

Дж. Э. МКРТЧЯН

ТЕРМОУПРУГИЕ НАПРЯЖЕНИЯ В КРУГЛОЙ РАЗНОМОДУЛЬНОЙ ПЛАСТИНКЕ

В работе рассматриваются две осесимметричные термоупругие задачи плоского напряженного состояния для пластинок, изготовленных из разномодульного материала.

В первой задаче определяется напряженное состояние в круговом кольце при постоянных температурах на внешнем и внутреннем контурах. Во второй задаче определяются напряжения в сплошной круглой пластинке при постоянной температуре на контуре и при теплоотдаче на торцевых поверхностях пластинки.

Получены расчетные формулы для определения нормальных напряжений σ_r и σ_θ . Для определения границы областей первого и второго родов [1, 2] получено трансцендентное уравнение.

Для второй задачи рассмотрены числовые примеры и построены эпюры распределения нормальных напряжений.

§1. Рассмотрим круговое кольцо, находящееся в стационарном температурном поле, изготовленное из разномодульного материала, характеризующегося упругими постоянными E^+ , ν^+ (при растяжении) и E^- , ν^- (при сжатии).

На внутреннем контуре кольца ($r = a$) имеем постоянную температуру $T_0 > 0$, а на внешнем контуре ($r = b$) температура равна нулю.

Температура в любой точке кольца определяется из решения уравнения теплопроводности, которое при данных контурных условиях имеет вид [3, 4]

$$T = T_0 \frac{\ln \frac{b}{r}}{\ln \frac{b}{a}} \quad (1.1)$$

Предполагается, что в сечениях, параллельных плоскости кольца, напряжения отсутствуют, то есть имеем случай обобщенного плоского напряженного состояния. В рассматриваемой осесимметричной задаче касательное напряжение $\tau_{r\theta}$ отсутствует, а нормальные напряжения σ_r и σ_θ не зависят от полярного угла θ и являются функциями только от координаты r .

Решение задачи для одномодульного материала [3] показывает, что во всех точках кольца σ_r отрицательно, напряжение же σ_θ отрицательно на внутреннем контуре ($r = a$), положительно на внешнем ($r = b$) и является непрерывной функцией от r .

При решении рассматриваемой задачи принимается, что и для разномодульного материала везде $\varepsilon_r < 0$, а ε_0 в области кольца меняет свой знак, обращаясь в нуль на некоторой, пока неизвестной окружности $r = \rho$. Кольцо этой окружностью делится на две части. Первая часть ($a \leq r \leq \rho$) является областью первого рода, так как в этой части пластинки $\varepsilon_r \leq 0$, $\varepsilon_0 \leq 0$. Вторая часть ($\rho < r \leq b$) является областью второго рода, так как для нее $\varepsilon_r \leq 0$, а $\varepsilon_0 > 0$.

Рассмотрим каждую часть в отдельности.

Как известно [3, 4], для обычного изотропного материала, также и для областей первого рода, решение осесимметричной плоской температурной задачи сводится к определению функции напряжений φ , удовлетворяющей уравнению

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} - \frac{\varphi}{r^2} + \alpha E \frac{dT}{dr} = 0 \quad (1.2)$$

и соответствующим контурным условиям. Здесь α — коэффициент линейного теплового расширения материала.

Общее решение этого уравнения, с учетом (1.1), будет

$$\varphi = C_1 r + C_2 r^{-1} + \frac{\alpha T_0 E}{2 \ln \frac{b}{a}} r \ln r \quad (1.3)$$

Можно показать, что для областей второго рода, в случае осе симметричного напряженного состояния, уравнение относительно функции напряжений φ [5, 6] имеет вид

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} - \frac{a_{11}}{a_{22}} \frac{\varphi}{r^2} + \frac{\alpha}{a_{22}} \frac{dT}{dr} = 0 \quad (1.4)$$

где

$$a_{11} = \frac{1}{E}, \quad a_{22} = \frac{1}{E^+} \quad \text{при } \varepsilon_r < 0, \quad \varepsilon_0 > 0 \quad (1.5)$$

или

$$a_{11} = \frac{1}{E^-}, \quad a_{22} = \frac{1}{E} \quad \text{при } \varepsilon_r > 0, \quad \varepsilon_0 < 0 \quad (1.6)$$

Общий интеграл уравнения (1.4) будет

$$\varphi = C_3 r^{\beta} + C_4 r^{-\beta} + \frac{\alpha T}{a_{22} (1 - \beta^2) \ln \frac{b}{a}} r \quad (1.7)$$

где

$$\beta = \sqrt{\frac{a_{11}}{a_{22}}} \quad (1.8)$$

Входящие в (1.3) и (1.7) постоянные интегрирования C_i определяются из контурных условий задачи.

