

А. М. СИМОНЯН

О ПЛОСКОЙ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАДАЧЕ НЕОДНОРОДНЫХ СОСТАВНЫХ ПОЛОС

Исследование ряда задач неоднородных линейно-упругих изотропных тел посвящены работы [1—7 и др.]

В настоящей статье в условиях плоской деформации исследуется равновесие двух склеенных экспоненциально-неоднородных по длине бесконечных полос, находящихся в тепловом потоке, под действием взаимно уравновешивающих нагрузок на ограниченном участке сторон.

Задача эта в первом приближении позволяет оценить перераспределение напряжений в нагруженных составных полосах, вызванное действием теплового потока, порождающего неоднородность материала.

Предполагается, что полосы имеют одни и те же показатели неоднородности и коэффициенты Пуассона и линейного расширения, а процесс склеивания их происходит при некоторой постоянной температуре и при отсутствии нагрузок; последнее допущение необходимо для принятия гипотезы о естественном состоянии тела для составной полосы.

Для решения поставленной задачи определяется решение для каждой отдельно взятой неоднородной полосы и удовлетворяются условия сопряжения на линии их склейивания.

1. Рассмотрим задачу об одной неоднородной полосе. Пусть коэффициент Пуассона ν , коэффициент теплопроводности k и коэффициент линейного теплового расширения α постоянны, и неоднородность материала определяется изменением модуля упругости E в одном направлении $E = E_0 e^{-by}$. Будем полагать, кроме того, что поле температур $T(x, y, t)$ в каждый момент времени удовлетворяет условию

$$\frac{z}{k} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma \rho e^{-by} \left| \frac{\partial T}{\partial y} \right| dy \leq C < \infty, \quad \text{где } \gamma - \text{теплоемкость, } \rho - \text{плотность}$$

материала. Условие это удовлетворяется, например, для случая действия мгновенного источника тепла или движущегося точечного источника тепла при наличии теплоотдачи на краях полосы [8]; оно триангулярно удовлетворяется при стационарном тепловом режиме.

Принимая, что материал находится в состоянии плоской деформации, а также учитывая условие теплопроводности, запишем уравнение сплошности для функции Эйри $\varphi(x, y)$:

$$\frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + 2b \left(\frac{\partial^3 \varphi}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^2 \partial y} \right) +$$

$$+ b^2 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{\gamma}{1-\gamma} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right) = - \frac{\alpha E}{1-\gamma} \frac{\beta \rho}{k} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.1)$$

Решение (1.1) будем искать в виде интеграла Фурье

$$\varphi(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x, \xi) e^{y+i\xi} d\xi \quad (1.2)$$

Тогда из (1.1) получим

$$\Phi'' - \left[\frac{\gamma b^2}{1-\gamma} + 2\xi(\xi - bi) \right] \Phi'' + \xi^2(\xi - bi)^2 \Phi = - \frac{E_0}{1-\gamma} \chi \quad (1.3)$$

где производные взяты по переменной x , а

$$\chi(x, \xi) = \frac{\alpha}{2\pi k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} \chi e^{-y(b+i\xi)} dy$$

Решение (1.3) имеет вид

$$\Phi(x, \xi) = \Phi_0(x, \xi) + \Phi_1(x, \xi) \quad (1.4)$$

где Φ_0 соответствует случаю отсутствия действия температуры, а Φ_1 — частное решение (1.3). Легко видеть, что при $b \neq 0$

