ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXIII, № 2, 1970 Механика

Р. Н. ОВАКИМЯН

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ КОАКСИАЛЬНЫХ ТОКОНЕСУЩИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

Одним из интересных аспектов в развитии новой техники с использованием сильных магнитных полей и сверхпроводимости является осуществление безконтактных опор или подвесов типа „магнитный подшипник" [1]. В этих устройствах устраняется непосредственный контакт между элементами конструкций, и передача механической энергии осуществляется через объем, заполненный магнитным полем. Силовые линии магнитного поля выполняют здесь роль „подушки", если элементы покоятся, или, дополнительно и роль „смазки", если осуществляется взаимное перемещение элементов конструкции.

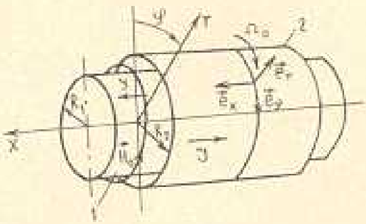
В этой связи представляет интерес рассмотрение задач по устойчивости системы упругих токонесущих поверхностей, разделенных магнитным полем, при их взаимном перемещении и, в частности, вращении.

В данной работе исследуется устойчивость двух коаксиальных цилиндрических токонесущих оболочек бесконечной длины к малым радиальным возмущениям, причем одна из оболочек вращается относительно другой с постоянной угловой скоростью Ω_0. Оболочки изготовлены из сверхпроводящего материала.

Выберем цилиндрическую систему координат x, φ, r ($\vec{e}_x$, $\vec{e}_\varphi$, $\vec{e}_r$ — единичные орты-векторы), совместив полярную ось x с коаксиальной осью оболочек (фиг. 1). Обозначим срединный радиус внутренней оболочки через R_1, наружной оболочки — через R_2, толщины оболочек принимаем одинаковыми и равными h.

Устойчивость системы рассматривается для двух случаев направления постоянного тока силы J, текущего по поверхности:

1. вдоль образующей оболочки;
2. по винтовой линии (типа цилиндрического соленоида).



Фиг. 1.

В обоих случаях величина силы тока J одинакова как для внутренней, так и наружной оболочек, и отличается взаимно противоположным направлением. Учитывая последнее обстоятельство, магнитное поле будет отличным от нуля лишь в коаксиальном зазоре.

В стационарном состоянии напряженность магнитного поля $\vec{H}_0$ определяется уравнениями Максвелла

$$\operatorname{rot} \vec{H}_0 = 0 \tag{1}$$

$$\operatorname{div} \vec{B}_0 = 0 \tag{2}$$

В общем случае в системе единиц СИ вектор магнитной индукции $\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$, где μ — относительная магнитная проницаемость, $\mu_0 = \mathrm{const}$ — магнитная проницаемость вакуума. Для обычных металлических проводников $\mu = 1$ и поэтому

$$\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}_0 \tag{3}$$

Индексом 1 обозначим все величины, относящиеся к внутренней оболочке, а индексом 2 — к наружной оболочке.

Случай 1. Пусть ток $\vec{J}$ течет по оболочке 1 вдоль оси x, а по оболочке 2 — в противоположном направлении. В этом случае на основании уравнений (1) — (3)

$$\vec{H}_0 = -\frac{J}{2\pi r}\vec{e}_\varphi \tag{4}$$

при $R_2 + \frac{h}{2} \geqslant r \geqslant R_1 + \frac{h}{2}$. В дальнейшем величиной $\frac{h}{2R}$ по сравнению с единицей на основании технической теории оболочек будем пренебрегать.

В общем случае на сверхпроводящую поверхность действует „магнитное давление“ [2], равное для оболочки 1

$$\vec{p}_1 = -\frac{(\vec{H}\cdot\vec{B})}{2}\vec{n}_1 \tag{5}$$

(магнитное поле расположено вне оболочки 1), а для оболочки 2

$$\vec{p}_2 = \frac{(\vec{H}\cdot\vec{B})}{2}\vec{n}_2 \tag{6}$$

(магнитное поле расположено внутри оболочки 2).