Для первой части ($a \leq r \leq \rho$) имеем функцию напряжений (1.3) и следующие контурные условия:

$$\text{при } r = a \quad \sigma_r = 0, \quad \text{при } r = \rho \quad \sigma_\theta = 0 \quad (1.9)$$

Для второй части ($\rho < r \leq b$) имеем функцию напряжений (1.7) и контурные условия

$$\text{при } r = \rho \quad \sigma_\theta = 0, \quad \text{при } r = b \quad \sigma_r = 0 \quad (1.10)$$

Напряжения σ_r и σ_θ выражаются через функцию напряжений φ известными соотношениями

$$\sigma_r = \frac{\varphi}{r}, \quad \sigma_\theta = \frac{d\varphi}{dr} \quad (1.11)$$

Удовлетворяя контурным условиям (1.9) и (1.10) с учетом (1.11), для неизвестных коэффициентов C_i получим

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{AE^-}{2(\rho^2 + a^2)} (\rho^2 - \rho^2 \ln \rho + a^2 \ln a) \\ C_2 &= \frac{AE^- \rho^2 a^2}{2(\rho^2 + a^2)} \left(1 + \ln \frac{\rho}{a} \right) \\ C_3 &= -\frac{AE^- \beta}{(1 - \beta^2)(b^{2\beta} + \rho^{2\beta})} (\rho^{2\beta+1} + \beta b^{2\beta+1}) \\ C_4 &= \frac{AE^- \beta \rho^{2\beta+1} b^{2\beta+1}}{(1 - \beta^2)(b^{2\beta} + \rho^{2\beta})} (b^{2\beta-1} - \beta \rho^{2\beta-1}) \end{aligned} \quad (1.12)$$

где

$$A = \frac{\alpha T_0}{\ln \frac{b}{a}} \quad (1.13)$$

Напряжения σ_r и σ_θ для каждой части кольца будут:
для первой части ($a \leq r \leq \rho$)

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{AE^-}{2r^2(\rho^2 + a^2)} \left[\rho^2(r^2 - a^2) + \rho^2 \left(r^2 \ln \frac{\rho}{r} - a^2 \ln \frac{\rho}{a} \right) - a^2 r^2 \ln \frac{r}{a} \right] \\ \sigma_\theta &= -\frac{AE^-}{2r^2(\rho^2 + a^2)} \left[a^2(\rho^2 - a^2) + a^2 \left(\rho^2 \ln \frac{\rho}{a} - r^2 \ln \frac{r}{a} \right) + \rho^2 r^2 \ln \frac{\rho}{r} \right] \end{aligned} \quad (1.14)$$

для второй части ($a < r < b$)

$$\begin{aligned} \tau_r &= -\frac{A\beta E^-}{(1-\beta^2)(b^{2\beta} + r^{2\beta})r^{\beta+1}} \left[\beta r^{2\beta} (b^{\beta+1} - r^{\beta+1}) - \right. \\ &\quad \left. - r^{\beta+1} (b^{2\beta} - r^{2\beta}) - \beta r^{\beta-1} b^{\beta+1} (b^{\beta-1} - r^{\beta-1}) \right] \\ \tau_\theta &= \frac{AE^- \beta^2}{(1-\beta^2)(b^{2\beta} + r^{2\beta})r^{\beta+1}} \left[\beta b^{\beta+1} (r^{2\beta} - r^{2\beta}) + \right. \\ &\quad \left. + b^{2\beta} (r^{\beta-1} - r^{\beta+1}) + r^{\beta+1} r^{\beta+1} (r^{\beta-1} - r^{\beta-1}) \right] \end{aligned} \quad (1.15)$$

