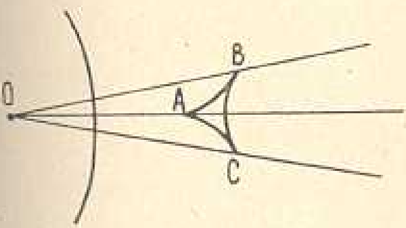
ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XXIII, № 4, 1970 Механика

А. А. ГУРГЕНЯН

УСТРАНЕНИЕ ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ДЛЯ МЕДЛЕННОЙ МАГНИТОЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ С УЧЕТОМ КОНЕЧНОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ

Пусть в проводящей жидкости, находящейся в однородном магнитном поле, в некоторой точке O расположен источник возмущений (фиг. 1). Выберем ось OX по направлению магнитного поля, а ось OY перпендикулярно к нему. Линеаризованные уравнения плоской магнитной гидродинамики с конечной электропроводностью имеют вид [1], [5]



Фиг. 1.

$$\begin{gathered}
\frac{\partial\rho}{\partial t}+\rho_0\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}\right)=qe^{-i\omega t}\,\delta(x)\,\delta(y)\\
\frac{\partial v_x}{\partial t}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial x}\\
\frac{\partial v_y}{\partial t}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial y}+\frac{B_0}{4\pi\rho_0}\left(\frac{\partial B_y}{\partial x}-\frac{\partial B_x}{\partial y}\right)\\
\frac{\partial P}{\partial t}=a_0^2\frac{\partial\rho}{\partial t}\\
\frac{\partial B_x}{\partial t}=-B_0\frac{\partial v_y}{\partial y}-\frac{\eta}{4\pi}\left(\frac{\partial^2 B_y}{\partial x\partial y}-\frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2}\right)\\
\frac{\partial B_y}{\partial t}=B_0\frac{\partial v_y}{\partial x}+\frac{\eta}{4\pi}\left(\frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2}\right)
\end{gathered}\qquad(1)$$

где v_x, v_y — компоненты скорости по осям, B_0, a_0, ρ_0 — невозмущенные магнитное поле, скорость звука и плотность. P, ρ, B_x, B_y — возмущенные значения давления, плотности и компонент магнитного поля, причем правая часть первого уравнения (1) соответствует источнику массы в точке O с расходом $qe^{-i\omega t}$. Примем $q=\dfrac{q_0}{(-i\omega)^k}$, т. е. переходим к периодическим решениям.

Для перехода от периодического решения к некоторому переменному во времени решению применяется обратное преобразование Фурье по ω.

Решение уравнений (1), когда правая часть первого уравнения (1) имеет вид $q_0t^{k-1}\sigma(t)/\Gamma(k)$, где $\sigma(t)=1$ при $t>0$ и $\sigma(t)=0$ при $t<0$, в случае бесконечной электропроводности $\sigma=1/\eta=\infty$ в окрестност особой точки B медленной магнитозвуковой волны ABC (фиг. 1) методом интеграла Фурье исследовано в (4), причем вблизи B для давления получено

$$P_0 = B(-\xi)^{-\frac{1}{4}} F \tag{2}$$

где

$$\xi = \left(\frac{2}{x\dfrac{\partial^3\alpha}{\partial\beta^3}}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\partial\alpha}{\partial\beta}x + y\right)$$

$$B = \frac{q_0}{4\sqrt{\pi}} \frac{a_0^2(1-a_1^2k^2)(a_0^2+a_1^2-a_0^2a_1^2\alpha^2)}{\alpha(2a_0^2a_1^2-a_0^2-a_1^2)} \left(\frac{2}{x\dfrac{\partial^3\alpha}{\partial\beta^3}}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{3}$$

$$F = \frac{1}{2\pi} \frac{2^{k_1}u^{\frac{1}{6}}\Gamma(k_1)\Gamma\left(\frac{1}{6}-k_1\right)\cos\pi k_1}{\Gamma\left(\frac{1}{6}+k_1\right)\sin\pi\left(\frac{1}{6}+k_1\right)} F_1 - \frac{2^{-k_1}u^{\frac{1}{6}}}{k_1\Gamma(k_1)\sin\pi k_1} F_2$$