В этих выражениях $\vec{n}$ — вектор нормали к поверхности оболочки, равный в невозмущенном состоянии для двух оболочек: $\vec{n}_0 = \vec{e}_r$. Следовательно, „давление“ на основании уравнений (4) — (6) будет радиальным и равным:

для оболочки 1

$$\vec{p}_{10} = -\mu_0 \frac{J^2}{8\pi^2 R_1^2} \vec{e}_r \tag{7}$$

для оболочки 2

$$\vec{p}_{20} = \mu_0 \frac{J^2}{8\pi^2 R_2^2} \vec{e}_r \tag{8}$$

Пусть теперь поверхности оболочек получают радиальные осесимметричные возмущения малой величины, которые ищем в виде бегущих волн вдоль оси x:

для оболочки 1

$$\zeta_1 = \zeta_{01} e^{i(kx-\omega t)} \tag{9}$$

для оболочки 2

$$\zeta_2 = \zeta_{02} e^{i(kx-\omega t)} \tag{10}$$

где ζ_{01}, ζ_{02} — амплитуды колебаний, ω — круговая частота, k — волновое число.

Уравнение возмущенной поверхности оболочек задается в явной форме

$$r_n = R_n + \zeta_n \tag{11}$$

где r_n — текущий радиус оболочки ($n = 1, 2$).

Как известно, в случае задания поверхности уравнением вида (11), нормаль к поверхности равна

$$\vec{n}_n = -\left(\frac{p}{N}\right)_n \vec{e}_x + \frac{1}{N_n} \vec{e}_r$$

где

$$p_n = \frac{\partial r_n}{\partial x}, \quad N_n = \sqrt{p_n^2 + 1}$$

Пренебрегая по малости членами второго порядка $k\zeta_n$ по сравнению с единицей, что дает $N_n \approx 1$, получим для нормали следующее выражение:

$$\vec{n}_n = -\frac{\partial \zeta_n}{\partial x} \vec{e}_x + \vec{e}_r \tag{12}$$

Напряженность магнитного поля в возмущенном состоянии ищем в виде

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{h} \tag{13}$$

где $\vec{h}$ — возмущение напряженности магнитного поля, которое предполагается малым по сравнению с $\vec{H}_0$. Составляющие $\vec{h}$ также представляются соответственно ζ в виде

$$h_x = f_1(r) e^{i(kx-\omega t)}; \quad h_\varphi = f_2(r) e^{i(kx-\omega t)}; \quad h_r = f_3(r) e^{i(kx-\omega t)} \tag{14}$$

Уравнения Максвелла в возмущенном состоянии с учетом выражения (13) и уравнений Максвелла в стационарном состоянии (1), (2) будут следующими:

$$\operatorname{rot} \vec{h} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{h}}{\partial t} \tag{15}$$

$$\operatorname{div} \vec{h} = 0$$

где $\vec{E}$ — напряженность индуцированного электрического поля (в стационарном состоянии электрическое поле в коаксиальном зазоре равно нулю), $\varepsilon_0 = \mathrm{const}$ — электрическая проницаемость вакуума, а относительная электрическая проницаемость, как и магнитная, принимается равной единице ($\varepsilon = 1$).

В случае квазистационарности электромагнитного поля вне сверхпроводящих оболочек с учетом малой величины скорости распространения возмущений $\frac{\omega}{k}$ по сравнению со скоростью света, равной в вакууме $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$, так что

$$\frac{\omega^2}{k^2} \ll c^2 \tag{16}$$

распределением возмущений магнитного поля в каждый момент времени можно описывать уравнениями статического поля [2]

$$\operatorname{rot} \vec{h} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{h} = 0 \tag{17}$$

Действительно, рассматривая систему уравнений (15), получим, что левая и правая части уравнения $\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{h}}{\partial t}$ пропорциональны между собой: $k\vec{E} \sim \mu_0 \omega \vec{h}$, а в уравнении $\operatorname{rot} \vec{h} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ левая часть $\sim k\vec{h}$ на основании соотношения (16) велика по сравнению с правой частью $\sim \frac{\omega^2}{kc^2} \vec{h}$: $k\vec{h} \gg \frac{\omega^2}{k^2 c^2} k\vec{h}$.

