 = A_0 = 0$$

$$c_n = \frac{\lambda p_1^2 - 2\mu\delta_n^2}{2\mu\varepsilon_n\mu_n} \frac{\varphi(\delta_n^2) \operatorname{sh}\delta_n l}{\varphi(\varepsilon_n^2) \operatorname{sh}\varepsilon_n l} (a_n \operatorname{ch}\varepsilon_n l + b_n), \quad n = 1, 2, \cdots$$

$$d_n = -\frac{\lambda p_1^2 - 2\mu\delta_n^2}{2\mu\varepsilon_n\mu_n} \frac{\varphi(\delta_n^2) \operatorname{sh}\delta_n l}{\varphi(\varepsilon_n^2) \operatorname{sh}\varepsilon_n l} (a_n + b_n \operatorname{ch}\varepsilon_n l), \quad n = 1, 2, \cdots \tag{1.5}$$

$$C_m = -\frac{2\lambda_m^2 - p_2^2}{2\lambda_m \alpha_m}\varphi(\beta_m^2)\frac{I_1(\beta_m a)}{I_1(\alpha_m a)} A_m, \quad m = 1, 2, \cdots$$

Удовлетворяя оставшимся краевым условиям и используя соотношения (1.5) и разложения

$$I_1(\lambda r) = -\frac{2I_1(\lambda a)}{a}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\mu_n J_0(\gamma_n) J_1(\mu_n r)}{(\mu_n^2+\lambda^2) J_2^2(\gamma_n)} \qquad 0 \leqslant r \leqslant a$$

$$\operatorname{sh}\delta z = -\frac{2\operatorname{sh}\delta l}{l}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^m \lambda_m \sin\lambda_m z}{\lambda_m^2+\delta^2}, \quad 0 \leqslant z \leqslant l$$

$$\operatorname{ch}\delta z = \frac{2}{l}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\lambda_m \sin\lambda_m z}{\lambda_m^2+\delta^2} - \frac{2\operatorname{sh}\delta l}{l}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^m \lambda_m \sin\lambda_m z}{\lambda_m^2+\delta^2}, \quad 0 \leqslant z \leqslant l$$

получим бесконечную систему алгебраических уравнений относительно A_m, a_n, b_n следующего вида:

$$\frac{1}{a}A_m\varphi(\beta_m^2)\, I_1(\beta_m a)\,\psi_m = \frac{\lambda_m}{l}\sum_{n=1}^{\infty}[a_n(-1)^m + b_n]\times$$

$$\times\varphi(\delta_n^2)\operatorname{sh}\delta_n l\, J_0(\gamma_n)\left(\frac{\frac{\lambda}{2\mu}p_1^2+\mu_n^2}{\lambda_m^2+\delta_n^2}+\frac{\frac{\lambda}{2\mu}p_1^2-\delta_n^2}{\lambda_m^2+\delta_n^2}\right)-V_m, \quad m=1, 2, \cdots$$

$$\frac{4}{l}(a_n p_n + b_n q_n)\varphi(\delta_n^2)\operatorname{sh}\delta_n l =$$

$$=\frac{2}{a}\frac{\mu_n J_0(\gamma_n)}{J_2^2(\gamma_n)}\sum_{m=1}^{\infty}A_m\varphi(\beta_m^2)\, I_1(\beta_m a)(2\lambda_m^2 -$$

$$-p_2^2)\left(\frac{1}{\mu_n^2+\alpha_m^2}-\frac{1}{\mu_n^2+\beta_m^2}\right)-U_{1n}, \quad n=1, 2, \cdots$$

$$\frac{4}{l}(a_n q_n + b_n p_n)\varphi(\delta_n^2)\operatorname{sh}\delta_n l =$$

$$=\frac{2}{a}\frac{\mu_n J_0(\gamma_n)}{J_2^2(\gamma_n)}\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^m A_m\varphi(\beta_m^2)\, I_1(\beta_m a)\times$$

$$\times(2\lambda_m^2 - p_2^2)\left(\frac{1}{\mu_n^2+\alpha_m^2}-\frac{1}{\mu_n^2+\beta_m^2}\right)-U_{2n}, \quad n=1, 2, \cdots$$