$$\theta > u$$

$$F = \frac{1}{2\pi} \frac{2^{k_1}u^{\frac{1}{6}}\Gamma(k_1)\Gamma\left(\frac{1}{6}-k_1\right)\cos\pi k_1}{\Gamma\left(\frac{1}{6}+k_1\right)\sin\pi\left(\frac{1}{6}+k_1\right)} F_1 +$$

$$+ \frac{2^{-k_1}u^{\frac{1}{6}}\cos\pi k_1}{k_1\Gamma(k_1)\sin\pi k_1} F_2 \qquad -u < \theta < u \tag{4}$$

$$F = -\frac{2^{k_1+1}u^{\frac{1}{6}}\Gamma(k_1)\cos\pi k_1\sin\pi k_1}{\Gamma\left(\frac{5}{6}+k_1\right)\Gamma\left(\frac{1}{6}+k_1\right)(-1+2\cos 2\pi k_1)} F_1 -$$

$$-\frac{2^{-k_1}u^{\frac{1}{6}}}{k_1\Gamma(k_1)} F_2 \qquad \theta < -u$$

причем $k_1 = k - 3/2$, $u = 2/3(-\xi)^{3/2}$, $\Theta = \alpha x + \beta y - t$, $\Theta = u$ — уравнение волны BC, $\Theta = -u$ — уравнение AB (фиг. 1)

$$F_1 = |\Theta|^{k_1-\frac{1}{6}} F\left(-\frac{k_1}{2}+\frac{1}{12}, -\frac{k_1}{2}+\frac{7}{12}, -k_1+1, 1-\frac{u^2}{\Theta^2}\right)$$

$$F_2 = |\Theta|^{k_1-\frac{1}{6}} \left|1-\frac{u^2}{\Theta^2}\right|^{k_1} F\left(\frac{k_1}{2}+\frac{1}{12}, \frac{k_1}{2}+\frac{7}{12}, k_1+1, 1-\frac{u^2}{\Theta^2}\right) \tag{5}$$

Решение (2) имеет особенность при $u=0$, $\theta=0$. Для устранения особенности нужно учитывать либо нелинейность, либо диссипативные эффекты (вязкость, конечную электропроводность и т. д.).

Исключая из системы (1) v_x, v_y, ρ, B_x, B_y, получим уравнение для давления [2]

$$\left(\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-a_0^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-a_1^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\right)-a_0^2\frac{\partial^2}{\partial t^2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\frac{\eta}{4\pi}\left(a_0^2\frac{\partial^2}{\partial y^2}-\frac{\partial^2}{\partial t^2}+a_0^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\right)P=\psi \tag{6}$$

В силу малости η правую часть уравнения (6) можно взять из решения при $\eta=0$ [4]

$$\psi=F=\frac{q_0\omega}{4\pi^2 i}\ a_0^2(\omega^2-a_1^2k^2) \tag{7}$$

где $k^2=\alpha^2+\beta^2$

Решение уравнения (6) ищем в виде [5]

$$P=e^{-i\omega t}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{i\alpha x+i\beta y}\ F_1(\alpha,\ \beta,\ \omega)\,d\alpha d\beta \tag{8}$$

Подставляя (8) в (6) и применяя формулу преобразования Фурье по x, y, можно для подынтегральной функции получить

$$F_1=\frac{F}{G}=\frac{\dfrac{q_0\omega}{4\pi^2 i}\ a_0^2(\omega^2-a_1^2k^2)}{\omega^2\{\omega^2-(a_0^2+a_1^2)k^2\}+a_0^2a_1^2\alpha^2k^2+\dfrac{\eta}{4\pi}i\omega k^2(\omega^2+a_0^2k^2)} \tag{9}$$

В дальнейшем изучается окрестность фронтов медленной магнитозвуковой волны ABC, поэтому следует исследовать особенности подынтегрального выражения (8), соответствующие $G=0$, где $G=0$ есть уравнение поверхности нормалей для (6).

Представим G в виде

$$G=G_0+\frac{1}{4\pi}i\omega k^2(\omega^2+a_0^2k^2) \tag{10}$$

где $G_0=0$ — уравнение поверхности нормалей (6) при $\eta=0$ (фиг. 2).