Так как возмущения $\vec{h}$ (14) от координаты φ не зависят, то из уравнений (17) следует

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r h_\varphi) = 0, \quad \frac{\partial h_\varphi}{\partial x} = 0 \tag{18}$$

$$\frac{\partial h_x}{\partial r} - \frac{\partial h_r}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial h_x}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r h_r) = 0 \tag{19}$$

После подстановки соответствующих выражений составляющих $\vec{h}$ (14) в уравнения (18) и (19) и совместного решения получаем

$$h_z = 0 \tag{20}$$

и

$$\frac{d^2 f_1(r)}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{df_1(r)}{dr} - k^2 f_1(r) = 0 \tag{21}$$

причем

$$f_2(r) = -\frac{i}{k}\frac{df_1(r)}{dr} \tag{22}$$

Из равенства (20) можно заключить, что при осесимметричных радиальных колебаниях оболочек возмущения напряженности в окружном направлении всегда равны нулю.

Решение уравнения (21) выражается посредством функций Бесселя чисто мнимого аргумента нулевого порядка

$$f_1(r) = C_1 I_0(kr) + C_2 K_0(kr) \tag{23}$$

где C_1 и C_2 — неизвестные постоянные, определяемые из граничных условий, составляемых из требования касательности магнитных силовых линий к сверхпроводящей поверхности оболочек [2]

$$\vec{n} \cdot \vec{H} = 0 \tag{24}$$

Подставляя в условие (24) выражения нормали (12), магнитного поля на поверхности возмущенной оболочки (стационарное магнитное поле при $r_n = R_n + \zeta_n$ (11) и магнитное поле возмущения (14)) с учетом выражений (23) и (24) и пренебрегая по малости величиной $k\zeta_n$ по сравнению с единицей, получим следующую систему линейных однородных уравнений:

$$C_1 I_1(kR_1) - C_2 K_1(kR_1) = 0$$

$$C_1 I_1(kR_2) - C_2 K_1(kR_2) = 0$$

где $I_1(\ )$, $K_1(\ )$ — функции Бесселя чисто мнимого аргумента первого порядка. В данном случае следует принять $C_1 = C_2 = 0$. Тогда

$$h_x = h_r = 0 \tag{25}$$

Таким образом, на основании (20), (25) магнитное поле в возмущенном состоянии определяется по формуле стационарного состояния (4) в коаксиальном зазоре при $R_2 + \zeta_2 \geqslant r \geqslant R_1 + \zeta_1$.

„Магнитное давление", действующее на возмущенную оболочку 1, определяется по формуле (5) и равно

$$\vec{p}_1 = \mu_0 \frac{J^2}{8\pi^2 R_1^2}\left(1 - \frac{2\zeta_1}{R_1}\right)\left(\frac{\partial \zeta_1}{\partial x}\vec{e}_x - \vec{e}_r\right)$$

Учитывая выражение (7) и пренебрегая по малости членами второго порядка $k\zeta_n$, последнему соотношению придадим вид

$$\vec{p}_1 = p_{10}\frac{\partial \zeta_1}{\partial x}\vec{e}_x - \left(1 - \frac{2\zeta_1}{R_1}\right)p_{10}\vec{e}_r \tag{26}$$

„Магнитное давление", действующее на оболочку 2, с учетом выражения (8) соответственно равно

$$\vec{p}_2 = -p_{20}\frac{\partial \zeta_2}{\partial x}\vec{e}_x + \left(1 - \frac{2\zeta_2}{R_2}\right)p_{20}\vec{e}_r \tag{27}$$

Из выражений (26), (27) следует, что в отличие от давления в стационарном состоянии (7), (8) на поверхности оболочек действует дополнительное „давление" в осевом направлении.

Величина возмущения „магнитного давления" $\Delta\vec{p}_n$ на поверхности оболочек является разностью давлений в возмущенном и невозмущенном состояниях, равной:

для оболочки 1

$$\Delta\vec{p} = p_{10}\left(\frac{\partial \zeta_1}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{2\zeta_1}{R_1}\vec{e}_r\right) \tag{28}$$

для оболочки 2

$$\Delta\vec{p}_2 = -p_{20}\left(\frac{\partial \zeta_2}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{2\zeta_2}{R_2}\vec{e}_r\right) \tag{29}$$

Из вида выражений (28), (29) можно заключить, что „магнитные давления", действующие на оболочку, не зависят при малых возмущениях друг от друга, т. е. действуют как бы независимо при осевом направлении токов.