В выражения (1.14) и (1.15) входит неизвестная величина β , которая определяется из условия непрерывности напряжения τ_r (или радиального перемещения) на границе областей первого и второго родов

$$\tau_r|_{r=a} = \tau_r|_{r=b} \quad (1.16)$$

Из (1.16) с учетом (1.14) и (1.15) получим следующее трансцендентное уравнение относительно β :

$$\begin{aligned} &(\beta - 1)^2 x^{2\beta+2} + (3\beta + 1)(\beta - 1) m^2 x^{2\beta} - 4\beta^2 x^{\beta-1} (x^2 + m^2) + \\ &+ (\beta + 1)^2 x^2 + (3\beta - 1)(\beta + 1) m^2 + 2(\beta^2 - 1) m^2 (1 + x^{2\beta}) \ln \frac{x}{m} = 0 \end{aligned} \quad (1.17)$$

где

$$x = \frac{a}{b}, \quad m = \frac{a}{b} \quad (1.18)$$

Сравнивая полученные здесь результаты с соответствующими результатами задачи о чистом изгибе кривой разномодульной балки [6] замечаем, что трансцендентное уравнение (1.17) идентично с уравнением, определяющим положение радиуса кривизны нейтрального слоя. Напряжения же τ_r и τ_θ отличаются от соответствующих напряжений только постоянным множителем.

При выполнении контурных условий (1.10) и (1.11) с учетом (1.12) можно показать [6], что $\int_a^b \tau_\theta dr = 0$, то есть в сечениях вдоль радиуса напряжения τ_θ приводятся к паре сил. Это и объясняет вышеуказанное качественное совпадение результатов сравниваемых задач.

Отметим также, что все допущения относительно знаков напряжений и единственность решения уравнения (1.17) можно считать доказанными, исходя из этого совпадения.

Таким образом, после определения β из уравнения (1.17) по формулам (1.14) и (1.15) можно вычислить напряжения τ_r и τ_θ .

§ 2. Рассмотрим теперь круглую тонкую пластинку, изготовленную из разномодульного материала. На боковой цилиндрической поверхности пластинки ($r = b$) задана постоянная температура $T_0 > 0$, а

на торцевых плоскостях происходит теплообмен с окружающей средой. Решение уравнения теплопроводности, при указанных контурных условиях, имеет вид [3, 4]

$$T = T_0 \frac{I_0(mz)}{I_0(m)} \quad (2.1)$$

где

$$m = \sqrt{\frac{2kb^2}{i\delta}}, \quad z = \frac{r}{b} \quad (2.2)$$

В (2.1) и (2.2) $\frac{k}{i}$ — коэффициент относительной теплопередачи, δ — высота пластинки, z — безразмерная координата точки, I_0 — модифицированные функции Бесселя нулевого порядка.

Из решения рассматриваемой задачи для обычного материала [3], следует, что в области круга ($0 \leq z \leq 1$), $\sigma_r > 0$, а σ_θ меняет свой знак, так как при $z = 0$ $\sigma_\theta > 0$, при $z = 1$ $\sigma_\theta < 0$ и является непрерывной функцией от z .

При решении задачи для случая разномодульного материала принимаем, что $\sigma_r \geq 0$, а σ_θ меняет свой знак, обращаясь в нуль на некоторой пока неизвестной окружности $z = x$.

В силу этого круг разделится на две части.

Первая часть ($0 \leq z \leq x$) является областью первого рода, так как для этой части $\sigma_r > 0$, $\sigma_\theta \geq 0$. Вторая часть ($x < z \leq 1$) является областью второго рода, так как для нее $\sigma_r \geq 0$, $\sigma_\theta < 0$.