Разлагая α в ряд по степеням η и оставляя η в первой степени $\alpha=\alpha_0+\eta\alpha_1$, из уравнения $G=0$ можно найти

$$\alpha_1=i\omega^2\eta T \tag{11}$$

где

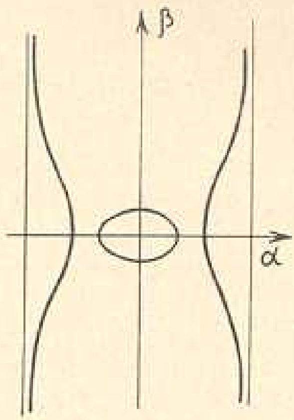
$$T=\frac{k^2(1+a_0^2k^2)}{8\pi\alpha_0(a_0^2+a_1^2-a_0^2a_1^2\alpha_0k^2)} \tag{12}$$

Применяя теорему о вычетах, для давления из (8) можно найти

$$P = \pi i e^{-i\omega t} \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{i\alpha_0 x + i\beta y}\, e^{-\omega^2 T \gamma x} \frac{F[\alpha(\beta, \omega), \beta, \omega]}{G_\alpha[\alpha(\beta, \omega), \beta, \omega]} d\beta \tag{13}$$

где $\alpha = \alpha(\beta, \omega)$ есть уравнение поверхности $G = 0$ (фиг. 2), причем для каждого значения β имеется по два значения α соответственно для быстрой и медленной волны.

В решении (13) вместо суммы четырех интегралов, соответствующих указанным значениям α, берется только один, соответствующий бегущей вправо медленной магнитозвуковой волне ABC.



Фиг. 2.

В интеграле (13) в силу малости γ в подинтегральной функции $\frac{F}{G_\alpha}$ можно брать $\alpha = \alpha_0$. Если обозначить $\frac{\alpha_0}{\omega} = \alpha_2$, $\frac{\beta}{\omega} = \beta_2$ и в дальнейшем индексы отбросить, то (13) запишется в виде

$$P = \pi i \omega e^{-i\omega t}\, e^{-\omega^2 T \gamma x} \frac{F(\alpha, \beta)}{G_\alpha(\alpha, \beta)} \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\alpha x + i\beta\omega y}\, d\beta \tag{14}$$

К интегралу (14) можно применить метод перевала и определить решение на фронте волны ABC [4].

Но наиболее интересно поведение решения вблизи острия B, где кривизна волны ABC бесконечна и соответственно $\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \beta^2} = 0$. Тогда можно для выражения $\alpha x + \beta y$ в (14) взять разложение по степеням $\beta - \beta_1$, полагая при этом $\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \beta^2} = 0$ при $\beta = \beta_1$. Согласно [4] решение (14) можно представить в виде

$$P = B \frac{\omega^{2/3}}{(-i\omega)^k} e^{i\omega h}\, e^{-\omega^2 T \gamma x}\, \Phi(\omega^{1/3} \xi) \tag{15}$$

где ξ и B даются формулами (3), $\Theta = \alpha x + \beta y - t$, Φ — функция Эйри.

Обратное преобразование Фурье для (15) в случае $\eta=0$ найдено в [4] и имеет вид (2). Воспользовавшись формулой обратного преобразования Фурье для функции, [6]

$$e^{-\omega^2 T\eta x} \div \frac{e^{-\frac{\theta^2}{4T\eta x}}}{\sqrt{4\pi T\eta x}} \tag{16}$$

на основании теоремы о свертке с учетом того, что $t = -\theta$, меняя знак τ, для (15) получим

$$P = \frac{1}{\sqrt{4\pi T\eta x}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\tau^2}{4T\eta x}} P_0(-\theta + \tau, \xi)\, d\tau \tag{17}$$