Отметим, что при вращении оболочки появляется составляющая тока в радиальном направлении, величиной которой вполне можно пренебречь вследствие малой толщины оболочки, тем более изготовленной из сверхпроводящего материала.

Если считать неподвижной внутреннюю оболочку 1, то уравнения устойчивости движения оболочки бесконечной длины без учета сил тяжести будут иметь следующий вид [3]:

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\nu}{R_1}\frac{\partial \zeta_1}{\partial x} = -\frac{1-\nu^2}{Eh}\Delta p_{1x} \tag{30}$$

$$\frac{\nu}{R_1}\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{h^2}{12}\frac{\partial^4 \zeta_1}{\partial x^4} + \frac{\zeta_1}{R_1^2} = \frac{1-\nu^2}{Eh}\left(\Delta p_{1r} - \rho h\frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial t^2}\right)$$

где $u_n(x, t)$ — тангенциальное продольное перемещение, причем $u_n \ll \zeta_n$, так что инерционный член $\rho h\frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} \to 0$, E — модуль упругости, ν — коэффициент Пуассона, ρ — плотность материала.

После подстановки составляющих Δp_1 (28) и возмущения ζ_1 (9) в уравнения (30) и решения этой системы, получим следующее характеристическое уравнение, совпадающее с результатом [5]:

$$\omega^2 = \Omega_1^2 - \frac{2+\nu}{\rho h R_1} p_{10} \tag{31}$$

где

$$\Omega_n^2 = \frac{1}{\rho h}\left(Dk^4 + \frac{Eh}{R_n^2}\right) -$$

квадрат частоты собственных осесимметричных колебаний оболочки, $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu)^2}$ — цилиндрическая жесткость.

Условием устойчивости первоначальной формы поверхности оболочки является выполнение неравенства

$$\Omega_1^2 \geqslant \frac{2+\nu}{\rho h R_1} p_{10} \tag{32}$$

что является условием отсутствия мнимой части в выражении частоты колебаний ω (31). Знак равенства соответствует критическому „давлению“ магнитного поля.

Для вращающейся с постоянной угловой скоростью Ω_0 оболочки 2 система уравнений устойчивости будет следующей:

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + \frac{\nu}{R_2}\frac{\partial \zeta_2}{\partial x} = -\frac{1-\nu^2}{Eh}\Delta p_{2x}$$

$$\frac{\nu}{R_2}\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{h^2}{12}\frac{\partial^4 \zeta_2}{\partial x^4} + \frac{\zeta_2}{R_2^2} = \frac{1-\nu^2}{Eh}\left(\Delta p_{2r} + \rho h \Omega_0^2 \zeta_2 - \rho h \frac{\partial^2 \zeta_2}{\partial t^2}\right) \tag{33}$$

После подстановки в систему (33) выражений составляющих $\Delta \vec{p}_2$ (29) и возмущения ζ_2 (10), получим характеристическое уравнение

$$\omega^2 = \Omega_2^2 + \frac{2+\nu}{\rho h R_2} p_{20} - \Omega_0^2 \tag{34}$$

В неподвижном состоянии ($\Omega_0 = 0$) оболочка 2, как следует из выражения (34), будет абсолютно устойчивой.

Выпишем условие сохранения устойчивости вращающейся оболочки 2

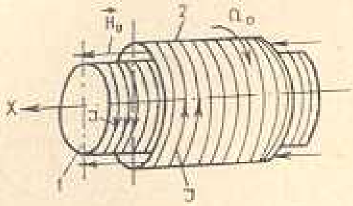
$$\Omega_2^2 + \frac{2+\nu}{\rho h R_2} p_{20} \geqslant \Omega_0^2 \tag{35}$$

„Магнитное давление“ на оболочку 1 оказывает дестабилизирующее действие (32), а на оболочку 2 — стабилизирующее (35).

В случае вращения внутренней оболочки (при абсолютной устойчивости наружной оболочки) условием устойчивости будет

$$\Omega_1^2 \geqslant \frac{2+\nu}{\rho h R_1} p_{10} + \Omega_0^2$$

Случай 2. Постоянный ток силы J циркулирует по винтовой линии — по поверхности внутренней оболочки в положительном направлении φ, а по поверхности наружной оболочки — в противоположном направлении (фиг. 2.)