$$\Phi_0(x, \xi) = \sum_{n=1}^4 k_n(\xi) e^{r_n(\xi)x} \quad (1.5)$$

где $k_n(\xi)$ — произвольные комплексные функции, а

$$r_n(\xi) = \gamma_n(\xi) + i\delta_n(\xi) \quad n = 1, 2, 3, 4 \quad (1.6)$$

Здесь принято

$$\begin{aligned} \delta(\xi) &= \pm \frac{1}{V^2} \sqrt{\sqrt{\left[\frac{c}{2} + \xi^2 + h(\xi) \right]^2 + [\beta(\xi) - b\xi]^2} - \frac{c}{2} - \xi^2 - h(\xi)} \\ \gamma(\xi) &= \frac{\beta(\xi) - b\xi}{2\xi(\xi)} \\ \sqrt{\frac{2}{c}} \beta(\xi) &= \pm \sqrt{\sqrt{\left(\frac{c}{4} + \xi^2 \right)^2 + b^2 \xi^2} - \frac{c}{2} - \xi^2} \\ h(\xi) &= -\frac{bc\xi}{2\beta(\xi)}, \quad c = \frac{\gamma b^2}{1-\gamma} \end{aligned}$$

причем значения γ_n и δ_n определяются комбинированием знаков в вышеприведенных выражениях $\delta(\xi)$ и $\gamma(\xi)$.

Для определения $\Phi_1(x, \xi)$ можно, например, осуществить преобразования по переменной x

$$\begin{aligned}\chi(x, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \chi(\zeta, z) e^{\zeta x} d\zeta \\ \Phi_1(x, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\zeta, z) e^{\zeta x} d\zeta\end{aligned}\quad (1.7)$$

Подставляя (1.7) в (1.3), получим

$$\varphi(\zeta, z) = -\frac{E_0}{1-\gamma} \frac{\chi(\zeta, z)}{\zeta^2(\zeta^2 + 2z^2 + c) + z^2(\zeta^2 - b^2) - 2bz(\zeta^2 + z^2)} \quad (1.8)$$

Используя соотношения Эйри, получим нижеследующие выражения для напряжений и перемещений с точностью до жесткого смещения

$$\begin{aligned}x_x(x, y) &= -\int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^4 e^{\gamma_n(z)x} \left\{ i_n(z) \cos \theta_n(x, y, z) - \right. \\ &\quad \left. - p_n(z) \sin \theta_n(x, y, z) \right\} z^2 dz + \frac{\partial^2 \varphi_1(x, y)}{\partial y^2} \\ x_y(x, y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^4 e^{\gamma_n(z)x} \left[[p_n(z) A_n(z) - p_n(z) B_n(z)] \cos \theta_n(x, y, z) - \right. \\ &\quad \left. - [p_n(z) A_n(z) + i_n(z) B_n(z)] \sin \theta_n(x, y, z) \right] dz + \frac{\partial^2 \varphi_1(x, y)}{\partial x^2} \\ \tau_{xy}(x, y) &= \int_{-\infty}^{\infty} z \sum_{n=1}^4 e^{\gamma_n(z)x} \left[[p_n(z) \dot{\gamma}_n(z) - i_n(z) \dot{\gamma}_n(z)] \sin \theta_n(x, y, z) - \right. \\ &\quad \left. - [i_n(z) \dot{\gamma}_n(z) + p_n(z) \dot{\gamma}_n(z)] \cos \theta_n(x, y, z) \right] dz - \frac{\partial^2 \varphi_1(x, y)}{\partial x \partial y} \\ u(x, y) &= \frac{1+\gamma}{E(y)} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ (1-\gamma) \sum_{n=1}^4 \frac{z^2 e^{\gamma_n(z)x}}{\gamma_n^2(z) + \dot{\gamma}_n^2(z)} \left\{ [\gamma_n(z) i_n(z) + \right. \right. \\ &\quad \left. + \dot{\gamma}_n(z) p_n(z)] \cos \theta_n(x, y, z) + [\dot{\gamma}_n(z) i_n(z) - \gamma_n(z) p_n(z)] \sin \theta_n(x, y, z) \right\} + \\ &\quad \left. + \gamma \sum_{n=1}^4 e^{\gamma_n(z)x} \left\{ [\gamma_n(z) i_n(z) - \dot{\gamma}_n(z) p_n(z)] \cos \theta_n(x, y, z) - [\dot{\gamma}_n(z) i_n(z) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \gamma_n(z) p_n(z)] \sin \theta_n(x, y, z) \right\} \right\} dz + \\ &\quad + \frac{1+\gamma}{E(y)} \int_{-\infty}^{\infty} dz \int_{-\infty}^{\infty} \frac{z^2(1-\gamma) - \dot{y}^2}{\zeta} i e^{(y\zeta + z)x} \psi(\zeta, z) d\zeta +\end{aligned}\quad (1.9)$$