Подставляя (2) в (17), можно получить решение в окрестности точки B

$$P = \frac{1}{\sqrt{4\pi T\eta x}} \left\{ \int\limits_{-\infty}^{\theta-u} e^{-\frac{\tau^2}{4T\eta x}} P_{01}(-\theta + \tau, \xi)\, d\tau + \right.$$

$$\left. + \int\limits_{\theta-u}^{\theta+u} e^{-\frac{\tau^2}{4T\eta x}} P_{02}(-\theta + \tau, \xi)\, d\tau + \int\limits_{\theta+u}^{\infty} e^{-\frac{\tau^2}{4T\eta x}} P_{03}(-\theta + \tau, \xi)\, d\tau \right\} \tag{18}$$

Однако интересно рассмотреть поведение решения на луче OB $u=0$, т. е. $\xi = \frac{\partial\alpha}{\partial\beta} x + y = 0$. В этом случае (17) можно представить в виде

$$P = \frac{1}{\sqrt{4\pi T\eta x}} \left\{ \int\limits_{-\infty}^{\theta} e^{-\frac{\tau^2}{4T\eta x}} P_{01}(\theta - \tau, 0)\, d\tau + \right.$$

$$\left. + \int\limits_{0}^{\infty} e^{-\frac{\tau^2}{4T\eta x}} P_{03}(\tau - \theta, 0)\, d\tau \right\} \tag{19}$$

где P_{01}, P_{03} — соответственно решения (2) в области $\theta > u$ и $\theta < -u$ на луче $u=0$, которые можно получить, воспользовавшись представлением гипергеометрических функций (5) при $z \to 1$

$$F_1 = \left|\theta\right|^{k_1 - \frac{1}{6}} F\left(-\frac{k_1}{2} + \frac{1}{12}, -\frac{k_1}{2} + \frac{7}{12}, -k_1 + 1, 1\right) \approx$$

$$\approx \frac{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)\Gamma(-k_1 + 1)\left|\theta\right|^{k_1 - \frac{1}{6}}}{\Gamma\left(-\frac{k_1}{2} + \frac{11}{12}\right)\Gamma\left(-\frac{k_1}{2} + \frac{5}{12}\right)} \tag{20}$$

$$F_2 = |\theta|^{k_1-\frac{1}{6}} \left|1 - \frac{u^2}{\theta^2}\right|^{k_1} F\left(\frac{k_1}{2}+\frac{1}{12}, \frac{k_1}{2}+\frac{7}{12}, k_1+1, 1\right) \approx$$

$$\approx \frac{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)\Gamma(k_1+1)\,|\theta|^{k_1-\frac{1}{6}}}{\Gamma\left(\frac{k_1}{2}+\frac{11}{12}\right)\Gamma\left(\frac{k_1}{2}+\frac{5}{12}\right)} \tag{20}$$

Используя эти выражения, из (2) для P_{01} и P_{03} получим

$$P_{03} = B\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{6}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)\Gamma\left(\frac{1}{6}-k_1\right)\sin\pi\left(\frac{1}{6}+k_1\right)(-\theta)^{k_1-\frac{1}{6}}}{\pi\sqrt{\pi}}$$

$$P_{01} = B\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{6}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)\Gamma\left(\frac{1}{6}-k_1\right)\sin\frac{\pi}{3}\,\theta^{k_1-\frac{1}{6}}}{\pi\sqrt{\pi}} \tag{21}$$

Обозначая $A = \dfrac{B\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)\Gamma\left(\frac{1}{6}-k_1\right)}{3^{\frac{1}{6}}\pi\sqrt{\pi}}$ и подставляя (21) в (19), найдем

$$P = \frac{A\sin\frac{\pi}{3}}{\sqrt{4\pi T\eta x}} \int_{-\infty}^{\theta} (\theta-\tau)^{k_1-\frac{1}{6}} e^{-\frac{\tau^2}{4T\eta x}}\,d\tau +$$

$$+ \frac{A\sin\pi\left(\frac{1}{6}+k_1\right)}{\sqrt{4\pi T\eta x}} \int_{\theta}^{\infty} (\tau-\theta)^{k_1-\frac{1}{6}} e^{-\frac{\tau^2}{4T\eta x}}\,d\tau \tag{22}$$