Фиг. 2.

На единицу длины каждой из оболочек пусть приходится n_0 витков проводника, намотанных так плотно, что каждый виток можно заменить кольцеобразным током той же силы. Тогда [4] на поверхности оболочек циркулирует равномерно распределенный поверхностный ток плотности

$$\vec{i}_0 = n_0 J \vec{e}_\varphi \quad \text{для оболочки 1}$$

и

$$\vec{i}_0 = -n_0 J \vec{e}_\varphi \quad \text{для оболочки 2}$$

Магнитное поле коаксиального соленоида отлично от нуля лишь в коаксиальном зазоре $R_2 + \frac{h}{2} \geqslant r \geqslant R_1 + \frac{h}{2}$, однородно и равно в стационарном состоянии

$$\vec{H}_0 = i_0 \vec{e}_x \tag{36}$$

„Магнитное давление" определяется по формулам (5), (6):
для оболочки 1

$$\vec{p}_{10} = -p_0 \vec{e}_r \tag{37}$$

для оболочки 2

$$\vec{p}_{20} = p_0 \vec{e}_r \tag{38}$$

где $p_0 = \mu_0 \frac{i_0^2}{2}$.

Возмущения магнитного поля $\vec{h}$ (14) также описываются уравнениями статического поля (17), при совместном решении которых ранее было получено $h_\varphi = 0$ (20), а для составляющих h_x и h_r — выражения (23), (22). Неизвестные постоянные C_1 и C_2 определяются из граничного условия (24), которое в данном случае с учетом выражения (36)

и пренебрежением квадратом величины возмущения $k\zeta_n$ запишется в следующем виде:
для оболочки 1

$$C_1 I_1(kR_1) - C_2 K_1(kR_1) = -k\zeta_{01} H_0 \tag{39}$$

для оболочки 2

$$C_1 I_1(kR_2) - C_2 K_1(kR_2) = -k\zeta_{02} H_0 \tag{40}$$

Решая систему линейных неоднородных уравнений (39), (40) относительно C_1 и C_2, получим

$$C_1 = \frac{\zeta_{01} K_1(kR_2) - \zeta_{02} K_1(kR_1)}{\Delta} kH_0$$

$$C_2 = \frac{\zeta_{01} I_1(kR_2) - \zeta_{02} I_1(kR_1)}{\Delta} kH_0$$

где $\Delta = I_1(kR_2) K_1(kR_1) - I_1(kR_1) K_1(kR_2)$.

Подставляя значения C_1 и C_2 в выражение (23), с учетом (14) получим

$$\vec{h}_x = \Big[\big(\zeta_1 K_1(kR_2) - \zeta_2 K_1(kR_1)\big) I_0(kr) + \big(\zeta_1 I_1(kR_2) - \zeta_2 I_1(kR_1)\big) K_0(kr) \Big] \frac{kH_0}{\Delta} \vec{e}_x \tag{41}$$

а по соотношению (22)

$$\vec{h}_r = -i \Big[\big(\zeta_1 K_1(kR_2) - \zeta_2 K_1(kR_1)\big) I_1(kr) - \big(\zeta_1 I_1(kR_2) - \zeta_2 I_1(kR_1)\big) K_1(kr) \Big] \frac{kH_0}{\Delta} \vec{e}_r \tag{42}$$

Составляющие напряженности магнитного поля возмущения на поверхности оболочек будут:
для оболочки 1

$$\vec{h}_x = \left(\Delta_1 k\zeta_1 - \frac{\zeta_2}{R_1} \right) \frac{H_0}{\Delta} \vec{e}_x \tag{43}$$

где $\Delta_1 = I_0(kR_1) K_1(kR_2) + I_1(kR_2) K_0(kR_1)$

$$\vec{h}_r = ikH_0\zeta_1 \vec{e}_r \tag{44}$$

для оболочки 2

$$\vec{h}_x = \left(\frac{\zeta_1}{R_2} - \Delta_2 k\zeta_2 \right) \frac{H_0}{\Delta} \vec{e}_x \tag{45}$$