где U_{1n}, U_{2n} — коэффициенты разложения в ряд Фурье-Бесселя по $J_1(\mu_n r)$ функций $U_1(r)$ и $U_2(r)$;

$$V(z) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \sin \lambda_m z$$

$$\frac{4}{l} p_n = \frac{2\delta_n \mu_n}{\operatorname{sh} \delta_n l} - \frac{p_1^2}{\delta_n \mu_n}\left(\frac{\lambda}{2\mu} p_1^2 - \delta_n^2\right)\frac{1}{\operatorname{sh} \delta_n l}$$

$$\frac{4}{l} q_n = 2\delta_n \mu_n \operatorname{cth} \delta_n l - \frac{p_1^2}{\delta_n \mu_n}\left(\frac{\lambda}{2\mu} p_1^2 - \delta_n^2\right)\operatorname{cth} \delta_n l$$

$$\psi_m = \frac{a}{2}\left[\frac{2\lambda_m^2 - p_2^2}{2\lambda_m \alpha_m}\left(\alpha_m^2 - \frac{\lambda}{2\mu} p_1^2\right)\frac{I_0(\alpha_m a)}{I_1(\alpha_m a)} - \beta_m \frac{I_0(\beta_m a)}{I_1(\beta_m a)} + \frac{1}{a}\,\frac{p_2^2}{2\lambda_m^2}\right]$$

Если перейти к новым переменным $Z_m = \frac{1}{a} A_m \sigma(\beta_m^2) I_1(\beta_m a)$, $X_n = \frac{1}{l}(b_n + a_n)\sigma(\delta_n^2)\operatorname{sh}\delta_n l\, J_0(\gamma_n)$, $Y_n = \frac{1}{l}(b_n - a_n)\sigma(\delta_n^2)\operatorname{sh}\delta_n l\, J_0(\gamma_n)$, то легко заметить, что общая задача о колебаниях распадается на две независимых задачи: задачу определения колебаний, симметричных относительно плоскости $z = \frac{l}{2}$

$$X_n = \sum_{m=2,4,\ldots}^{\infty} a_{nm} Z_m - \frac{U_{1n} + U_{2n}}{q_n + p_n} J_0(\gamma_n) \qquad n = 1, 2, \cdots$$

$$Z_m = \sum_{n=1}^{\infty} b_{mn} X_n - \frac{1}{\psi_m} V_m \qquad m = 2, 4, \cdots \tag{1.6}$$

и задачу о кососимметричных колебаниях

$$Y_n = \sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} c_{nm} Z_m - \frac{U_{1n} - U_{2n}}{q_n - p_n} J_0(\gamma_n) \qquad n = 1, 2, \cdots$$

$$Z_m = \sum_{n=1}^{\infty} b_{mn} Y_n - \frac{1}{\psi_m} V_m \qquad m = 1, 3, \cdots \tag{1.7}$$

В формулах (1.6), (1.7) принято во внимание, что $\frac{J_0^2(\gamma_n)}{J_2^2(\gamma_n)} = 1$, и введены обозначения

$$a_{nm} = \frac{\mu_n}{q_n + p_n}(2\lambda_m^2 - p_2^2)\left(\frac{1}{\mu_n^2 + \alpha_m^2} - \frac{1}{\mu_n^2 + \beta_m^2}\right)$$

$$b_{mn} = \frac{\lambda_m}{\psi_m}\left(\frac{\frac{\lambda}{2\mu} p_1^2 + \mu_n^2}{\lambda_m^2 + \delta_n^2} + \frac{\frac{\lambda}{2\mu} p_1^2 - \delta_n^2}{\lambda_m^2 + \alpha_n^2}\right)$$

$$c_{nm}=\frac{\mu_n}{q_n-p_n}\left(2\gamma_m^2-p_2^2\right)\left(\frac{1}{\mu_n^2+\alpha_m^2}-\frac{1}{\mu_n^2+\beta_m^2}\right)$$