Если в первом интеграле сделать замену переменной $\theta - \tau = y$, а во втором $\tau - \theta = z$, то интегралы приводятся к известному виду [7]

$$\int_0^{\infty} y^{k_1-\frac{1}{6}} e^{-\frac{(\theta-y)^2}{4T\eta x}}\,dy =$$

$$= (2T\eta x)^{\frac{k_1}{2}+\frac{5}{12}} \Gamma\left(k_1+\frac{5}{6}\right)\exp\left(-\frac{\theta^2}{8T\eta x}\right) D_{-k_1-\frac{5}{6}}\left(-\frac{\theta}{\sqrt{2T\eta x}}\right)$$

$$\int_0^{\infty} z^{k_1-\frac{1}{6}} e^{-\frac{(\theta+z)^2}{4T\eta x}}\,dz = \tag{23}$$

$$= (2T\eta x)^{\frac{k_1}{2}+\frac{5}{12}}\,\Gamma\left(k_1+\frac{5}{6}\right)\exp\left(-\frac{\theta^2}{8T\eta x}\right)D_{-k_1-\frac{5}{6}}\left(\frac{\theta}{\sqrt{2T\eta x}}\right) \tag{23}$$

где D — функция параболического цилиндра.

Окончательно для давления на луче $u=0$ получается

$$P = A\Gamma\left(k_1+\frac{5}{6}\right)\exp\left(-\frac{\theta^2}{8T\eta x}\right)\frac{(2T\eta x)^{\frac{k_1}{2}+\frac{5}{12}}}{\sqrt{4\pi T\eta x}}\times$$
$$\times\left\{D_{-k_1-\frac{5}{6}}\left(-\frac{\theta}{\sqrt{2T\eta x}}\right)\sin\frac{\pi}{3}+D_{-k_1-\frac{5}{6}}\left(\frac{\theta}{\sqrt{2T\eta x}}\right)\sin\pi\left(\frac{1}{6}+k_1\right)\right\} \tag{24}$$

В частном случае при $\theta=0$, что соответствует решению в самой точке B, используя соотношение [7]

$$D_{-k_1-\frac{5}{6}}(0)=\frac{1}{\Gamma\left(k_1+\frac{5}{6}\right)}\,\frac{\left(\frac{k_1}{2}-\frac{7}{12}\right)!}{2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{k_1}{2}+\frac{5}{12}}}=\frac{\Gamma\left(\frac{k_1}{2}+\frac{5}{12}\right)}{\Gamma\left(k_1+\frac{5}{6}\right)}\,2^{\frac{k_1}{2}-\frac{7}{12}} \tag{25}$$

из (24) можно получить

$$P = A\,\frac{(2T\eta x)^{\frac{k_1}{2}+\frac{5}{12}}}{\sqrt{4\pi T\eta x}}\,\Gamma\left(\frac{k_1}{2}+\frac{5}{12}\right)2^{\frac{k_1}{2}-\frac{7}{12}}\left\{\sin\frac{\pi}{3}+\sin\pi\left(\frac{1}{6}+k_1\right)\right\} \tag{26}$$

Решение вышепоставленной задачи в виде (16) показывает, что последнее получилось умножением решения в случае бесконечной проводимости на множитель $e^{-\omega^2 T\eta x}$, учитывающий конечную проводимость. Нетрудно показать, что и в сферическом случае решение с учетом конечной проводимости получится умножением решения [3] на тот же самый множитель.

Решение в этом случае запишется в виде

$$P = B\sqrt{i\omega}\,\frac{\omega^{8/3}}{(-i\omega)^{k}}\,e^{i\omega\theta}\,e^{-\omega^2 T\eta x}\,\Phi\left(\omega^{1/3}\xi\right) \tag{27}$$

где

$$B=\frac{q_0}{4\pi}\,\frac{a_0^2(1-a_1^2k^2)}{G_z(\alpha,\beta,\gamma)}\left(\frac{2}{x\frac{\partial^2\alpha}{\partial\beta^2}}\right)^{\frac{1}{3}}\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}\,x\frac{\partial^2\alpha}{\partial\gamma^2}}},\quad \theta=\alpha x+\beta y+\gamma z-t$$