где $\Delta_2 = I_0(kR_2) K_1(kR_1) + I_1(kR_1) K_0(kR_2)$

$$\vec{h}_r = ikH_0\zeta_2 \vec{e}_r \tag{46}$$

В выражениях (43), (45) использовано соотношение

$$I_0(x) K_1(x) + K_0(x) I_1(x) = \frac{1}{x}$$

Величина возмущения "магнитного давления" $\Delta \vec{p}_n$ на поверхности оболочек при пренебрежении по малости членами второго порядка $k\zeta_n^2$ и с учетом выражений (37), (38) равна:
на оболочке 1

$$\Delta \vec{p}_1 = p_0 \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} \vec{e}_x - \frac{2p_0}{\Delta} \left(\Delta_1 k \zeta_1 - \frac{\zeta_2}{R_1} \right) \vec{e}_r \tag{47}$$

на оболочке 2

$$\Delta \vec{p}_2 = - p_0 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{2p_0}{\Delta} \left(\frac{\zeta_1}{R_2} - \Delta_2 k \zeta_2 \right) \vec{e}_r \tag{48}$$

Для внутренней неподвижной оболочки и наружной, вращающейся с угловой скоростью Ω_0, уравнения устойчивости подобны системам (30) и (33) и различаются значениями давлений Δp_x и Δp_r. Сведем системы (30), (33) с учетом выражений (47), (48) к одной системе уравнений относительно возмущений ζ_1 и ζ_2:

$$\begin{gathered} \left[\omega^2 - \Omega_1^2 - \frac{2kp_0}{\rho h \Delta} \left(\Delta_1 - \frac{\nu \Delta}{2kR_1} \right) \right] \zeta_1 + \frac{2p_0}{\rho h \Delta} \frac{\zeta_2}{R_1} = 0 \\ \frac{2p_0}{\rho h \Delta} \frac{\zeta_1}{R_2} + \left[\omega^2 + \Omega_0^2 - \Omega_2^2 - \frac{2kp_0}{\rho h \Delta} \left(\Delta_2 + \frac{\nu \Delta}{2kR_2} \right) \right] \zeta_2 = 0 \end{gathered} \tag{49}$$

Приравнивая определитель системы (49) нулю, получим биквадратное уравнение относительно круговой частоты ω:

$$\begin{gathered} \omega^4 - \left[\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \frac{2kp_0}{\rho h \Delta} \left(\Delta_1 + \Delta_2 + \frac{\nu \Delta}{2kR_2} - \frac{\nu \Delta}{2kR_1} \right) - \Omega_0^2 \right] \omega^2 + \\ + \left[\Omega_1^2 + \frac{2kp_0}{\rho h \Delta} \left(\Delta_1 - \frac{\nu \Delta}{2kR_1} \right) \right] \left[\Omega_2^2 + \frac{2kp_0}{\rho h \Delta} \left(\Delta_2 + \frac{\nu \Delta}{2kR_2} \right) - \Omega_0^2 \right] - \\ - \frac{1}{R_1 R_2} \left(\frac{2p_0}{\rho h \Delta} \right)^2 = 0 \end{gathered} \tag{50}$$

Данная система оболочек будет устойчивой к малым возмущениям ζ_n при условии отсутствия мнимой части в выражении всех четырех корней ω дисперсионного уравнения (50).

Условием отсутствия мнимой части в выражении любого из четырех корней ω в данном случае является выполнение следующих трех неравенств:

В заключение выражаю глубокую благодарность Киселеву М. И. за постановку задачи и обсуждения.

Филиал БАО по Космическим Исследованиям
АН Армянской ССР

Поступила 20 VI 1969

Ռ. Ն. ՀՈՎԱԿԻՄՅԱՆ

ՀԱՄԱՌԱՆՑՔ ՀՈՍԱՆՔԱԿԻՐ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Դիտված է համառանցք հոսանքակիր թաղանթների սիստեմի կայունությունը վազող ալիքի տիպի փոքր շառավղային տատանումների նկատմամբ։

Հետազոտությունը կատարված է թաղանթների գերհաղորդիչ մակերևներով հաստատուն հոսանքի փոխադարձ հակառակ ուղղությամբ հոսելու երկու դեպքի համար.