Для первой части относительно функции напряжений φ имеем уравнение (1.2) и следующее контурное условие:

$$\text{при } z = x \quad \sigma_\theta = 0 \quad (2.3)$$

Для второй части имеем уравнение (1.5) и следующие контурные условия:

$$\text{при } z = x \quad \sigma_\theta = 0, \quad \text{при } z = 1 \quad \sigma_r = 0 \quad (2.4)$$

Решая уравнения (1.2), (1.5) и удовлетворяя контурным условиям (2.3) и (2.4) с учетом (1.11), для напряжений σ_r и σ_θ получим:

для первой части ($0 \leq z \leq x$)

$$\begin{aligned} \sigma_r &= BE \left[I_0(mx) - \frac{I_1(mx)}{mx} - \frac{I_1(mz)}{mz} \right] \\ \sigma_\theta &= BE \left[I_0(mx) - I_0(mz) + \frac{I_1(mz)}{mz} - \frac{I_1(mx)}{mx} \right] \end{aligned} \quad (2.5)$$

для второй части ($x < z \leq 1$)

$$\begin{aligned} \tau_r &= \frac{BmE^-}{2\beta(1+x^{2\beta})z^{1+\beta}} \left\{ (x^{2\beta} + z^{2\beta}) \int_x^1 (t^{1-\beta} - t^{1+\beta}) I_1(mt) dt - \right. \\ &\quad \left. - (1+x^{2\beta}) \left[z^{2\beta} \int_x^z t^{1-\beta} I_1(mt) dt - \int_x^z t^{1+\beta} I_1(mt) dt \right] \right\} \\ \tau_0 &= \frac{BmE^-}{2(1+x^{2\beta})z^{1+\beta}} \left\{ (z^{2\beta} - x^{2\beta}) \int_x^1 (t^{1-\beta} - t^{1+\beta}) I_1(mt) dt - \right. \\ &\quad \left. - (1+x^{2\beta}) \left[z^{2\beta} \int_x^z t^{1-\beta} I_1(mt) dt + \int_x^z t^{1+\beta} I_1(mt) dt \right] \right\} \quad (2.6) \end{aligned}$$

где

$$B = \frac{\beta T_0}{I_0(m)} \quad (2.7)$$

В выражения τ_r и τ_0 (2.5), (2.6) входит неизвестная величина x , которая определяется из условия непрерывности напряжения σ_r на границе раздела областей первого и второго родов:

$$\sigma_r|_{r=r-0} = \sigma_r|_{r=r+0} \quad (2.8)$$

Из условия (2.8) с учетом (2.5) и (2.6) получим следующее трансцендентное уравнение относительно x :

$$(1+x^{2\beta}) I_2(mx) - \beta mx^{2\beta-1} \int_x^1 (t^{1-\beta} - t^{1+\beta}) I_1(mt) dt = 0 \quad (2.9)$$

Нетрудно показать, что при любых значениях β и m $\tau_r > 0$ и уравнение (2.9) в промежутке $0 < x < 1$ имеет один действительный корень, который можно определить известными методами приближенных вычислений.

Для этой задачи при некоторых значениях параметров m , β определены величины напряжений τ_r и τ_0 в нескольких точках, расположенных вдоль радиуса.

При этом выражения для напряжений τ_r и τ_0 преобразованы к виду

$$\tau_r = \beta T_0 E^- K_1, \quad \tau_0 = \beta T_0 E^- K_2 \quad (2.10)$$

где K_1 и K_2 — функции, которые, как видно из формул (2.5) и (2.6), зависят от параметров m , β и от координаты точки z .

Таблица 1
 $\beta = 0.5$

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=1 \quad x=0.426484$	0.0000	0.2728	0.2728
	0.1036	0.2672	0.2560
	0.2132	0.2503	0.2052
	0.3199	0.2221	0.1202
	0.4265	0.1823	0.0000
	0.5699	0.1299	-0.0543
	0.7132	0.0861	-0.1244
	0.8566	0.0439	-0.2112
	1.0000	0.0000	-0.3161

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=5 \quad x=0.523351$	0.0000	0.7455	0.7455
	0.1308	0.7355	0.7152
	0.2617	0.7033	0.6129
	0.3925	0.6417	0.4010
	0.5234	0.5366	0.0000
	0.6425	0.4233	-0.1633
	0.7617	0.3115	-0.4454
	0.8808	0.1790	-0.9352
	1.0000	0.0000	-1.7906

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=10 \quad x=0.659777$	0.0000	0.3536	0.3536
	0.1649	0.3529	0.3514
	0.3299	0.3498	0.3388
	0.4948	0.3388	0.2797
	0.5598	0.2978	0.0000
	0.7448	0.2583	-0.1096
	0.8299	0.2097	-0.3554
	0.9149	0.1349	-0.9092
	0.0000	0.0000	-2.3614