$$\begin{aligned}
 & + (1 + v) \int_0^{(x, y)} z T(x, y) dx \\
 v(x, y) = & \frac{1+v}{E(y)} \int_{-\infty}^y \left\{ (1-v) \sum_{n=1}^4 [|b i_n(\tilde{z}) + \tilde{v} p_n(\tilde{z})| |A_n(\tilde{z}) \cos \theta_n(x, y, \tilde{z}) - \right. \\
 & - B_n(\tilde{z}) \sin \theta_n(x, y, \tilde{z}) | - |b p_n(\tilde{z}) - \tilde{v} i_n(\tilde{z})| |A_n(\tilde{z}) \sin \theta_n(x, y, \tilde{z}) + \right. \\
 & \left. + B_n(\tilde{z}) \cos \theta_n(x, y, \tilde{z}) | + e^{\tau_n(\tilde{z})} + \right. \\
 & \left. + \tilde{v}^2 \sum_{n=1}^4 |b |i_n(\tilde{z}) \cos \theta_n(x, y, \tilde{z}) - p_n(\tilde{z}) \sin \theta_n(x, y, \tilde{z})| + \right. \\
 & + \tilde{z} [i_n(\tilde{z}) \sin \theta_n(x, y, \tilde{z}) + p_n(\tilde{z}) \cos \theta_n(x, y, \tilde{z})] | e^{\tau_n(\tilde{z})} \right\} \frac{d\tilde{z}}{b^2 + \tilde{z}^2} + \\
 & + \frac{1+v}{E(y)} \int_{-\infty}^y d\tilde{z} \int_{-\infty}^{\tilde{z}} \frac{\tilde{z}^2 (1-v) - \tilde{v} \tilde{z}^2}{\tilde{z}} i e^{(\tilde{v}\tilde{z}-x)\tau_2(\tilde{z}, \tilde{z})} d\tilde{z} + \\
 & + (1-v) \int_0^{(x, y)} z T(x, y) dy
 \end{aligned}$$

где принято

$$\begin{aligned}
 k_n(\tilde{z}) = i_n(\tilde{z}) + \tilde{v} p_n(\tilde{z}), \quad \tilde{v}_n(x, y, \tilde{z}) = x \tilde{v}_n(\tilde{z}) + y \tilde{z} \\
 \tilde{\tau}_1(x, y) = \int_{-\infty}^y \Phi_1(x, \tilde{z}) e^{\tilde{v}\tilde{z}} d\tilde{z};
 \end{aligned}$$

а A_n и B_n определяются по формулам

$$A_n = \frac{c}{2} + \tilde{z}^2 + h_n, \quad B_n = -b\tilde{z} + \beta_n$$

где h_n и β_n берутся соответственными индексу \tilde{z} .

Таким образом, задача свелась к определению восьми функций $i_n(\tilde{z})$ и $p_n(\tilde{z})$ из соответствующих краевых условий.