§2. При исследовании бесконечных систем (1.6) и (1.7) достаточно рассмотреть одну из них, например, (1.6). Она соответствует случаю колебаний, симметричных относительно плоскости $z=\frac{l}{2}$. Существование решения второй системы доказывается аналогично. С помощью известных тождеств [3]

$$\frac{2}{a}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{k}{\mu_n^2+k^2}=\frac{I_0(ka)}{I_1(ka)}-\frac{2}{ka},\qquad \frac{4}{\pi}\sum_{m=2,4,\ldots}^{\infty}\frac{k}{m^2+k^2}=\operatorname{cth}\frac{\pi k}{2}-\frac{2}{\pi k}$$

выражения $\frac{1}{\gamma_m}\varphi_m$ и $\frac{1}{\mu_n}(q_n+p_n)$ преобразуются к следующему виду:

$$\frac{1}{\mu_n}(q_n+p_n)=\sum_{m=2,4,\ldots}^{\infty}\frac{2\delta_n^2}{\delta_n^2+\gamma_m^2}+p_1^2\left(\frac{\delta_n^2}{\mu_n^2}-\frac{\lambda}{2\mu}\frac{p_1^2}{\mu_n^2}\right)\sum_{m=2,4,\ldots}^{\infty}\frac{1}{\varepsilon_n^2+\gamma_m^2}+$$

$$+p_1^2\frac{2\mu\delta_n^2-\lambda p_1^2}{4\mu\varepsilon_n^2\mu_n^2}+1$$

$$\frac{1}{\gamma_m}\varphi_m=\left(1-\frac{p_2^2}{2\gamma_m^2}\right)\left(\frac{\lambda}{2\mu}p_1^2-\alpha_m^2\right)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\alpha_m^2+\mu_n^2}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\beta_m^2}{\beta_m^2+\mu_n^2}+$$

$$+\frac{p_1^2}{2\gamma_m^2}\left(\frac{\lambda}{\mu}\gamma_m^2+\frac{\lambda}{2\mu}-1-\frac{\lambda}{2\mu}\frac{p_2^2}{\alpha_m^2}\right)$$

Рассмотрим сумму коэффициентов первого уравнения системы (1.6)

$$\sum_{m=2,4,\ldots}^{\infty}a_{nm}=$$

$$=\frac{(p_2^2-p_1^2)\displaystyle\sum_{m=2,4,\ldots}^{\infty}\frac{2\gamma_m^2-p_2^2}{(\gamma_m^2+\delta_n^2)(\gamma_m^2+\varepsilon_n^2)}}{\displaystyle\sum_{m=2,4,\ldots}^{\infty}\frac{2\delta_n^2}{\gamma_m^2-\delta_n^2}+p_1^2\left(\frac{\delta_n^2}{\mu_n^2}-\frac{\lambda}{2\mu}\frac{p_1^2}{\mu_n^2}\right)\sum_{m=2,4,\ldots}^{\infty}\frac{1}{\gamma_m^2+\varepsilon_n^2}+p_1^2\frac{2\mu\delta_n^2-\lambda p_1^2}{4\mu\varepsilon_n^2\mu_n^2}+1}$$

$$n=1,2,\cdots$$

Сравнив суммы, стоящие в числителе и знаменателе, легко получить достаточные условия квазирегулярности системы

$$\beta_M^2>0;\quad \mu_N^2>2p_1^2\frac{\gamma_M^2(1+\vartheta)^2}{\beta_M^2(1+2\vartheta)};\quad \varepsilon_N\, l\operatorname{cth}\delta_N l>\frac{(1+2\vartheta)^2}{\vartheta(1+\vartheta)}\qquad(2.1)$$

Аналогично можно представить сумму коэффициентов второго уравнения системы (1.6)