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=15 \quad x=0.739289$	0.0000	0.2136	0.2136
	0.1848	0.2135	0.2135
	0.3696	0.2134	0.2125
	0.5545	0.2117	0.1985
	0.7393	0.1935	0.0000
	0.8045	0.1749	-0.0835
	0.8696	0.1488	-0.2980
	0.9348	0.1014	-0.8509
	1.0000	0.0000	-2.2792

Таблица 2
 $\beta = 0.7$

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=1 \quad x=0.501403$	0.0000	0.3789	0.3789
	0.1254	0.3711	0.3556
	0.2507	0.3478	0.2854
	0.3761	0.3086	0.1674
	0.5014	0.2535	0.0000
	0.6261	0.1928	-0.0625
	0.7507	0.1326	-0.2374
	0.8754	0.0691	-0.3947
	1.0000	0.0000	-0.5894

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=5 \quad x=0.595498$	0.0000	1.0982	1.0982
	0.1489	1.0852	1.0586
	0.2977	1.0425	0.9206
	0.4466	0.9571	0.6174
	0.5955	0.8042	0.0000
	0.6966	0.6630	-0.3642
	0.7977	0.4989	-0.9454
	0.8989	0.2882	-1.8747
	1.0000	0.0000	-3.3659

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=10 \quad x=0.711783$	0.0000	0.5791	0.5791
	0.1779	0.5783	0.5705
	0.3559	0.5743	0.5598
	0.5338	0.5587	0.4719
	0.7118	0.4939	0.0000
	0.7838	0.4371	-0.2287
	0.8569	0.3562	-0.8325
	0.9279	0.2260	-1.9354
	1.0000	0.0000	-4.1368

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=15 \quad x=0.777421$	0.0000	0.3704	0.3704
	0.1944	0.3704	0.3703
	0.3887	0.3701	0.3690
	0.5831	0.3677	0.3473
	0.7774	0.3373	0.0000
	0.8331	0.3083	-0.2244
	0.8887	0.2613	-0.7274
	0.9444	0.1742	-1.8566
	1.0000	0.0000	-4.3956

Таблица 3

 $\xi=1$

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=1, x=0,582610$	0.0000	0.5147	0.5147
	0.1457	0.5042	0.4832
	0.2913	0.4726	0.3882
	0.4370	0.4197	0.2281
	0.5826	0.3447	0.0000
	0.6870	0.2771	-0.2074
	0.7913	0.1974	-0.4537
	0.8957	0.1052	-0.7411
	1.0000	0.0000	-1.0722

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=5, x=0,668982$	0.0000	1.6032	1.6032
	0.1672	0.5867	1.5527
	0.3345	0.5311	1.3701
	0.5017	1.4156	0.9122
	0.6690	1.1946	0.0000
	0.7517	1.0209	-0.8199
	0.8345	0.7824	-2.0268
	0.9172	0.4539	-3.8047
	1.0000	0.0000	-6.4265

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=10, x=0,763552$	0.0000	0.9468	0.9468
	0.1909	0.9459	0.9437
	0.3818	0.9409	0.9220
	0.5727	0.9191	0.7919
	0.7636	0.8161	0.0000
	0.8227	0.7347	-0.7149
	0.8818	0.5993	-1.9733
	0.9409	0.3746	-4.1908
	1.0000	0.0000	-8.1028

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=15, x=0,815673$	0.0000	0.6440	0.6440
	0.2039	0.6440	0.6439
	0.4078	0.6437	0.6422
	0.6118	0.6401	0.6099
	0.8157	0.5893	0.0000
	0.8618	0.5433	-0.6114
	0.9078	0.4577	-1.8059
	0.9539	0.2982	-4.1415
	1.0000	0.0000	-8.7119

Таблица 4

 $\xi=1.5$

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=1, x=0,671418$	0.0000	0.6888	0.6888
	0.1679	0.6749	0.6470
	0.3357	0.6329	0.5206
	0.5036	0.5623	0.3066
	0.6714	0.4620	0.0000
	0.7536	0.3893	-0.4193
	0.8357	0.2868	-0.8997
	0.9179	0.1566	-1.4469
	1.0000	0.0000	-2.0652