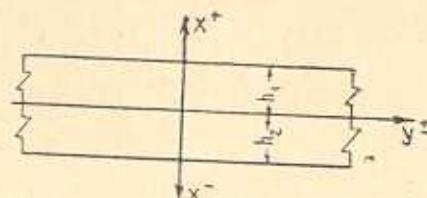
Полагая, что рассматриваемая полоса ограничена прямыми $x = 0$ и $x = a$ и на сторонах ее заданы краевые условия в напряжениях $\sigma_x(0, y)$, $\sigma_x(a, y)$, $\tau_{xy}(0, y)$, $\tau_{xy}(a, y)$, причем существуют соответствующие им несобственные интегралы $\int_{-\infty}^y |\tau_x(0, y)| dy \dots$ и т. д., для

определения функций $i_n(\tilde{z})$ и $p_n(\tilde{z})$ путем обратного преобразования в 1-м и 3-м уравнениях системы (1.9) получим нижеследующую систему алгебраических линейных уравнений:

$$\begin{aligned}
\sum_{n=1}^4 \lambda_n(\tilde{z}) &= -\frac{1}{2\pi\tilde{z}^2} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_x(0, y) \cos y \tilde{z} dy - \operatorname{Re}\Phi_1(0, \tilde{z}) \\
\sum_{n=1}^4 \mu_n(\tilde{z}) &= \frac{1}{2\pi\tilde{z}^2} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_x(0, y) \sin y \tilde{z} dy - \operatorname{Im}\Phi_1(0, \tilde{z}) \\
\sum_{n=1}^4 [\lambda_n(\tilde{z}) \cos \delta_n(\tilde{z}) h - \mu_n(\tilde{z}) \sin \delta_n(\tilde{z}) h] e^{i\gamma_n(\tilde{z})h} &= \\
&= -\frac{1}{2\pi\tilde{z}^2} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_x(h, y) \cos y \tilde{z} dy - \operatorname{Re}\Phi_1(h, \tilde{z}) \\
\sum_{n=1}^4 [\lambda_n(\tilde{z}) \sin \delta_n(\tilde{z}) h + \mu_n(\tilde{z}) \cos \delta_n(\tilde{z}) h] e^{i\gamma_n(\tilde{z})h} &= \\
&= -\frac{1}{2\pi\tilde{z}^2} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_x(h, y) \sin y \tilde{z} dy - \operatorname{Im}\Phi_1(h, \tilde{z}) \\
\sum_{n=1}^4 [\gamma_n(\tilde{z}) \lambda_n(\tilde{z}) - \delta_n(\tilde{z}) \mu_n(\tilde{z})] &= \\
&= -\frac{1}{2\pi\tilde{z}} \int_{-\infty}^{\infty} \tau_{xy}(0, y) \sin y \tilde{z} dy + \operatorname{Re}\Phi_{1x}(x, \tilde{z})|_{x=0} \\
\sum_{n=1}^4 [\delta_n(\tilde{z}) \lambda_n(\tilde{z}) + \gamma_n(\tilde{z}) \mu_n(\tilde{z})] &= \\
&= -\frac{1}{2\pi\tilde{z}} \int_{-\infty}^{\infty} \tau_{xy}(0, y) \cos y \tilde{z} dy + \operatorname{Im}\Phi_{1x}(x, \tilde{z})|_{x=0} \quad (1.10) \\
\sum_{n=1}^4 e^{i\gamma_n(\tilde{z})h} [\{ \delta_n(\tilde{z}) \lambda_n(\tilde{z}) + \gamma_n(\tilde{z}) \mu_n(\tilde{z}) \} \cos \delta_n(\tilde{z}) h + \\
&\quad + [\gamma_n(\tilde{z}) \lambda_n(\tilde{z}) - \delta_n(\tilde{z}) \mu_n(\tilde{z})] \sin \delta_n(\tilde{z}) h] = \\
&= -\frac{1}{2\pi\tilde{z}} \int_{-\infty}^{\infty} \tau_{xy}(h, y) \cos y \tilde{z} dy + \operatorname{Im}\Phi_{1x}(x, \tilde{z})|_{x=h} \\
\sum_{n=1}^4 e^{i\gamma_n(\tilde{z})h} [\{ \gamma_n(\tilde{z}) \lambda_n(\tilde{z}) - \delta_n(\tilde{z}) \mu_n(\tilde{z}) \} \cos \delta_n(\tilde{z}) h - \\
&\quad - [\delta_n(\tilde{z}) \lambda_n(\tilde{z}) + \gamma_n(\tilde{z}) \mu_n(\tilde{z})] \sin \delta_n(\tilde{z}) h] =
\end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{2\pi \tilde{\xi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\tau}_{xy}(h, y) \sin y dy + \operatorname{Re} \Phi_{1x}(x, \tilde{\xi})|_{x=h}$$

2. Перейдем к рассмотрению двух полос, склеенных вдоль одной из сторон (фиг. 1).