1. թաղանթի ծնիչով,

2. պտուտակային շարժում (գլանային սոլենոիդ)։

Երկու դեպքերի համար ստացվել են թաղանթների մակերևույթների ձևի կայունության պահպանման պայմանները։

ON THE STABILITY OF COAXIAL CURRENT-CONDUCTING CYLINDRICAL SHELLS

R. N. OVAKIMIAN

Summary

The stability of coaxial current-conducting cylindrical shells to small radial oscillations of a running-wave type for two directions of direct current is considered.

The directions are:

1. Along the generating line of the shell;
2. Along the spiral line of the shell (a cylindrical solenoid type).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бремер Дж.* Сверхпроводящие устройства. Изд. Мир, М., 1964.
2. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. Гостехиздат, М., 1957.
3. *Болотин В. В.* Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. Физматгиз, М., 1961.
4. *Тамм И. Е.* Основы теории электричества. Гостехиздат, М., 1957.
5. *Овакимян Р. Н.* Об устойчивости цилиндрической токонесущей оболочки бесконечной проводимости. Изв. АН Арм. ССР, Механика, т. XXII, № 4, 1969.

$$1)\qquad \Omega_1^2+\Omega_2^2+\frac{2kp_0}{\rho h\Delta}\left(\Delta_1+\Delta_2+\frac{\nu\Delta}{2kR_2}-\frac{\nu\Delta}{2kR_1}\right)>\Omega_0^2$$

$$2)\qquad \left[\Omega_1^2-\Omega_2^2-\frac{2kp_0}{\rho h\Delta}\left(\Delta_2-\Delta_1+\frac{\nu\Delta}{2kR_2}+\frac{\nu\Delta}{2kR_1}\right)+\Omega_0^2\right]^2+$$

$$+\frac{4}{R_1R_2}\left(\frac{2p_0}{\rho h\Delta}\right)^2>0 \qquad (51)$$

$$3)\qquad \Omega_2^2+\frac{2kp_0}{\rho h\Delta}\left[\Delta_2+\frac{\nu\Delta}{2kR_2}-\frac{1}{k^2R_1R_2\left(\frac{\rho h\Delta}{2kp_0}\Omega_1^2+\Delta_1-\frac{\nu\Delta}{2kR_1}\right)}\right]\geqslant\Omega_0^2$$

Как видно, второе неравенство, полученное после некоторых преобразований, всегда выполняется. Заметим, что в неравенствах (51) выражения Δ, Δ_1, Δ_2 всегда положительны и, кроме того, принимая $\nu\approx 0.3$, $\Delta_1>\frac{\nu\Delta}{2kR_1}$. Так как первое неравенство сильнее третьего, то при выполнении третьего неравенства первое всегда будет выполняться. Итак, система коаксиальных оболочек будет устойчива при положительности свободного члена уравнения (50), т. е. при выполнении третьего неравенства

$$\Omega_2^2+\frac{2kp_0}{\rho h\Delta}\left[\Delta_2+\frac{\nu\Delta}{2kR_2}-\frac{1}{k^2R_1R_2\left(\frac{\rho h\Delta}{2kp_0}\Omega_1^2+\Delta_1-\frac{\nu\Delta}{2kR_1}\right)}\right]\geqslant\Omega_0^2 \qquad (52)$$

причем знак равенства соответствует критической угловой скорости вращения оболочки Ω_0. Из неравенства (52) следует, что при положительном значении выражения, заключенного в квадратные скобки, т. е. при выполнении соотношения

$$\Omega_1^2+\frac{2kp_0}{\rho h\Delta}\left(\Delta_1-\frac{\nu\Delta}{2kR_1}-\frac{1}{k^2R_1R_2}\,\frac{1}{\Delta_2+\frac{\nu\Delta}{2kR_2}}\right)>0$$

„давление“ магнитного поля будет оказывать стабилизирующее действие на устойчивость системы оболочек.

В случае вращения внутренней оболочки и неподвижности наружной условием устойчивости системы будет выполнение неравенства

$$\Omega_1^2+\frac{2kp_0}{\rho h\Delta}\left[\Delta_1-\frac{\nu\Delta}{2kR_1}-\frac{1}{k^2R_1R_2\left(\frac{\rho h\Delta}{2kp_0}\Omega_2^2+\Delta_2+\frac{\nu\Delta}{2kR_2}\right)}\right]\geqslant\Omega_0^2$$