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=5, x=0,740860$	0.0000	2.3423	2.3423
	0.1862	2.3217	2.2789
	0.3724	2.2504	2.0400
	0.5586	2.0946	1.4391
	0.7449	1.7766	0.0000
	0.8086	1.5639	-1.9363
	0.8724	1.2170	-4.5583
	0.9362	0.7086	-8.1131
	1.0000	0.0000	-12.9308

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=10, x=0,816585$	0.0000	1.5683	1.5683
	0.2041	1.5672	1.5646
	0.4083	1.5609	1.5361
	0.6124	1.5301	1.3425
	0.8166	1.3667	0.0000
	0.8624	1.2463	-1.9335
	0.9083	1.0153	-4.9440
	0.9541	0.6247	-9.6247
	1.0000	0.0000	-16.9079

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=15, x=0,855381$	0.0000	1.1447	1.1447
	0.2138	1.1447	1.1446
	0.4277	1.1443	1.1422
	0.6415	1.1390	1.0924
	0.8554	1.0521	0.0000
	0.8915	0.9765	-1.7760
	0.9277	0.8158	-4.7839
	0.9638	0.5185	-9.8811
	1.0000	0.0000	-18.5205

Таблица 5
β=2

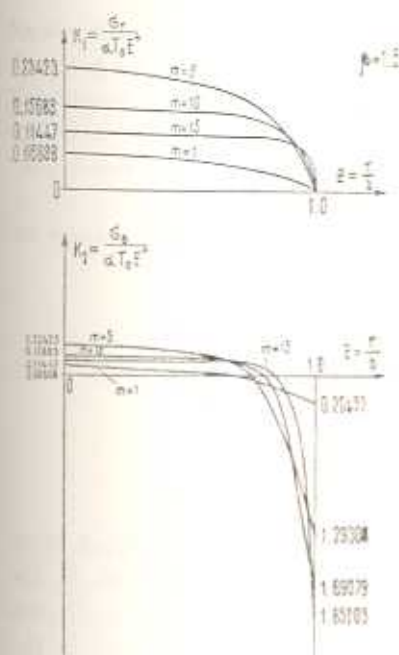
	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=1, \alpha=0,728966$	0,0000	0,8165	0,8165
	0,1822	0,8001	0,7672
	0,3645	0,7505	0,6179
	0,5467	0,6671	0,3645
	0,7290	0,5483	0,0000
	0,7967	0,4739	0,6657
	0,8645	0,3558	-1,4131
	0,9322	0,1973	-2,2531
	1,0000	0,0000	-3,1933

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=5, \alpha=0,793022$	0,0000	2,9526	2,2526
	0,1980	2,9291	2,8804
	0,3960	2,8467	2,6003
	0,5940	2,6605	1,8628
	0,7920	2,2264	0,0000
	0,8444	2,0237	-3,4011
	0,8960	1,5874	-7,7731
	0,9480	0,9260	-13,4074
	1,0000	0,0000	-20,6670

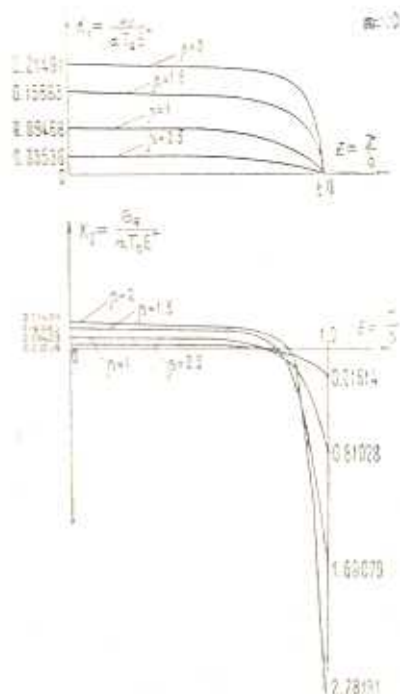
	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=10, \alpha=0,849643$	0,0000	2,1491	2,1491
	0,2124	2,1479	2,1450
	0,4248	2,1406	2,1113
	0,6372	2,1025	1,8635
	0,8496	1,8836	0,0000
	0,8872	1,7298	-3,7120
	0,9248	1,4067	-9,0521
	0,9624	0,8571	-16,7430
	1,0000	0,0000	-27,8191