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_{mn} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{\mu}+1\right)\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2\lambda_m^2-p_2^2}{(\lambda_m^2+\delta_n^2)(\lambda_m^2+\varepsilon_n^2)}}{\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}+1\right)\lambda_m^2+\frac{1}{2}p_2^2\left(\frac{\lambda}{2\mu}+1\right)\left(\frac{p_2^2}{\lambda_m^2}-\frac{\mu_n^2}{\lambda_m^2}+1\right)}{(\mu_n^2+\alpha_m^2)(\mu_n^2+\beta_m^2)}+G_m},$$

$$m=2,\ 4,\cdots$$

где

$$G_m=\frac{1}{2\lambda_m^2}\left(\frac{\lambda}{\mu}\lambda_m^2+\frac{\lambda}{2\mu}-1-\frac{\lambda}{2\mu}\frac{p_2^2}{\alpha_m^2}\right)$$

Очевидно, что найдется такое M, что как только $m>M_1$, числитель и знаменатель дроби будут положительны. Составим разность между суммами, стоящими в знаменателе и числителе

$$\Delta=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\frac{1}{2}p_2^2\left(\frac{\lambda}{2\mu}+1\right)\left(1+\frac{p_2^2}{\lambda_m^2}-\frac{\mu_n^2}{\lambda_m^2}\right)+\frac{\lambda}{2\mu}(p_1^2+p_2^2)+p_1^2}{(\mu_n^2+\alpha_m^2)(\mu_n^2+\beta_m^2)}=$$

$$=\frac{p_2^2}{\lambda_m^2}\left(\frac{\lambda}{2\mu}+1\right)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(1+\varkappa)\lambda_m^2-\mu_n^2+p_2^2}{(\mu_n^2+\alpha_m^2)(\mu_n^2+\beta_m^2)}$$

В последней сумме обозначено $\varkappa=\frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}$. Отбросив положительный коэффициент перед суммой $\left(\frac{\lambda}{2\mu}+1\right)\frac{p_2^2}{\lambda_m^2}$ и сумму $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{p_2^2}{(\mu_n^2+\alpha_m^2)(\mu_n^2+\beta_m^2)}$, рассмотрим сумму

$$\Delta'=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(1+\varkappa)\lambda_m^2-\mu_n^2}{(\mu_n^2+\alpha_m^2)(\mu_n^2+\beta_m^2)}\qquad m=2,\ 4,\cdots$$

При больших m знак этого выражения определяется знаком первого члена разложения в ряд по степеням λ_m.

$$\Delta'=\frac{1}{p_2^2-p_1^2}\Bigg|(1+\varkappa)\lambda_m^2\left(\frac{a}{2\beta_m}\frac{I_0(\beta_m a)}{I_1(\beta_m a)}-\frac{1}{\beta_m^2}-\frac{a}{2\alpha_m}\frac{I_0(\alpha_m a)}{I_1(\alpha_m a)}+\frac{1}{\alpha_m^2}\right)-$$

$$-\frac{a}{2}\alpha_m\frac{I_0(\alpha_m a)}{I_1(\alpha_m a)}+\frac{a}{2}\beta_m\frac{I_0(\beta_m a)}{I_1(\beta_m a)}\Bigg|\approx\frac{a}{4}\frac{\varkappa}{\lambda_m}>0$$

Таким образом, найдется такое M_2, что при $m>M_2$ будет выполняться неравенство $\Delta>0$ и при

$$n > N \quad \text{и} \quad m > M = \max(M_1, M_2) \tag{2.2}$$

где N определено из условий (2.1), коэффициенты системы будут удовлетворять условию

$$\sum_{m=2,4,\ldots}^{\infty} a_{mn} < 1, \quad n > N, \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_{nm} < 1, \quad m > M$$

В обоих случаях суммируются коэффициенты, а не их абсолютные величины, так как при выполнении условия (2.2) $a_{mn} > 0$, $b_{nm} > 0$.