Обратное преобразование Фурье для (27) при $\eta=0$ найдено в [3] и имеет вид

$$\frac{\dfrac{P_0}{A_0}}{\Gamma(1+k_1)} = \begin{cases} A_3 F_1 & \theta > u \\ A_3 F_1 + 2^{-k_1}\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{1}{6}} F_2 & -u < \theta < u \\ A_4 F_1 - 2^{-k_1-1}\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{1}{6}} \dfrac{\cos\pi k_1}{\sin\pi k_1} F_2 & \theta < -u \end{cases} \tag{28}$$

где

$$A_3 = \frac{k_1}{2\pi}\,\frac{2^{k_1}\,\Gamma^2(k_1)\,\Gamma\left(\dfrac{1}{6}-k_1\right)\sin\pi(k_1+1)}{\Gamma\left(\dfrac{1}{6}+k_1\right)\cos\pi\left(k_1+\dfrac{2}{3}\right)}$$

$$A_4 = -k_1\,\frac{2^{k_1+1}\,\Gamma^2(k_1)\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{1}{6}}\cos 2\pi k_1}{(1-2\cos 2\pi k_1)\,\Gamma\left(k_1+\dfrac{1}{6}\right)\Gamma\left(k_1+\dfrac{5}{6}\right)} \tag{29}$$

причем F_1 и F_2 даются формулами (5).

Обратное преобразование Фурье (27) с учетом конечной электропроводности найдется сверткой использованием соотношения (16)

$$P = \frac{1}{\sqrt{4\pi T\eta x}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\tau^2}{4T\eta x}}\,P_0(-\theta+\tau,\ \xi)\,d\tau \tag{30}$$

Подставляя (28) в (30), можно получить решение в окрестности точки B

$$\begin{aligned} P = {} & \frac{1}{\sqrt{4\pi T\eta x}}\int_{-\infty}^{\theta-u} e^{-\frac{\tau^2}{4T\eta x}}\,P_{01}(-\theta+\tau,\ \xi)\,d\tau + \\ & + \frac{1}{\sqrt{4\pi T\eta x}}\int_{\theta-u}^{\theta+u} e^{-\frac{\tau^2}{4T\eta x}}\,P_{02}(-\theta+\tau,\ \xi)\,d\tau + \\ & + \frac{1}{\sqrt{4\pi T\eta x}}\int_{\theta+u}^{\infty} e^{-\frac{\tau^2}{4T\eta x}}\,P_{03}(-\theta+\tau,\ \xi)\,d\tau \end{aligned} \tag{31}$$

где P_{01}, P_{02}, P_{03} вычисляются по формулам (28). При $n = 0$

$$P_{01}=A_3\frac{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)\Gamma(-k_1+1)\,\theta^{k_1-\frac{1}{6}}}{\Gamma\left(-\frac{k_1}{2}+\frac{11}{12}\right)\Gamma\left(-\frac{k_1}{2}+\frac{5}{12}\right)}$$

$$P_{03}=A_4\frac{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)\Gamma(-k_1+1)(-\theta)^{k_1-\frac{1}{6}}}{\Gamma\left(-\frac{k_1}{2}+\frac{11}{12}\right)\Gamma\left(-\frac{k_1}{2}+\frac{5}{12}\right)}- \tag{32}$$

$$-2^{-k_1-1}\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{6}}\frac{\cos\pi k_1\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)\Gamma(k_1+1)(-\theta)^{k_1-\frac{1}{6}}}{\sin\pi k_1\,\Gamma\left(\frac{k_1}{2}+\frac{11}{12}\right)\Gamma\left(\frac{k_1}{2}+\frac{5}{12}\right)}$$

При $u=0$, т. е. на луче $\xi=\frac{\partial\alpha}{\partial\beta}x+y=0$ решение (31) запишется в виде

$$P=\frac{1}{\sqrt{4\pi T\eta x}}\left\{\int_{-\infty}^{\theta}e^{-\frac{\tau^2}{4T\eta x}}P_{01}(\theta-\tau,\,0)\,d\tau+\right.$$
$$\left.+\int_{\theta}^{\infty}e^{-\frac{\tau^2}{4T\eta x}}P_{03}(\tau-\theta,\,0)\,d\tau\right\} \tag{33}$$