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=15, \alpha=0,890504$	0,0000	1,6477	1,6477
	0,2201	1,6477	1,6476
	0,4403	1,6472	1,6447
	0,6604	1,6405	1,5792
	0,8805	1,5184	0,0000
	0,9104	1,4140	-3,5790
	0,9403	1,1738	-9,1171
	0,9701	0,7344	-17,6927
	1,0000	0,0000	-30,9712

Вычисления произведены на ЭЦВМ „Наири“ Учебно-вычислительной лаборатории Ереванского политехнического института имени К. Маркса.



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Результаты вычислений приведены в табл. 1–5. По этим данным, для большей наглядности, построены эшоры распределения напряжений σ_r и σ_θ (фиг. 1, 2).

Из приведенных в таблицах данных замечаем, что σ_r принимает свое максимальное значение при $z=0$, а для σ_θ наибольшие растягивающие напряжения получаются при $z=0$, наибольшие сжимающие — при $z=1$.

Сравнивая значения K_1 и K_2 в точках $z=0$ и $z=1$ для пластинок, имеющих разные параметры (m, β) , замечаем, что с увеличением β при одинаковых m (то есть с увеличением отношения E^-/E^+) увеличиваются наибольшие напряжения и наибольшие растягивающие и сжимающие напряжения σ_r .

При одинаковых значениях характеристики разномодульности β и при различных m с увеличением последнего увеличивается x (область положительных напряжений σ_θ) и увеличиваются наибольшие сжимающие напряжения σ_θ .

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Поступила 8 X 1970

2. 9. 06PS2500

ՏԱՐԱՄՈՒԿՈՒՄ ԿՈՐ ՍԱԼԵՐԻ ԶԵՐՄԱՆՈՑԶԳՈՒՄԸ ԿՐԻՆՄԵՆԵՐԸ

Ա մ ֆ ու ֆ ու ռ ը

Գիտարկված է տարամոդուլ նյութից պատրաստված կոր սալերի հարի շարվածային միանակի երկու առանցքառամետրիկ խնդիր: Առաջին խնդրով որոշված է շրջանային օղակի շարամետրեր արտաքին և ներքին կորագծերում հաստատուն շերտառեճանների արժան գեղորում: Երկրորդ խնդրով որոշված է հավ կոր սալի շարվածային միանակի արտաքին կորագծում հաստատուն շերտառեճանի, իսկ մակերևույթից շերտնջված արժան գեղորում:

Երկրորդ խնդրի համար հաշված են թվային օրինակներ և կատարված են նարմալ շարամետրերի էպյուրաներ:

THERMOELASTIC STRESSES IN THE CIRCULAR DIFFERENT-MODULUS PLATE

J. Z. MKRTCHIAN

S u m m a r y

Two axisymmetric thermoelastic problems of a plane stress state for plates made of different modulus material are considered. In the first problem the stress state in a circular ring for the case of constant temperatures on internal and external contours is found. In the second problem stresses in a circular plate with constant temperature on the contour and with thermoexchange on the plate butt-surfaces are determined.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Амбарцумян С. А., Хачатрян А. А. Основные уравнения теории упругости для материалов, разносопротивляющихся растяжению и сжатию. Инж. ж., МТТ, № 2, 1966.
2. Амбарцумян С. А. Уравнения плоской задачи разносопротивляемой или разномодульной теории упругости. Изв. АН Арм. ССР, Механика, т. XIX, № 2, 1966.
3. Мелан Э., Паркус Г. Термоупругие напряжения, вызываемые стационарными температурными полями. Физматгиз, М., 1958.
4. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. Изд. „Мир“, М., 1964.
5. Амбарцумян С. А. Уравнения теории температурных напряжений разномодульных материалов. Инж. ж., МТТ, № 5, 1968.
6. Мкртчян Дж. Э. Чистый изгиб кругового стержня, изготовленного из разномодульного материала. Изв. АН Арм. ССР, Механика, т. XXII, № 4, 1969.