Свободные члены систем (1.6) и (1.7) ограничены, так как коэффициенты разложения V_m, U_{1n} и U_{2n} при $m \to \infty$ и $\mu_n \to \infty$ имеют следующий порядок [6, 7]:

$$V_m = 0\left(\gamma_m^{-\frac{1}{2}}\right), \qquad U_{1n} + U_{2n} = 0\left(\mu_m^{-\frac{1}{2}}\right)$$

Следовательно, порядок свободных членов в системе будет

$$\frac{1}{\varphi_m} V_m = 0\left(\gamma_m^{-\frac{1}{2}}\right), \qquad \frac{U_{1n} + U_{2n}}{q_n + p_n} J_0(\gamma_n) = 0\left(\mu_n^{-\frac{1}{2}}\right)$$

Таким образом, система (1.6) квазирегулярна, и если конечная система уравнений относительно $x_1, x_2, \cdots x_N$ и $z_2, z_4, \cdots z_M$, через которые можно выразить все остальные неизвестные, имеет единственное решение, то единственно и решение системы (1.6) [8].

Следует отметить некоторую ограниченность предложенного метода. Частота вынужденных колебаний не должна совпадать с собственными частотами бесконечного цилиндра со свободной от напряжений поверхностью и собственными частотами бесконечного слоя при нулевых напряжениях на плоскостях $z = 0$ и $z = l$. При этих значениях частоты ω выражения φ_m, $q_n + p_n$, $q_n - p_n$ обращаются в нуль. Это легко объяснить, так как $\varphi_m = 0$ есть частотное уравнение бесконечного цилиндра, а $q_n + p_n = 0$ и $q_n - p_n = 0$ — частотные уравнения колебаний бесконечного слоя, симметричных и кососимметричных относительно плоскости $z = \dfrac{b}{2}$.

Ленинградский политехнический институт
им. М. И. Калинина

Поступила 15 IV 1970

Օ. Ա. ԳԱԼՕՎԱ

ԳԼԱՆԻ ՀԱՐԿԱԴՐԱԿԱՆ ԵՐԿԱՅՆԱԿԱՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ՝ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԻ ՎՐԱ ՏՐՎԱԾ ԼԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դիտարկվում են վերջավոր գլանի առանցքասիմետրիկ տատանումները մակերևույթի վրա տրված լարումների դեպքում: Հարկադրական տատանում-

ների ամպլիտուդների նկատմամբ ստացված է հանրահաշվական գծային հավասարումների անվերջ սիստեմ։ Գլանի որևէ սեփական հաճախականության հետ հարկադրող ուժի հաճախականության չհամընկնելու ենթադրության դեպքում ապացուցված է սիստեմի քվազի-ռեգուլյարությունը։

ON FORCED LONGITUDINAL VIBRATIONS OF A CYLINDER WITH STRFSSES PRESCRIBED ON THE SURFACE

O. A GOLOVIN

Summary

The problem of the forced longitudinal axisymmetric vibrations of a finite cylinder with stresses prescribed on the lateral surface and bottoms is reduced to an infinite system of algebraic equations. The quasiregularity of this system is proved.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Lamé.* Lecons sur la theorie mathematique de l'elasticite des corps solids. Paris, 1852.
2. *Абрамян Б. Л.* К задаче, осесимметричной деформации круглого цилиндра. Докл. АН Арм. ССР, т. 19, №1, 1954.
3. *Валов Г. М.* Об осесимметричной деформации сплошного кругового цилиндра конечной длины. ПММ, т. 26, №4, 1962.
4. *Гринченко В. Т.* Осесимметричная задача теории упругости для толстостенного цилиндра конечной длины. Прикл. механ., т. 3, №8, 1967.
5. *Власов А. Г.* Сборник статей „Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн", в. 3, 1959.
6. *Ватсон Г.* Теория бесселевых функций. ИЛ, 1949.
7. *Харди Г. Х., Рогозинский В. В.* Ряды Фурье. 1962.
8. *Канторович Л. В., Крылов В. И.* Приближенные методы высшего анализа, 1962.