Фиг. 1.

Положим, что показатели неоднородности их совпадают $E^+(y) = E^-(y)$. Задача сопряжения сводится к выполнению нижеследующих условий:

$$\varepsilon_x^+(0, y) = \varepsilon_x^-(0, y), \quad \tau_{xy}^+(0, y) = -\tau_{xy}^-(0, y),$$

$$u^+(0, y) = -u^-(0, y), \quad v^+(0, y) = v^-(0, y).$$

Записывая эти условия в комплексной форме, осуществляя преобразования Фурье и приравнивая соответственно действительные и мнимые части, получим нижеследующие 8 уравнений:

$$\sum_{n=1}^4 [\gamma_n^+(\tilde{\xi}) - \gamma_n^-(\tilde{\xi})] = -\operatorname{Re} [\Phi_1^+(0, \tilde{\xi}) - \Phi_1^-(0, \tilde{\xi})]$$

$$\sum_{n=1}^4 [\mu_n^+(\tilde{\xi}) - \mu_n^-(\tilde{\xi})] = -\operatorname{Im} [\Phi_1^+(0, \tilde{\xi}) - \Phi_1^-(0, \tilde{\xi})]$$

$$\sum_{n=1}^4 [\gamma_n^+(\tilde{\xi}) \lambda_n^+(\tilde{\xi}) - \delta_n^+(\tilde{\xi}) \mu_n^+(\tilde{\xi}) - \gamma_n^-(\tilde{\xi}) \lambda_n^-(\tilde{\xi}) + \delta_n^-(\tilde{\xi}) \mu_n^-(\tilde{\xi})] =$$

$$= \operatorname{Re} [\Phi_1^+(x, \tilde{\xi}) - \Phi_1^-(x, \tilde{\xi})]_{x=0}$$

$$\sum_{n=1}^4 [\delta_n^+(\tilde{\xi}) \lambda_n^+(\tilde{\xi}) + \gamma_n^-(\tilde{\xi}) \mu_n^-(\tilde{\xi}) - \delta_n^-(\tilde{\xi}) \lambda_n^-(\tilde{\xi}) - \gamma_n^-(\tilde{\xi}) \mu_n^-(\tilde{\xi})] =$$

$$= \operatorname{Im} [\Phi_1^+(x, \tilde{\xi}) - \Phi_1^-(x, \tilde{\xi})]_{x=0}$$

$$\tilde{\xi}^2 \sum_{n=1}^4 \left\{ \frac{1-\nu}{\gamma_n^{+\nu}(\tilde{\xi}) + \delta_n^{+\nu}(\tilde{\xi})} [\gamma_n^+(\tilde{\xi}) \lambda_n^+(\tilde{\xi}) + \delta_n^+(\tilde{\xi}) \mu_n^+(\tilde{\xi})] + \right.$$

$$\left. + \frac{(1-\nu)\rho}{\gamma_n^{-\nu}(\tilde{\xi}) + \delta_n^{-\nu}(\tilde{\xi})} [\gamma_n^-(\tilde{\xi}) \lambda_n^-(\tilde{\xi}) + \delta_n^-(\tilde{\xi}) \mu_n^-(\tilde{\xi})] \right\} +$$