После вычисления этих интегралов, аналогично (22), для давления на на луче $u=0$ получится

$$P=\frac{(2T\eta x)^{\frac{k_1}{2}+\frac{5}{12}}}{\sqrt{4\pi T\eta x}}\Gamma\left(k_1+\frac{5}{6}\right)\exp\left(-\frac{\theta^2}{8T\eta x}\right)\times$$
$$\times\left\{CD_{-k_1-\frac{5}{6}}\left(-\frac{\theta}{\sqrt{2T\eta x}}\right)+BD_{-k_1-\frac{5}{6}}\left(\frac{\theta}{\sqrt{2T\eta x}}\right)\right\} \tag{34}$$

где C и B — коэффициенты при P_{01} и P_{03} в (32).

В частности, для точки B, т. е. при $\theta=0$, используя соотношение (25), решение можно получить в виде

$$P=\frac{(2T\eta x)^{\frac{k_1}{2}+\frac{5}{12}}}{\sqrt{4\pi T\eta x}}\Gamma\left(\frac{k_1}{2}+\frac{5}{12}\right)2^{\frac{k_1}{2}-\frac{7}{12}}(C+B)$$

Автор выражает свою благодарность канд. физ.-мат. наук Багдоеву А. Г. за постановку задачи и большую помощь в ее решении.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Поступила 28 X 1969

Ա. Ա. ԳՈՒՐԳԵՆՅԱՆ

ԴԱՆԴԱՂ ՄԱԳՆԻՍԱՁԱՅՆԱՅԻՆ ԱԼԻՔԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ԵԶԱԿԻՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱՑՈՒՄԸ ՎԵՐՋԱՎՈՐ ԷԼԵԿՏՐԱՀԱՂՈՐԴԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՀԱՇՎԱՌՈՒՄՈՎ

Ամփոփում

Հոդվածում որոշվում են գազի պարամետրերը դանդաղ մագնիսաձայնային ալիքի եզակի կետի մոտ: Մագնիսական հիդրոդինամիկայի հավասարումների սիստեմի լուծումը փնտրվում է Ֆուրյեի ինտեգրալի տեսքով և արտահայտվում է Էյրիի ֆունկցիայով:

Լապլասի հակադարձ ձևափոխմամբ գտնված է լուծումը փաթույթի (свертка) *տեսքով, որը պարունակում է անսահման հաղորդականության դեպքի լուծումը, արտահայտված հիպերերկրաչափական շարքերով: Եզակի կետով անցնող ճառագայթի վրա լուծումը արտահայտվում է պարաբոլական գլանի ֆունկցիայով:*

ELIMINATION OF THE SOLUTION'S SINGULARITY FOR THE SLOW MAGNETOACOUSTIC WAVE WITH FINITE CONDUCTIVITY

A. A. GURGUENIAN

Summary

The problem of the gas parameters determination near the singular point of the slow magnetoacoustic wave is considered. The solution of the equations of magnetogasodynamics, taking into account the finite conductivity, is found in the Fourier integral form and is expressed by the Airy function.

The inverse Laplace transform permits to find the solution by the convolution containing the solution for an infinite conducting fluid expressed by hypergeometric functions. On the ray, passing throughout a singular point, the solution is given by the parabolic cylinder function.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Рахматулин Х. А., Сагомонян А. Я., Бунимович А. И., Зверев И. Н.* Газовая динамика. М., 1965.
2. *Багдоев А. Г.* Некоторые нелинейные задачи о движении сжимаемой жидкости. Ереван, 1967.
3. *Багдоев А. Г., Оганян Г. Г.* Определение параметров газа вблизи каустики. Докл. АН Арм. ССР, т. XLIX, №2, 1969.
4. *Гургенян А. А.* Определение параметров газа вблизи особой точки медленной магнитозвуковой волны. Изв. АН Арм. ССР. Механика, т. XXIII, №1, 1970.
5. *Lighthill M. J.* Studies on magnetohydrodynamic waves. Philosophical Trans. of the Royal Soc., vol. 252, 1960.
6. *Владимиров В. С.* Уравнения математической физики. М., 1967.
7. *Градштейн И. С.* и *Рыжик И. И.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Физматгиз, М., 1962.