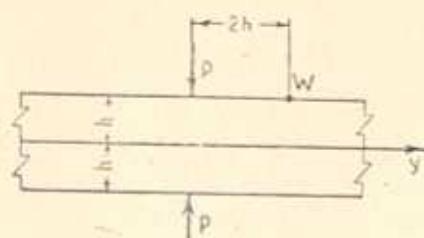
$$+ \sum_{n=1}^4 [\nu [\gamma_n^+(\tilde{\xi}) \lambda_n^+(\tilde{\xi}) - \delta_n^+(\tilde{\xi}) \mu_n^+(\tilde{\xi})] + \rho \nu [\gamma_n^-(\tilde{\xi}) \lambda_n^-(\tilde{\xi}) - \delta_n^-(\tilde{\xi}) \mu_n^-(\tilde{\xi})]] =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\tilde{z}} [F_1^+(y) + \nu F_1^-(y)] e^{-y\tilde{z}} dy \\
&\tilde{z}^2 \sum_{n=1}^k \left\{ \frac{1-\nu}{\gamma_n^{+2}(\tilde{z}) + \tilde{\delta}_n^{+2}(\tilde{z})} [\gamma_n^+(\tilde{z}) \mu_n^+(\tilde{z}) - \tilde{\delta}_n^+(\tilde{z}) \lambda_n^+(\tilde{z})] + \right. \\
&\quad \left. + \frac{(1-\nu)\nu}{\gamma_n^{-2}(\tilde{z}) + \tilde{\delta}_n^{-2}(\tilde{z})} [\gamma_n^-(\tilde{z}) \mu_n^-(\tilde{z}) - \tilde{\delta}_n^-(\tilde{z}) \lambda_n^-(\tilde{z})] \right\} + \\
&+ \sum_{n=1}^k [\nu \tilde{\delta}_n^+(\tilde{z}) \lambda_n^+(\tilde{z}) + \gamma_n^+(\tilde{z}) \mu_n^+(\tilde{z})] + \nu \nu [\tilde{\delta}_n^-(\tilde{z}) \lambda_n^-(\tilde{z}) + \gamma_n^-(\tilde{z}) \mu_n^-(\tilde{z})] = \\
&= \frac{1}{2\pi} \operatorname{Im} \int_{-\infty}^{\tilde{z}} [F_1^+(y) + \nu F_1^-(y)] e^{-y\tilde{z}} dy \quad (2.1) \\
&\sum_{n=1}^k [(1-\nu) |(bA_n^+(\tilde{z}) + \tilde{z}B_n^+(\tilde{z})) \lambda_n^+(\tilde{z}) + (\tilde{z}A_n^+(\tilde{z}) - bB_n^+(\tilde{z})) \mu_n^+(\tilde{z})| - \\
&- \nu(1-\nu) |(bA_n^-(\tilde{z}) + \tilde{z}B_n^-(\tilde{z})) \lambda_n^-(\tilde{z}) + (\tilde{z}A_n^-(\tilde{z}) - bB_n^-(\tilde{z})) \mu_n^-(\tilde{z})| + \\
&+ \nu \tilde{z}^2 |b\lambda_n^+(\tilde{z}) + \tilde{z}\mu_n^+(\tilde{z})| - \nu \nu \tilde{z}^2 |b\lambda_n^-(\tilde{z}) + \tilde{z}\mu_n^-(\tilde{z})|] = \\
&= \frac{b^2 + \tilde{z}^2}{2\pi} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\tilde{z}} [F_2^+(y) - \nu F_2^-(y)] e^{-y\tilde{z}} dy \\
&\sum_{n=1}^k [(1-\nu) |(bB_n^+(\tilde{z}) - \tilde{z}A_n^+(\tilde{z})) \lambda_n^+(\tilde{z}) + (bA_n^+(\tilde{z}) + \tilde{z}B_n^+(\tilde{z})) \mu_n^+(\tilde{z})| - \\
&- \nu(1-\nu) |(bB_n^-(\tilde{z}) - \tilde{z}A_n^-(\tilde{z})) \lambda_n^-(\tilde{z}) + (bA_n^-(\tilde{z}) + \tilde{z}B_n^-(\tilde{z})) \mu_n^-(\tilde{z})| + \\
&+ \nu \tilde{z}^2 |b\mu_n^+(\tilde{z}) - \tilde{z}\lambda_n^+(\tilde{z})| - \nu \nu \tilde{z}^2 |b\mu_n^-(\tilde{z}) - \tilde{z}\lambda_n^-(\tilde{z})|] = \\
&= \frac{b^2 + \tilde{z}^2}{2\pi} \operatorname{Im} \int_{-\infty}^{\tilde{z}} [F_2^+(y) - \nu F_2^-(y)] e^{-y\tilde{z}} dy
\end{aligned}$$

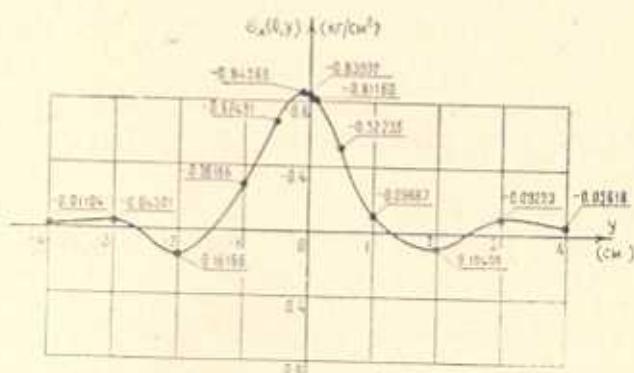
так

$$\begin{aligned}
F_1(y) &= \int_{-\infty}^{\tilde{z}} d\tilde{z} \int_{-\infty}^{\tilde{z}} \frac{\tilde{z}^2(1-\nu) - \nu \tilde{z}^2}{\tilde{z}} ie^{y\tilde{z}} \varphi(\cdot, \tilde{z}) d\tilde{z} \\
F_2(y) &= \int_{-\infty}^{\tilde{z}} d\tilde{z} \int_{-\infty}^{\tilde{z}} \frac{\tilde{z}^2(1-\nu) - \nu \tilde{z}^2}{\tilde{z}} ie^{y\tilde{z}} \varphi(\cdot, \tilde{z}) d\tilde{z}
\end{aligned}$$

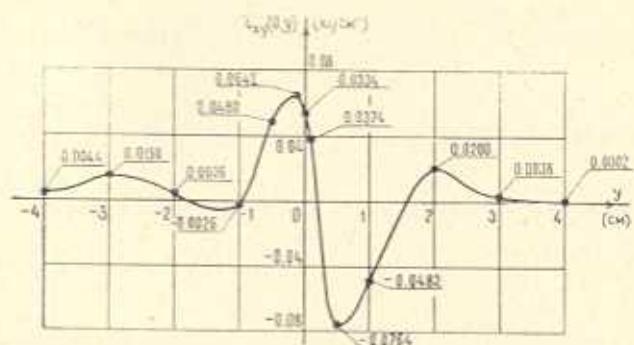
Добавляя к (2.1) 3-е, 4-е, 7-е и 8-е уравнения системы (1.10), примененные к верхней полосе для $h^+ = h_1$ и к нижней полосе для $h^- = h_2$,



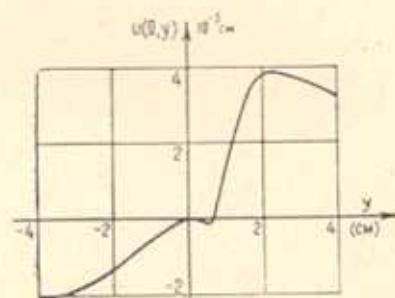
Фиг. 2.



Фиг. 3.



Фиг. 4



Фиг. 5

получим систему из 16 линейных алгебраических уравнений относительно $\psi_n^+(\xi)$, $\psi_n^-(\xi)$, $i_n^+(\xi)$ и $i_n^-(\xi)$.

3. Рассмотрим численный пример.

Пусть составная полоса сжимается двумя сосредоточенными силами P (фиг. 2) и подвергается действию точечного источника тепла. Предполагается, что составная полоса теплоизолирована сверху (при $x^+ = h$), а снизу ($x^- = h$) сообщается со средой с теми же тепловыми свойствами.

Эпюры напряжений и перемещения на линии $x = 0$, показанные на фиг. 3—5, определены при нижеследующих данных:

$$P = 1 \text{ кг}, \quad h = 1 \text{ см}, \quad \varphi = 2, \quad b = 1 \text{ см}^{-1}, \quad v = 0.3$$

$$\tau = 12 \cdot 10^{-6} \text{ 1/град}, \quad k = 0.008 \text{ ккал/час см 1град}, \quad w = 0.08 \text{ ккал/час см.}$$

Численное решение системы линейных 16 уравнений проведено на машине „Наира“.

Институт математики и механики

АН Армянской ССР

Поступила 30 IX 1969

А. М. СИМОНИАН

ԱՐԵՎԱՆԻ ԲԱՐՁՐԱԳՐԱՑԱԿ ԵՐԵՍԵՐԻ ՀԱՐՔ ԶԵՐՄԱՅԻՆ ԽԵԹԻ ՄԱՍԻՆ

Ա. մ ֆ ո ֆ ու մ

Աշխատանքում դիտարկվում է շերմային հոսքի մեջ գանգող և վերջավոր պիրույժում բեռնավորված էրապոնենցիալ-անհամասեռություն ունեցող բաղրակ շերտերի հավասարակշռությունը:

Ներկայացնելով էլեկտր ֆունկցիան ֆուրիեի ինտեգրալի տեսքով, խնդիրը բերվում է ինտեգրան գործակիցների նկատմամբ 16 զծային հանրահաշվական հավասարումների սխտեմի լուծմանը:

Բերված է թվային օրինակ:

ON THE PLANE TEMPERATURE PROBLEM OF NON-UNIFORM RESULTANT BELTS

A. M. SIMONIAN

S u m m a r y

The equilibrium of resultant exponentially non-uniform infinite belts under the influence of thermal flow and load on the limited areas of their sides has been investigated in this paper.

By means of the representation of the Airy function in the form of the Fourier integral, the problem has been reduced to the solution of 10-linear algebraic equations of relative arbitrary functions of integration.

A numerical example has been given.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Ду Чин-хуа.* Плоская задача теории упругости неоднородной изотропной среды. Проблемы механики сплошной среды. Изд. АН СССР, 1961.
2. *Ростовцев Н. А.* К теории упругости неоднородной среды. Прикл. математ. и механ., т. 28, в. 4, 1964.
3. *Лехницкий С. Г.* Радиальное распределение напряжений в кольце и полуплоскости с переменным модулем упругости. ПММ, т. XXVI, в. 1, 1962.
4. *Theodorescu P. P., Preecleanu M.* Quelques conditions sur le probleme des corps élastiques hétérogènes. Pergamon Press, London-New-York-Paris-Les-Andeles, 1959.
5. *Тер-Мкртичьян.* Некоторые задачи теории упругости неоднородных упругих сред. ПММ, т. XXV, в. 6, 1961.
6. *Кондзуми Такаси, Таниваки Тикара.* Температурные напряжения в данном сплошном цилиндре, у которого свойства зависят от температуры. Нихон кикай гаккай ромбунсю. Trans. Japan. Soc. Mech. Engrs., 1965, No. 221, 31.
7. *Мишику М., Теодосиу К.* Решение при помощи теории функций комплексного переменного статической плоской задачи теории упругости для неоднородных изотропных тел. ПММ, т. XXX, в. 2, 1966.
8. *Carslaw H. S. and Jaeger J. C.* Conduction of heat in solids. Oxford, 1947.